

Технические науки

УДК 53.088

Рыжков Игорь Викторович

кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры
информационно-измерительных технологий и систем,

Приднепровская
государственная академия строительства и архитектуры

Пономарева Елена Анатольевна

кандидат технических наук, доцент кафедры
информационно-измерительных технологий и систем,

Приднепровская
государственная академия строительства и архитектуры

Ryzhkov I.V.

Ph.D., associate professor

Pridneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture

Ponomarjova E.A.

Ph.D

Pridneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ АЗИМУТА
НАКЛОННОЙ СКВАЖИНЫ В УСЛОВИЯХ ВОЗДЕЙСТВИЯ
МАГНИТНЫХ ПОМЕХ
SIMULATION OF COMPUTE AZIMUTH INCLINATION OF THE
WELL IN CONDITIONS OF INFLUENCE MAGNETIC
INTERFERENCE**

Аннотация: Разработана математическая модель вычисления азимута наклонной скважины, которая позволяет снизить ошибку измерения до величин, определяемых погрешностью

магниточувствительных первичных измерительных преобразователей инклинометра.

Ключевые слова: магнитная помеха, инклинометрический преобразователь, математическая модель, погрешность измерения.

Summary: Developed the mathematical model to compute the azimuth inclination well, which reduces the measurement error to the values determined by the error of magnetosensitive converters.

Key words: magnetic interference, inclinometer sensor, mathematical model, the measurement error.

Рассматривается задача об определении магнитного азимута наклонной скважины с помощью инклинометра с ортогонально расположенными тремя феррозондами и тремя акселерометрами при воздействии магнитных помех как неподвижных относительно Земли, так и связанных с буровым инструментом. Феррозонды инклинометра измеряют не только составляющие магнитного поля Земли \vec{T} , но и компоненты магнитного поля помехи \vec{P} , что вносит искажения в измерение магнитного азимута скважины [1, с. 32-45; 2, с. 184-189; 3, с. 96-112; 4, с. 223-234]. Напряженность магнитного поля помехи состоит из постоянной и индуктивной составляющей, учитывая, таким образом, влияние как «твердого», так и «мягкого» железа бурового инструмента [5, с. 35-39; 6, с. 216-221].

Целью работы является построение математической модели вычисления азимута в условиях магнитных помех, создаваемых постоянным намагничиванием буровой колонны, так называемым «твердым» железом, а также магнитных помех от «мягкого» железа, иногда называемых индуктивной составляющей помехи.

Индуктивная составляющая зависит от угловой ориентации инклинометра с буровыми трубами относительно вектора намагниченности магнитного поля Земли. Учет погрешности от индуктивной составляющей и ее алгоритмическое устранение из показаний магнитного азимута позволяет снизить ошибку измерения до величин, определяемых лишь погрешностью магниточувствительных первичных измерительных преобразователей, составляющих инклинометр.

Для составления математической модели введем неподвижную, связанную с Землей систему координат $R_0(0\xi\eta\zeta)$, направив ось 0ζ по вертикали места и вглубь Земли, ось 0ξ по касательной к магнитному меридиану и на Север, ось 0η таким образом, чтобы получившийся трехгранник осей R_0 был правым (в этом случае ось 0η направлена на Восток). Вектор напряженности магнитного поля Земли (МПЗ) в этой системе координат имеет проекции $\vec{T}_{R_0}(H,0,Z)$, где H, Z соответственно горизонтальная и вертикальная составляющие МПЗ. С буровым инструментом, в котором смонтирован инклинометр, свяжем репер $R(0XYZ)$, направив оси чувствительности феррозондов и акселерометров вдоль осей $0X, 0Y, 0Z$. Ось $0Z$ направим вдоль продольной оси бурового инструмента.

Связь между реперами R_0 и R задается формулой [7, с. 312-319]:

$$\|X Y Z\|^T = A_\varphi A_\theta A_\alpha \cdot \|\xi \eta \zeta\|^T, \quad (1)$$

где матрицы $A_\varphi A_\theta A_\alpha$ имеют вид:

$$A_{\alpha(3)} = \begin{vmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad A_{\theta(2)} = \begin{vmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{vmatrix},$$

$$A_{\varphi(3)} = \begin{vmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix},$$

где α - магнитный азимут, θ - зенитный угол, φ - угол установки отклонителя в точке расположения инклинометра.

Рассмотрим два случая. В первом считаем, что напряженность магнитного поля помехи \vec{P} в системе координат $R(0XYZ)$, связанной с буровым инструментом, согласно уравнению Пуассона имеет вид:

$$\vec{P}_R = \vec{P}_C + A_{\Pi} \cdot \vec{T}_R. \quad (2)$$

Здесь $P_C = (c_1, c_2, c_3)^T$ - вектор постоянной составляющей поля помехи («твердое» железо); \vec{T}_R - вектор напряженности МПЗ в подвижной системе координат $R(0XYZ)$; A_{Π} - тензор Пуассона, тензор индуктивной составляющей помехи, являющейся квадратной матрицей размерностью 3×3 . В силу симметричности бурового инструмента считаем, что элементы тензора подчиняются условию $a_{21} = a_{12}$, $a_{31} = a_{13}$, $a_{32} = a_{23}$, т.е.:

$$A_{\Pi} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}.$$

Спроектируем векторы напряженности МПЗ \vec{T}_{R_0} и ускорения силы тяжести \vec{g}_{R_0} на оси чувствительности феррозондов и акселерометров:

$$\vec{T}_{R_0} = A_{\varphi} A_{\theta} A_{\alpha} \cdot \vec{T}_R, \quad \vec{g}_R = A_{\varphi} A_{\theta} A_{\alpha} \cdot \vec{g}_{R_0}. \quad (3)$$

Далее, учитывая формулы (2), (3), составим математическую модель инклинометра в условиях воздействия магнитных помех от «твердого» и «мягкого» железа, создаваемого буровым инструментом

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \end{pmatrix}^T = A_{\varphi} A_{\theta} A_{\alpha} \cdot \vec{T}_{R_0} + \vec{P}_C + A_{\Pi} A_{\varphi} A_{\theta} A_{\alpha} \cdot \vec{T}_{R_0}, \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \end{pmatrix}^T = A_{\varphi} A_{\theta} A_{\alpha} \cdot \vec{g}_{R_0}, \quad (5)$$

где a_i, b_i $i=1,2,3$ - величины, измеряемые посредством феррозондов и акселерометров инклинометра.

Преобразуем выражение (4) таким образом:

$$\left\| \begin{matrix} a_1 & a_2 & a_3 \end{matrix} \right\|^T = P_C + (E + A_{\Pi})A_{\varphi}A_{\theta}A_{\alpha} \cdot \vec{T}_{R_0} \quad \text{и обозначив сумму}$$

единичной матрицы E и тензора индуктивной составляющей A_{Π} через A'_{Π} :

$$E + A_{\Pi} = A'_{\Pi} = \left\| \begin{matrix} a_{11} + 1 & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} + 1 & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} + 1 \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} a'_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a'_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a'_{33} \end{matrix} \right\| \quad (6)$$

$a'_{11} = a_{11} + 1, a'_{22} = a_{22} + 1, a'_{33} = a_{33} + 1$ получим в векторно-матричном виде математическую модель инклинометра в условиях воздействия магнитной помехи в виде постоянной и индуктивной составляющей, связанных с буровым инструментом в проекциях на оси чувствительности магниточувствительных датчиков:

$$\left\| \begin{matrix} a_1 & a_2 & a_3 \end{matrix} \right\|^T = \vec{P}_C + A'_{\Pi}A_{\varphi}A_{\theta}A_{\alpha} \cdot \vec{T}_{R_0} \quad (7)$$

Во втором случае считаем, что магнитная помеха T'_1 , создаваемая «твердым» железом неподвижна относительно системы координат $R_0(0\xi\eta\zeta)$, связанной с Землей. Такая магнитная помеха создается, например, ранее пробуренными и обсаженными стальными трубами скважинами $\vec{T}_{1R_0} = (c_1, c_2, c_3)$, которая будучи спроектирована на оси чувствительности феррозондов $P_C = A_{\varphi}A_{\theta}A_{\alpha} \cdot \vec{T}_{1R_0}$, позволяет записать математическую модель инклинометра таким образом:

$$\left\| \begin{matrix} a_1 & a_2 & a_3 \end{matrix} \right\|^T = A_{\varphi}A_{\theta}A_{\alpha} \cdot \vec{T}_{1R_0} + A'_{\Pi}A_{\varphi}A_{\theta}A_{\alpha} \cdot \vec{T}_{R_0} \quad (8)$$

На основании математической модели, записанной в виде выражений (7), (8) необходимо определить постоянное магнитное

возмущение $\vec{P}_C, \vec{T}_{IR_0}$, тензор Пуассона A_{II} и на их основе вычислить искомый азимут.

Технологически возможно измерять сигналы с магниточувствительных преобразователей при повороте всей колонны труб вокруг продольной оси на фиксированные углы в диапазоне $0 \div 2\pi$. В начале бурения при зенитном угле $\theta = 0$ с феррозондов снимается сигнал, пропорциональный углу $\psi = \alpha + \varphi$, при $\theta \neq 0$ измерять можно угол φ установки отклонителя (визирный угол).

В результате поворота инклинометра при известном зенитном угле $\theta \neq 0$ определены значения визирного угла φ на интервале $[0, 2\pi]$: $\varphi_1 < \varphi_2 < \dots < \varphi_n$. Последние измеряются акселерометрами согласно выражения (5), которое в скалярной форме имеет вид $b_1 = -g \cos \varphi \sin \theta$, $b_2 = g \sin \varphi \sin \theta$, $b_3 = g \cos \theta$.

Таким образом, феррозонды выдают сигналы в виде функций $a_1 = a_1(\varphi)$, $a_2 = a_2(\varphi)$, $a_3 = a_3(\varphi)$, при $\varphi \in [0, 2\pi]$.

Запишем выражение (7) как функцию от визирного угла φ :

$$A_{\varphi} A_{\theta} A_{\alpha} \cdot \vec{T}_{R_0} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ H \sin \theta \cos \alpha + Z \cos \theta \end{vmatrix} + \sin \varphi \begin{vmatrix} -H \sin \alpha \\ -H \cos \theta \cos \alpha + Z \sin \theta \\ 0 \end{vmatrix} + \cos \varphi \begin{vmatrix} H \cos \theta \cos \alpha - Z \sin \theta \\ -H \sin \alpha \\ 0 \end{vmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
A'_{\Pi} A_{\varphi} A_{\theta} A_{\alpha} \cdot \vec{T}_{R_0} &= (H \sin \theta \cos \alpha + Z \cos \theta) \cdot \begin{vmatrix} a_{13} \\ a_{23} \\ a'_{33} \end{vmatrix} + \\
&+ \sin \varphi \cdot \left\{ -H \sin \alpha \begin{vmatrix} a'_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \end{vmatrix} + (-H \cos \theta \cos \alpha + Z \sin \theta) \begin{vmatrix} a_{12} \\ a'_{22} \\ a_{23} \end{vmatrix} \right\} + \\
&\cos \varphi \cdot \left\{ (H \cos \theta \cos \alpha - Z \sin \theta) \begin{vmatrix} a'_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \end{vmatrix} - H \sin \alpha \begin{vmatrix} a_{12} \\ a'_{22} \\ a_{23} \end{vmatrix} \right\}
\end{aligned} \tag{10}$$

Система уравнений (7) с учетом (9) и (10) записывается в скалярном виде следующим образом:

$$\begin{aligned}
a_1(\varphi) &= c_1 + a_{13} (H \sin \theta \cos \alpha + Z \cos \theta) + \sin \varphi [-a'_{11} H \sin \alpha + a_{12} (-H \cos \theta \cos \alpha + \\
&+ Z \sin \theta)] + \cos \varphi [a'_{11} (H \cos \theta \cos \alpha - Z \sin \theta) - a_{12} H \sin \alpha], \\
a_2(\varphi) &= c_2 + a_{23} (H \sin \theta \cos \alpha + Z \cos \theta) + \sin \varphi [-a_{12} H \sin \alpha + a'_{22} (-H \cos \theta \cos \alpha + \\
&+ Z \sin \theta)] + \cos \varphi [a_{12} (H \cos \theta \cos \alpha - Z \sin \theta) - a'_{22} H \sin \alpha], \\
a_3(\varphi) &= c_3 + a'_{33} (H \sin \theta \cos \alpha + Z \cos \theta) + \sin \varphi [-a_{13} H \sin \alpha + a_{23} (-H \cos \theta \cos \alpha + \\
&+ Z \sin \theta)] + \cos \varphi [a_{13} (H \cos \theta \cos \alpha - Z \sin \theta) - a_{23} H \sin \alpha].
\end{aligned} \tag{11}$$

Разложим в ряд Фурье экспериментально полученные функции $a_i(\varphi)$ $i=1,2,3$. Тогда, приравнявая их соответствующим правым частям, содержащим члены при $\varphi = 0$, при $\sin \varphi$ и $\cos \varphi$, получим из (11) уравнения для определения искомым неизвестных

$c_1, c_2, c_3, a'_{11}, a'_{22}, a'_{33}, a_{12}, a_{13}, a_{23}, \alpha$.

Правые части уравнений (11) соответствующие нулевой гармонике:

$$\left. \begin{aligned}
c_1 + a_{13} (H \sin \theta \cos \alpha + Z \cos \theta) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} a_1(\varphi) d\varphi \\
c_2 + a_{23} (H \sin \theta \cos \alpha + Z \cos \theta) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} a_2(\varphi) d\varphi \\
c_3 + a'_{33} (H \sin \theta \cos \alpha + Z \cos \theta) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} a_3(\varphi) d\varphi
\end{aligned} \right\} \tag{12}$$

Коэффициенты правых частей уравнений (11) при синусах и косинусах визирного угла $\sin \varphi$, $\cos \varphi$:

$$\left. \begin{aligned} -a'_{11}H \sin \alpha + a_{12}(-H \cos \theta \cos \alpha + Z \sin \theta) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a_1(\varphi) \sin \varphi d\varphi, \\ -a_{12}H \sin \alpha + a'_{22}(-H \cos \theta \cos \alpha + Z \sin \theta) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a_2(\varphi) \sin \varphi d\varphi, \\ -a_{13}H \sin \alpha + a_{23}(-H \cos \theta \cos \alpha + Z \sin \theta) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a_3(\varphi) \sin \varphi d\varphi, \\ -a_{12}H \sin \alpha + a'_{11}(H \cos \theta \cos \alpha - Z \sin \theta) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a_1(\varphi) \cos \varphi d\varphi, \\ -a'_{22}H \sin \alpha + a_{12}(H \cos \theta \cos \alpha - Z \sin \theta) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a_2(\varphi) \cos \varphi d\varphi, \\ -a_{23}H \sin \alpha + a_{13}(H \cos \theta \cos \alpha - Z \sin \theta) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a_3(\varphi) \cos \varphi d\varphi. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Преобразуем систему уравнений (13):

$$\left. \begin{aligned} -H(a'_{11} + a'_{22}) \sin \alpha &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} [a_1(\varphi) \sin \varphi + a_2(\varphi) \cos \varphi] d\varphi, \\ -H(a'_{11} - a'_{22}) \sin \alpha + 2a_{12}(-H \cos \theta \cos \alpha + Z \sin \theta) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} [a_1(\varphi) \sin \varphi - a_2(\varphi) \cos \varphi] d\varphi, \\ (a'_{11} + a'_{22})(-H \cos \theta \cos \alpha + Z \sin \theta) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} [a_2(\varphi) \sin \varphi - a_1(\varphi) \cos \varphi] d\varphi, \\ -2a_{12}H \sin \alpha + (a'_{11} - a'_{22})(H \cos \theta \cos \alpha - Z \sin \theta) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} [a_1(\varphi) \cos \varphi + a_2(\varphi) \sin \varphi] d\varphi, \\ -a_{13}H \sin \alpha + a_{23}(-H \cos \theta \cos \alpha + Z \sin \theta) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a_3(\varphi) \sin \varphi d\varphi, \\ -a_{23}H \sin \alpha + a_{13}(H \cos \theta \cos \alpha - Z \sin \theta) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a_3(\varphi) \cos \varphi d\varphi. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Для упрощения записи исходных уравнений введем обозначения:

$$\begin{aligned} q_i &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} a_i(\varphi) d\varphi, & \chi_i &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a_i(\varphi) \sin \varphi d\varphi, \\ \varepsilon_i &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a_i(\varphi) \cos \varphi d\varphi, & i &= 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (15)$$

Тогда система (12), (14) переписется как:

$$\begin{cases} c_1 + a_{13}(H \sin \theta \cos \alpha + Z \cos \theta) = q_1, \\ c_2 + a_{23}(H \sin \theta \cos \alpha + Z \cos \theta) = q_2, \\ c_3 + a'_{33}(H \sin \theta \cos \alpha + Z \cos \theta) = q_3, \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} -a_{13}H \sin \alpha + a_{23}(-H \cos \theta \cos \alpha + Z \sin \theta) = \chi_3, \\ -a_{23}H \sin \alpha + a_{13}(-H \cos \theta \cos \alpha - Z \sin \theta) = \varepsilon_3, \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} -H(a'_{11} + a'_{22}) \sin \alpha = \chi_1 + \varepsilon_2 \\ -H(a'_{11} + a'_{22}) \sin \alpha + 2a_{12}(-H \cos \theta \cos \alpha + Z \sin \theta) = \chi_1 - \varepsilon_2 \\ (a'_{11} + a'_{22})(-H \cos \theta \cos \alpha + Z \sin \theta) = \chi_2 - \varepsilon_1 \\ -2a_{12}H \sin \alpha + (a'_{11} + a'_{22})(H \cos \theta \cos \alpha - Z \sin \theta) = \varepsilon_1 - \chi_2. \end{cases} \quad (18)$$

И, наконец, исключая случай $\chi_2 = \varepsilon_1$ и случай $\chi_1 = -\varepsilon_2$, систему уравнений (16) – (18) перепишем следующим образом:

$$c_1 = q_1 - [(\mu H \sin \alpha + Z \sin \theta) \operatorname{tg} \theta + Z \cos \theta] \frac{(\varepsilon_3 \mu - \chi_3)}{(1 + \mu^2) H \sin \alpha},$$

$$c_2 = q_2 + [(\mu H \sin \alpha + Z \sin \theta) \operatorname{tg} \theta + Z \cos \theta] \frac{(\varepsilon_3 + \chi_3 \mu)}{(1 + \mu^2) H \sin \alpha},$$

$$a_{13} = \frac{(\varepsilon_3 \mu - \chi_3)}{(1 + \mu^2) H \sin \alpha}, \quad a_{23} = -\frac{(\varepsilon_3 + \chi_3 \mu)}{(1 + \mu^2) H \sin \alpha},$$

$$a'_{11} = \frac{1}{2H \sin \alpha} \left\{ -(\chi_1 + \varepsilon_2) + \frac{\mu(\varepsilon_1 + \chi_2) - (\chi_1 - \varepsilon_2)}{(1 + \mu^2)} \right\},$$

$$a'_{22} = \frac{1}{2H \sin \alpha} \left\{ -(\chi_1 + \varepsilon_2) - \frac{\mu(\varepsilon_1 + \chi_2) - (\chi_1 - \varepsilon_2)}{(1 + \mu^2)} \right\},$$

$$c_3 + a'_{33}[(\mu H \sin \alpha + Z \sin \theta) \operatorname{tg} \theta + Z \cos \theta] = q_3,$$

$$H \cos \theta \cos \alpha - Z \sin \theta = \mu H \sin \alpha, \quad \mu = \frac{\chi_2 - \varepsilon_1}{\chi_1 + \varepsilon_2},$$

$$a_{12} = -\frac{\varepsilon_1 + \chi_2 + \mu(\chi_1 - \varepsilon_2)}{2H \sin \alpha (1 + \mu^2)}.$$

(19)

Из уравнений (19) вытекает, что определение величин $c_1, c_2, c_3, a'_{11}, a'_{22}, a'_{33}, a_{12}, a_{13}, a_{23}$, и α сводится к двум уравнениям:

$$c_3 + a'_{33}[(\mu H \sin \alpha + Z \sin \theta) \operatorname{tg} \theta + Z \cos \theta] = q_3, \quad (20)$$

$$H \cos \theta \cos \alpha - Z \sin \theta = \mu H \sin \alpha.$$

Система (20) содержит три неизвестные величины c_3, a'_{33}, α . Ясно, что они не могут быть определены.

Отметим, что если выше изложенное повторить при другом зенитном угле $\theta \neq 0$, определить неизвестные c_3 и a'_{33} не удастся.

Для получения недостающих уравнений проведем измерения при вертикальном положении инклинометра, чему соответствует бурение на начальном участке скважины с зенитным углом $\theta = 0$.

В результате поворота инклинометрического прибора при зенитном угле $\theta = 0$ можем определить с помощью феррозондов величины $a_i, i = 1, 2, 3$ как функции переменной $\psi, \psi = \alpha + \varphi$ в точках $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ ($0 \leq \psi_1 < \psi_2 < \dots < \psi_n < 2\pi$). Таким образом, предполагаем, что известны функции $a_i = a_i(\psi), i = 1, 2, 3$ на интервале $[0, 2\pi]$. Далее, так как $A_\theta = E$ при $\theta = 0$, где E – единичная матрица, система уравнений (4) принимает вид:

$$\begin{bmatrix} a_1(\psi) \\ a_2(\psi) \\ a_3(\psi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a'_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a'_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a'_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H \\ 0 \\ Z \end{bmatrix},$$

или в скалярной форме

$$a_1(\psi) = c_1 + H a'_{11} \cos \psi - H a_{12} \sin \psi + a_{13} Z$$

$$a_2(\psi) = c_2 + H a_{12} \cos \psi - H a'_{22} \sin \psi + a_{23} Z \quad (21)$$

$$(21) a_3(\psi) = c_3 + H a_{13} \cos \psi - H a_{23} \sin \psi + a'_{33} Z.$$

Из уравнений (21) получаем следующие соотношения:

$$c_1 + a_{13} Z = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} a_1(\psi) d\psi,$$

$$c_2 + a_{23} Z = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} a_2(\psi) d\psi,$$

$$\begin{aligned}
c_3 + a'_{33}Z &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} a_3(\psi) d\psi, \\
- Ha_{12} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a_1(\psi) \sin \psi d\psi, \\
- Ha'_{22} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a_2(\psi) \sin \psi d\psi, \\
- Ha_{23} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a_3(\psi) \sin \psi d\psi, \\
- Ha'_{11} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a_1(\psi) \cos \psi d\psi, \\
- Ha_{12} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a_2(\psi) \cos \psi d\psi, \\
- Ha_{13} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a_3(\psi) \cos \psi d\psi.
\end{aligned} \tag{22}$$

Из уравнений (22) получаем формулы для вычисления неизвестных величин $c_1, c_2, a'_{11}, a'_{22}, a_{12}, a_{13}, a_{23}$:

$$\begin{aligned}
c_1 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} a_1(\psi) d\psi - \frac{Z}{H\pi} \int_0^{2\pi} a_3(\psi) \cos \psi d\psi, \\
c_2 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} a_2(\psi) d\psi + \frac{Z}{H\pi} \int_0^{2\pi} a_3(\psi) \sin \psi d\psi, \\
a_{12} &= -\frac{1}{H\pi} \int_0^{2\pi} a_1(\psi) \sin \psi d\psi = \frac{1}{H\pi} \int_0^{2\pi} a_2(\psi) \cos \psi d\psi, \\
a'_{22} &= -\frac{1}{H\pi} \int_0^{2\pi} a_2(\psi) \sin \psi d\psi, \\
a_{23} &= -\frac{1}{H\pi} \int_0^{2\pi} a_3(\psi) \sin \psi d\psi, \\
a'_{11} &= \frac{1}{H\pi} \int_0^{2\pi} a_1(\psi) \cos \psi d\psi,
\end{aligned} \tag{23}$$

$$a_{13} = \frac{1}{N\pi} \int_0^{2\pi} a_3(\psi) \cos \psi d\psi.$$

Кроме этого имеется еще одно уравнение, связывающее неизвестные c_3 и a'_{33} :

$$c_3 + a'_{33}Z = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} a_3(\psi) d\psi \quad (24)$$

Таким образом, для определения вектора помехи $\vec{\Pi}_R$ требуется информация, полученная в результате поворотов инклинометрического прибора при $\theta=0$ и $\theta=\theta_1 \neq 0$, на самом деле достаточно получить экспериментальные данные при вращении прибора при угле $\theta=0$ и одного замера при $\theta=\theta_1 \neq 0$.

В первом случае вектор помехи $\vec{\Pi}_R$ определяется из формул (19), (20), (23) и (24), в другом – из уравнений (23), (24) и трех уравнений (11) при $\theta=\theta_1$, $\varphi=\varphi_1$, вычисленных по «показаниям» акселерометров (см. формулы (0.5))

Алгоритм вычисления вектора помехи. Первый вариант алгоритма.

При вращении инклинометра при зенитном угле $\theta=\theta_1 \neq 0$ используя формулу (5) получаем следующие экспериментальные данные: $\theta_1, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n; a_i(\varphi_1), a_i(\varphi_2), \dots, a_i(\varphi_n), i=1,2,3$. Отметим, что значения визирного угла φ можно расположить (пронумеровать) в порядке возрастания $0 \leq \varphi_1 < \varphi_2 < \dots < \varphi_n \leq 2\pi$.

При $\theta=0$ получаем следующие экспериментальные данные $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_m, a_i(\psi_1), a_i(\psi_2), \dots, a_i(\psi_m), i=1,2,3$. И опять можно считать, что $0 \leq \psi_1 < \psi_2 < \dots < \psi_m \leq 2\pi$.

Далее по формулам прямоугольников, трапеций или парабол вычисляем интегралы:

$$q_i = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} a_i(\varphi) d\varphi, \quad \chi_i = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a_i(\varphi) \sin \varphi d\varphi, \quad (25)$$

$$\varepsilon_i = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a_i(\varphi) \cos \varphi d\varphi, \quad i = 1, 2, 3;$$

$$\beta_i = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} a_i(\psi) d\psi, \quad \gamma_i = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a_i(\psi) \sin \psi d\psi, \quad (26)$$

$$\delta_i = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a_i(\psi) \cos \psi d\psi, \quad i = 1, 2, 3.$$

Согласно формулам (23), полагаем

$$c_1 = \beta_1 - \frac{Z}{H} \delta_3, \quad c_2 = \beta_2 - \frac{Z}{H} \gamma_3, \quad a_{12} = -\frac{1}{H} \gamma_1 = \frac{1}{H} \delta_2,$$

$$a'_{22} = -\frac{1}{H} \gamma_2, \quad a_{23} = -\frac{1}{H} \gamma_3, \quad a_{13} = \frac{1}{H} \delta_3, \quad a'_{11} = \frac{1}{H} \delta_1. \quad (27)$$

Тогда формулы (19) примут вид:

$$\beta_1 - \frac{Z}{H} \delta_3 = q_1 - [(\mu H \sin \alpha + Z \sin \theta_1) \operatorname{tg} \theta_1 + Z \cos \theta_1] \frac{(\varepsilon_3 \mu - \chi_3)}{(1 + \mu^2) H \sin \alpha}$$

$$\beta_2 + \frac{Z}{H} \gamma_3 = q_2 + [(\mu H \sin \alpha + Z \sin \theta_1) \operatorname{tg} \theta_1 + Z \cos \theta_1] \frac{(\varepsilon_3 + \mu \chi_3)}{(1 + \mu^2) H \sin \alpha}$$

$$\delta_3 = \frac{(\varepsilon_3 \mu - \chi_3)}{(1 + \mu^2) \sin \alpha}, \quad \gamma_3 = \frac{(\varepsilon_3 + \mu \chi_3)}{(1 + \mu^2) \sin \alpha},$$

$$\delta_1 = \frac{1}{2 \sin \alpha} \left\{ -(\chi_1 + \varepsilon_2) + \frac{\mu(\varepsilon_1 + \chi_2) - (\chi_1 - \varepsilon_2)}{(1 + \mu^2)} \right\},$$

$$\gamma_2 = \frac{1}{2 \sin \alpha} \left\{ \chi_1 + \varepsilon_2 + \frac{\mu(\varepsilon_1 + \chi_2) - (\chi_1 - \varepsilon_2)}{(1 + \mu^2)} \right\}. \quad (28)$$

По одной из полученных формул определим $\sin \alpha = \varepsilon$

Например, если $\delta \neq 0$, то можно считать $\varepsilon = \frac{\varepsilon_3 \mu - \chi_3}{(1 + \mu^2) \delta_3}$.

И, наконец, для определения c_3 и a'_{33} имеем соотношения:

$$\begin{cases} c_3 + a'_{33}[(\mu H \varepsilon + Z \sin \theta_1) \operatorname{tg} \theta_1 + Z \cos \theta_1] = g_3 \\ c_3 + a'_{33} Z = \beta_3. \end{cases} \quad \text{Откуда}$$

$$a'_{33} = \frac{q_3 - \beta_3}{[(\mu H \varepsilon + Z \sin \theta_1) \operatorname{tg} \theta_1 + Z \cos \theta_1 - Z]},$$

$$c_3 = \beta_3 - \frac{Z(q_3 - \beta_3)}{[(\mu H \varepsilon + Z \sin \theta_1) \operatorname{tg} \theta_1 + Z \cos \theta_1 - Z]}.$$

Второй вариант алгоритма.

В этом случае используем следующие экспериментальные данные:

$$\theta_1, \varphi_1, \quad a_i(\varphi_1), \quad i = 1, 2, 3;$$

$$\psi_i, \quad a_i(\psi_i), \quad i = 1, 2, 3, \dots, m.$$

Как и выше, используя значения интегралов (26), определяем величины $c_1, c_2, a_{12}, a_{13}, a_{23}, a'_{11}, a'_{22}$ по формулам (27).

Далее рассмотрим соотношения (11) при $\theta = \theta_1, \varphi = \varphi_1$, которые перепишем следующим образом:

$$\begin{aligned} & [a_{13} H \sin \theta_1 - H a_{12} \sin \varphi_1 \cos \theta_1] \cos \alpha + [-a'_{11} H \sin \varphi_1 + a'_{11} H \cos \varphi_1 \cos \theta_1 - \\ & - H a_{12} \cos \varphi_1] \sin \alpha = a_1(\varphi_1) - c_1 - Z a_{13} \cos \theta_1 - Z a_{12} \sin \varphi_1 \sin \theta_1 + \\ & + Z a'_{11} \cos \varphi_1 \sin \theta_1, \\ & [a_{23} H \sin \theta_1 - a'_{22} H \sin \varphi_1 \cos \theta_1] \cos \alpha + [-a_{21} H \sin \varphi_1 + a_{12} H \cos \varphi_1 \cos \theta_1 - \\ & - a'_{22} H \cos \varphi_1] \sin \alpha = a_2(\varphi_1) - c_2 - a_{23} Z \cos \theta_1 - a'_{22} Z \sin \varphi_1 \sin \theta + \\ & + a_{12} Z \cos \varphi_1 \sin \theta \\ & c_3 + a'_{33} (H \sin \theta_1 - H a_{12} \sin \varphi_1 \cos \theta_1) = a_3(\varphi_1) - \sin \varphi_1 [-a_{13} H \sin \theta_1 + \\ & + a_{23} (-H \cos \theta_1 \cos \alpha + Z \sin \theta_1)] - \cos \varphi_1 [a_{13} (H \cos \theta \sin \alpha - Z \sin \theta) - \\ & - a_{23} H \sin \alpha] \end{aligned} \quad (29)$$

Теперь из первого и второго уравнения системы (29) определим величины $\cos \alpha$ и $\sin \alpha$ с учетом формул (27) и тогда, используя третье уравнение (29) и уравнение $c_3 + a'_{33} Z = \beta_3$, находим неизвестные c_3 и a'_{33} .

После того, как вектор помехи $\vec{\Pi}$ уже определен для вычисления азимута используем формулы (4) и (5).

Из формулы (5) определяются зенитный угол θ и визирный φ .
Далее, предполагая, что матрица A'_Π :

$$A'_\Pi = \begin{bmatrix} a'_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a'_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a'_{33} \end{bmatrix}$$

невырожденная из (4) получаем соотношение:

$$A\alpha\vec{T}_{R_0} = A_\theta^{-1}A_\varphi^{-1}A'^{-1}_\Pi \begin{bmatrix} a_1(\varphi) - c_1 \\ a_2(\varphi) - c_2 \\ a_3(\varphi) - c_3 \end{bmatrix}. \quad (30)$$

Введем обозначение:

$$A_\theta^{-1}A_\varphi^{-1}A'^{-1}_\Pi \begin{bmatrix} a_1(\varphi) - c_1 \\ a_2(\varphi) - c_2 \\ a_3(\varphi) - c_3 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix}.$$

Тогда система уравнений (30) в скалярной форме примет вид:

$$H \cos \alpha = A_1, \quad -H \sin \alpha = A_2, \quad Z = A_3. \quad \text{Откуда} \quad \text{однозначно}$$

определяется азимут α .

Если определитель матрицы A'_Π равен нулю, то следует рассмотреть матрицу $A'_\Pi A_\varphi A_\theta$:

$$A'_\Pi A_\varphi A_\theta = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix}$$

и тогда матричное соотношение (4) (9) в развернутом виде записывается так:

$$\begin{aligned}
\alpha_{11}H\cos\alpha - \alpha_{12}H\sin\alpha &= a_1(\varphi_1) - c_1 - \alpha_{13}Z \\
\alpha_{21}H\cos\alpha - \alpha_{22}H\sin\alpha &= a_2(\varphi_1) - c_2 - \alpha_{23}Z \\
\alpha_{31}H\cos\alpha - \alpha_{32}H\sin\alpha &= a_3(\varphi_1) - c_3 - \alpha_{33}Z
\end{aligned}
\tag{31}$$

При условии, что вектора $(\alpha_{11}, \alpha_{21}, \alpha_{31})$ и $(\alpha_{12}, \alpha_{22}, \alpha_{32})$ - линейно независимы, из уравнений (31) однозначно определяем азимут α , в противном случае этого сделать нельзя.

Выводы. С использованием теории матриц разработана математическая модель вычисления азимута наклонной скважины инклинометрическим преобразователем с тремя ортогональными феррозондами и акселерометрами, которая учитывает погрешность влияния «твердого» и «мягкого железа». Алгоритмическое устранение данной погрешности из показаний магнитного азимута позволяет снизить ошибку измерения до величин, определяемых лишь погрешностью магниточувствительных первичных измерительных преобразователей, составляющих инклинометр.

Литература:

1. Исаченко В.Х. *Инклинометрия скважин*. – М.: Недра, 1987. – 216 с.
2. Ковшов Г.Н. *Приборы контроля пространственной ориентации скважин при бурении* / Г.Н. Ковшов, Г.Ю. Коловертнов. – Уфа: Изд-во УГНТУ, 2001. – 228 с.
3. Афанасьев Ю.В. *Магнитные преобразователи, приборы, установки*. – Л.: Энергия, 1973. – 272 с.
4. Ковшов Г.Н. *Инклинометры. (Основы теории и проектирования)* / Ковшов Г.Н., Алимбеков Р.И., Жибер А.В. – Уфа: Гилем, 1998. – 380 с.
5. Ковшов Г.Н. *Математическая модель феррозондового инклинометрического преобразователя с учетом погрешности от*

- колонны буровых труб / Г.Н. Ковшов, Е.А. Пономарева, И.В. Рыжков, А.В. Садовникова // *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. – 2008. – №1 – 2. – С. 35 – 39.
6. Пономарева Е.А. Расчет и алгоритмическая компенсация магнитной девиации инклинометра / Е.А. Пономарева, Г.Н. Ковшов, И.В. Рыжков, А.В. Садовникова // *Прикладные задачи математики и механики: междунар. науч. – техн. конф., 14 – 18 сент. 2009 г.: тезисы докл.* – Севастополь, 2009. – С. 216 – 221.
7. Фрезер Р. Теория матриц и ее приложения к дифференциальным уравнениям и динамики / Фрезер Р., Дункан В., Коллар А. – М.: ИИЛ, 1950. – 445 с.

References:

1. Isachenko V.H. *Inklinometrija skvazhin*. – М.:Nedra, 1987. – 216s.
2. Kovshov G.N. *Pribory kontrolja prostranstvennoj orientacii skvazhin pri bureanii* / G.N. Kovshov, G.Ju. Kolovertnov. – Ufa: Izd-vo UGNTU, 2001. – 228 s.
3. Afanas'ev Ju.V. *Magnitnye preobrazovateli, pribory, ustanovki*. – L.: Jenergija, 1973. – 272 s.
4. Kovshov G.N. *Inklinometry. (Osnovy teorii i proektirovanija)* / Kovshov G.N., Alimbekov R.I., Zhiber A.V. – Ufa: Gilem, 1998. – 380 s.
5. Kovshov G.N. *Matematicheskaja model' ferrozondovogo inklinometricheskogo preobrazovatelja s uchetom pogreshnosti ot kolonny burovyh trub* / G.N. Kovshov, E.A. Ponomareva, I.V. Ryzhkov, A.V. Sadovnikova // *Visnik Pridniprovs'koї derzhavnoї akademii budivnictva ta arhitekturi*. – 2008. – №1 – 2. – S. 35 – 39.
6. Ponomareva E.A. *Raschet i algoritmicheskaja kompensacija magnetnoj deviacii inklinometra* / E.A. Ponomareva, G.N. Kovshov, I.V. Ryzhkov, A.V. Sadovnikova // *Prikladnye zadachi matematiki i mehaniki*:

mezhdunar. nauch. – tehn. konf., 14 – 18 sent. 2009 g.: tezisy dokl. – Sevastopol', 2009. – S. 216 – 221.

7. *Frezer R. Teorija matric i ee prilozhenija k differencial'nym uravnenijam i dinamiki / Frezer R., Dunkan V., Kollar A. – M.: IIL, 1950. – 445 s.*