Стаховська Анастасія Ігорівна

Студентка групи БС-32

Факультету Біомедичної Інженерії

Національного Технічного Університету України

«Київський Політехнічний Інститут імені Ігоря Сікорського»,

ОСОБЛИВОСТІ КЛІТИННО-АВТОМАТНОЇ МОДЕЛІ ПОТОКУ РІДИНИ FHP-M1

Клітинний автомат (КА) був запропонований фон-Нейманом у середині минулого століття[1]. На основі цієї моделі підтверджувалась думка про те, що людина може створити пристрій, якому присутні його властивості, перед усім, здатність створювати собі подібного. Тому КА довгий час розглядався як модель самовідтворення і пояснювався як спрощена модель деякої біологічної структури, яка складається із множини клітин. Кожній клітини ставиться у відповідність кінцевій автомат, який називається елементарним автоматом.

Він може знаходиться в одному зі станів: 0 або 1, та змінювати цей стан в залежності від стану клітин деякого особистого оточення, яке називається сусідством. Алгоритм обчислення наступного стану в залежності від стану сусідів у всіх клітин однаковий. Всі клітини виконують перехід у новий стан одночасно, тобто синхронно та паралельно. При цьому спостерігається зміна глобальної чорно - білої картини розподілу станів у просторі КА. Така картина називається конфігурацією КА.

Ітеративна зміна конфігурації при переходах всіх елементарних станів у нові стани називається еволюцією КА. Еволюціонуючи, КА моделює просторову динаміку, яка може мати завершення, повторюватися періодично або змінюватися хаотично. Дослідження цієї "моделі світу" показали, що, незважаючи на простоту кожної клітини, їх кооперативна робота моделює дуже складні і різноманітні процеси, які іноді неможливо (або, принаймні, невідомо як) описати іншим способом.

В середині 80-х років минулого століття стався сплеск інтересу до КА, у зв'язку з побудовою нових моделей обчислень. Були запропоновані КА, еволюція яких моделює процеси дифузії, поділу фаз, реакційно-дифузійні процеси, знамениту реакцію Белоусова-Жаботинського, руху солітонів, освіта дисипативних структур. Перехід від булевих просторів до звичних безперервним просторовим функціям (макровелічінам) проводиться шляхом осереднення значень станів клітин за деякою заданою околиці.

Справжнім потрясінням основ в моделюванні просторової динаміки стала поява клітинно-автоматної газової динаміки, названої "Gas-Lattice", що в перекладі на російську звучить як "гратковий газ". Дуже важливим є той факт, що було суворо математично доведено відповідність Gas-Lattice моделей рівняння Нав'є-Стокса [2].

Передбачається, що цей новий підхід до моделювання природних явищ стане доповненням до традиційних моделей математичної фізики, заснованим на диференціальних рівняннях в приватних похідних і добре розвиненим чисельних методів їх вирішення на комп'ютерах, обчислювальна потужність і архітектура яких змінюється швидше, ніж створюється необхідне математичне забезпечення.

Під клітинним автоматом КА моделі FHP-I будемо розуміти трійку елементів (W, A, N), де

$$W = \{ w_{1,} w_2, w_3 \ldots\ldots w_i, \ldots \} \qquad (1)$$

Де,W – це множина клітин, задана їх координатами в деякому дискретному просторі.

Кожній клітині $w \in W$ поставленний у відповідність кінцевий автомат A, який називається елементарним автоматом[3].

Внутрішнім станом автомату є булевий ветор. Кожній клітині w ∋ W

Зіставлені деякі координати $x(w)$ та $y(w)$ на декартовій площині. Тому, між будь-якими двома клітинами $w_1 \in W$ та $w_2 \in W$ можливо підрахувати відстань $\mathrm{d}(w_1, w_2)$. Для кожної клітини $w \in W$ визначена певна впорядкована множина:

$$N(w) = [N_i(w): N_0(w) = w, N_i(w) \in W \& \, d\big(w, N_i(w)\big) = 1, (i = 1,2, \dots, b) \quad (2)$$

Елементи якого перебувають у відношенні сусідства з кліткою w і називаються її сусідніми клітинами, або сусідами. Константа b визначає кількість нетотожні сусідів кожної клітини $w \in W$. Кожна клітина є сусідом сама собі.

Вхідний стан елементарного автомату A в клітці $w \in W$ поставлено у відповідність внутрішнім станам сусідів цієї клітини. Таким чином, структура безлічі клітин W клітинного автомата представляється графом, в якому вершинами є клітини, а ребра відповідають відношенню сусідства. Цей граф має регулярну структуру і ступеня вершин рівні b.

Стан клітини $w \in W$ представлено вектором $s(w)$ з булевими компонентами $s_1(w), s_i(w), s_b(w)$. Безліч станів s(w) всіх клітин $w \ni W$ в один і той же момент часу t називається глобальним станом клітинного автомата КА $\sigma(t) = \{s(w_1), s(w_2), \dots, s(w_i), \dots\}$ На рисунку 1.2.1 зображена клітина w, вектори швидкості c_i ,знаходяшихся в ній частинок і її сусіди $N_i(w), i = 0,1, \dots 6$.

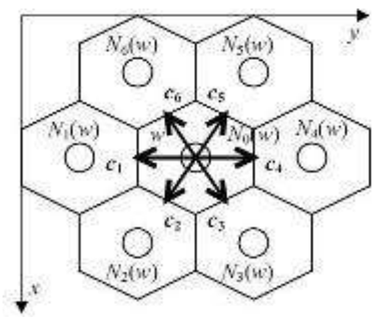

Рисунок 1. Вектори швидкостей частин. Нумерація сусідів

Таким чином, кількість сусідів кожної клітини w моделі FHP-I рівно семи, одним із сусідів є сама клітина w, тобто $N_0(w) = w$.

Стан клітини w в кожен момент дискретного часу t однозначно визначається набором частинок, що в ній знаходяться. Вектор швидкості c_i кожної з них або спрямований в бік однієї з сусідніх клітин $N_i(w)$ (при i=1,…,6), або дорівнює нулю (при i=0).

Таким чином, маса частинок в клітці w дорівнює:

$$m(w) = \sum_{i=0}^{b} s_i(w) \qquad (3)$$

Де: b = 6 - кількість можливих напрямків вектора швидкості; s_i - і-й компонент вектора станів s.

Фізична інтерпретація значень компонентів вектора $s(w)$ наступна: s_i визначає частку з одиничною масою в клітці w, вектор швидкості якої спрямований в бік сусіда $N_i(w)$.

На рисунку 1.2.2 зображений вектор стану клітини.

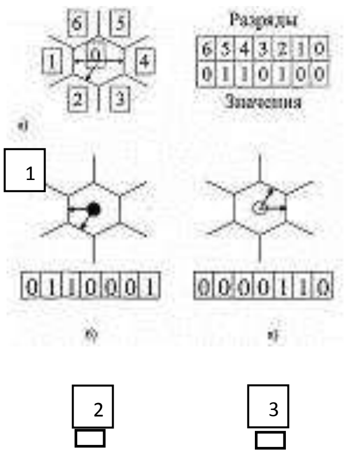

Рисунок 2. Вектор стану клітини

1- Три рухомі частици, нумерація разрядів.
2- Дві рухомі і одна частици спокою.
3- Дві рухомі частици.

Модельний імпульс p в клітині $w \in W$ є сума всіх імпульсів $p_i = s_i c_i$, спрямованих до сусідів $N_i(w)$де i=1,..,b, а b=6:

$$p = \sum_{i=1}^{b} s_i c_i \, ; \qquad (4)$$

Використовуючи (3) та рисунок 1.2.1 , достатньо просто підрахувати проекції p_x та p_y імпульсу p на декартовій площині осі Ox та Oy:

$$p_x = \frac{\sqrt{3}}{2}(s_2 + s_3 - s_5 - s_6); \qquad (5)$$

$$p_y = s_4 - s_1 + \frac{1}{2}(s_3 + s_5 - s_2 - s_6); \qquad (6)$$

Де s_i – частица у клітині w, з вектором швидкості, направленим до сусіда $N_i(w)$.

Список літератури:

1. Фон Нейман Дж. Теория самовоспроизводящихся автоматов / Фон Нейман Дж. – М.: Мир, 1971. – 500 с.
2. Frish U. Lattice-gas Automata for Navier-Stokes equation / Frish U. San-Francisco: Mathematical Physics, 1986. - 1530 p.
3. Беркович С.Я. Клеточные автоматы как модель реальности: поиски представлений физических и информационных процессов. – М.: МГУ, 1993. – 112 с.