

Економіка

УДК 330.101.541:519.876

Одрехівський Микола Васильович

*доктор економічних наук, професор,
професор кафедри менеджменту і міжнародного підприємництва
Національний університет «Львівська політехніка»*

Odrekhivskyi Mykola

*Doctor of Economics, Professor,
Professor of the Department of Management and International Entrepreneurship
Lviv Polytechnic National University
ORCID: 0000-0003-3165-4384*

Малиновський Юрій Володимирович

*кандидат економічних наук, доцент,
доцент кафедри менеджменту і міжнародного підприємництва
Національний університет «Львівська політехніка»*

Malynovskyi Yurii

*PhD in Economics, Associate Professor,
Associate Professor of the Department of Management and International Entrepreneurship
Lviv Polytechnic National University
ORCID: 0000-0002-7139-5623*

Буховцев Марко Юрійович

*аспірант
Національного університету «Львівська політехніка»*

Bukhovtsev Marko

*Postgraduate Student of the
Lviv Polytechnic National University
ORCID: 0009-0009-2321-0928*

НЕЛІНІЙНА ГРАВІТАЦІЙНА МОДЕЛЬ ІНЕРЦІЙНОГО ПОЛЯ ФІНАНСОВОГО РИНКУ NONLINEAR GRAVITATIONAL MODEL OF THE INERTIAL FIELD OF THE FINANCIAL MARKET

Анотація. Вступ. Сучасні рівноважні моделі попиту й пропозиції описують ціну як результат миттєвого перетину кривих у статичному просторі й імпліцитно припускають безпам'ятну динаміку. У мікроструктурній перспективі безперервного аукціону такий підхід виявляється недостатнім: Auction Market Theory / Market Profile задає топологію аукціону, але не містить явної міри інерційного тиску, тоді як propagator- та Hawkes-моделі працюють з пам'яттю на рівні потоків ордерів, проте не пов'язують її з аукціонною формою. Це зумовлює потребу у цілісній метриці ринкової пам'яті, що поєднує геометрію Market Profile з каузальним згасанням впливу подій.

Мета. Теоретично обґрунтувати та продемонструвати на ринкових даних нелінійну гравітаційну метрику інерційного впливу (Gravity), яка завершує перехід від класичної рівноваги через аукціонну форму Market Profile до скалярного інерційного поля пам'яті та дає змогу ідентифікувати приховані режимні зсуви й інерційний ризик.

Матеріали і методи. Теоретичною основою слугують праці з ринкової мікроструктури, Auction Market Theory, моделей Lillo–Mike–Farmer, пропагаторних підходів та Hawkes-процесів. Сформульовано аксіоматику оператора пам'яті (однобічність у часі, каузальність, монотонне згасання, внутрішнє нормування, масштабна інваріантність) та виконано гравітаційну редукцію, у якій «маса події» та часовий лаг поєднуються степеневим ядром згасання. Емпіричну ілюстрацію побудовано на даних

BTC/USDT: для щоденних Market Profile розраховано Gravity за ціною та обсягом і проаналізовано хвильову структуру відповідних інерційних полів.

Результати. Запропоновано послідовну схему «лінія → форма → метрика пам'яті», у межах якої Market Profile інтерпретується як топологічна основа інерційного поля, а метрика Gravity – як скалярний потенціал $\Phi(t)$, що акумулює історію аукціонних подій за законом каузального згасання. Показано, що інерційне поле має хвильовий, нелінійний характер: виділяються плато прихованого нагромадження напруження, зони високої кривизни, пов'язані з режимними переналаштуваннями, та дивергенції між ціновим і об'ємним компонентами Gravity, які слугують ранніми індикаторами фазових зламів і змін ліквідності. Порівняння з propagator- та Hawkes-моделями дає змогу трактувати Gravity як ефективну метрику пам'яті, прив'язану одночасно до часу й аукціонної топології.

Перспективи. Подальші дослідження доцільно спрямувати на формальне оцінювання параметрів ядра згасання та статистичну валідацію Gravity на різних класах активів і ринкових режимах, а також на інтеграцію інерційного поля у системи моніторингу ринкових ризиків. Перспективним є розвиток мультимасштабного «ландшафту інерції», порівняння гравітаційної метрики з альтернативними моделями пам'яті та побудова прикладних індикаторів інерційного ризику для підтримки алгоритмічних стратегій і антикризового управління.

Ключові слова: *попит і пропозиція, аукціонна теорія ринку, ринкова мікроструктура, каузальна пам'ять, інерційне поле, закон згасання, гравітаційна метрика, режимні зсуви, ризик.*

Summary. *Introduction. Modern equilibrium demand–supply models describe price as the outcome of an instantaneous intersection of curves in a static*

space and implicitly assume memoryless dynamics. From the microstructure perspective of a continuous double auction, this approach proves insufficient: Auction Market Theory / Market Profile specifies the topology of the auction but does not provide an explicit measure of inertial pressure, while propagator and Hawkes models operate with memory at the level of order flows but do not link it to the auction form. This creates the need for an integrated market-memory metric that combines the geometry of the Market Profile with the causal decay of event impacts.

Purpose. To theoretically substantiate and demonstrate on market data a nonlinear gravity-based metric of inertial influence (Gravity) that completes the transition from classical equilibrium, via the auction form of the Market Profile, to a scalar inertial memory field and makes it possible to identify hidden regime shifts and inertial risk.

Materials and methods. The theoretical basis consists of works on market microstructure, Auction Market Theory, Lillo–Mike–Farmer models, propagator approaches and Hawkes processes. An axiomatics of the memory operator is formulated (time-directionality, causality, monotonic decay, internal normalization, scale invariance), and a gravity reduction is performed in which the “mass of an event” and its temporal lag are combined through a power-law decay kernel. The empirical illustration is built on BTC/USDT data: for daily Market Profiles, Gravity is calculated with respect to price and volume, and the wave structure of the corresponding inertial fields is analysed.

Results. A consistent “line $\rightarrow$ form $\rightarrow$ memory metric” scheme is proposed, within which the Market Profile is interpreted as the topological basis of the inertial field, and the Gravity metric as a scalar potential $\Phi(t)$ that accumulates the history of auction events according to a causal decay law. It is shown that the inertial field is wave-like and nonlinear in nature: plateaus of hidden stress accumulation, zones of high curvature associated with regime adjustments, and divergences between the

price- and volume-based components of Gravity are identified; these divergences serve as early indicators of phase breaks and changes in liquidity. Comparison with propagator and Hawkes models allows Gravity to be interpreted as an effective memory metric that is simultaneously anchored in time and in the auction topology.

Prospects. Further research should focus on formal estimation of decay-kernel parameters and statistical validation of Gravity across different asset classes and market regimes, as well as on the integration of the inertial field into market-risk monitoring systems. Promising directions include the development of a multi-scale “inertia landscape”, comparison of the gravity metric with alternative memory models, and the construction of applied inertial-risk indicators to support algorithmic strategies and crisis-management decisions.

Key words: *demand and supply, auction market theory, Market Profile, market microstructure, causal memory, inertial field, decay law, gravity-based metric, regime shifts, risk.*

Постановка проблеми. Класичний рівноважний апарат попиту–пропозиції описує ціну як результат миттєвого перетину двох агрегованих кривих в одномірному статичному просторі. Така побудова зручна для порівняльної статистики, але фактично вилучає час з внутрішньої геометрії процесу й імпліцитно припускає безпам’ятну (марковську) реакцію: кожний новий стан визначається лише поточними значеннями змінних, без кумуляції наслідків попередніх подій [1; 2].

Auction Market Theory / Market Profile принципово збагачує цю картину, переводячи опис від «лінії» до «форми»: профіль ринку відтворює розподіл часу й обсягу за ціною, виокремлює зони вартості, точки контролю та денні морфології, роблячи видимими фази балансу й дисбалансу аукціону [3; 4]. У цій оптиці формується топологія ринку: вузли високої щільності

відповідають стійкому прийняттю, а «перешийки» низької щільності — прискореним проходом через тонку ліквідність. Однак Market Profile за своєю природою залишається переважно дескриптивним інструментом: він фіксує форму аукціону, але не надає явної метрики інерційного тиску й не вимірює, з якою силою і як довго минулі події продовжують впливати на поточний стан. Іншими словами, форма не є метрикою пам'яті.

Сучасні пропагаторні моделі ринкового імпаكتу та підходи типу Lillo–Mike–Farmer трактують ціну як каузальну згортку історії ордерного потоку з ядром згасання, а Hawkes-процеси описують самозбуджувану динаміку інтенсивностей подій [5; 8; 13; 15; 16]. У цих рамках пам'ять справді присутня, але проявляється в ядрі на рівні потоків угод чи інтенсивностей, а не на рівні аукціонної форми. Вони не дають універсальної, інструмент-незалежної скалярної величини, яку можна прямо інтерпретувати як «метрику пам'яті» над топологією Market Profile, і не забезпечують прозорого переходу від форми профілю до поля інерційного тиску, придатного для побудови індикаторів ризику.

У результаті постає методологічно виразна прогалина. З одного боку, аукціонна форма Market Profile забезпечує топологію процесу («де» і «як» ринок перебував), але не містить причинних ваг. З другого — пропагаторні й Hawkes-моделі задають ядра пам'яті у просторі імпульсів, але не пов'язують їх системно з геометрією розподілу ліквідності й не дають інваріантної скалярної міри, яку можна трактувати як поле інерційного впливу над аукціоном [5; 8; 9; 15; 16].

Отже, наукова проблема, що розв'язується у статті, полягає в теоретичному обґрунтуванні та побудові нелінійної гравітаційної метрики інерційного впливу (Gravity), яка завершує методологічний перехід «лінія → форма → метрика пам'яті», поєднуючи класичну рівновагу попиту–пропозиції

з Auction Market Theory та мікроструктурними моделями пам'яті; Саме потреба в такій цілісній, інваріантній метриці пам'яті, що пов'язує Market Profile з каузальною динамікою інерції й водночас концептуально відрізняється від існуючих propagator/Hawkes-моделей, визначає актуальність і структуру подальшого дослідження.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Сучасна теорія мікроструктури фінансових ринків спирається на класичні роботи М. О'Гари та Дж. Гасбрука, у яких формалізовано зв'язок між послідовністю торговельних подій, інформаційною асиметрією, ліквідністю та формуванням ціни [1; 2]. Саме ці праці задали канон підходу, де рівновага попиту й пропозиції розглядається не як абстрактна крива, а як результат взаємодії ордерів у конкретних торговельних механізмах, доповнений динамічною моделлю інсайдерської торгівлі А. Кайла [11].

На цьому тлі Auction Market Theory та Market Profile, започатковані Дж. П. Стайдлмайером і розвинуті в роботах [3; 4], запропонували іншу оптику: ринок як аукціонний процес, де ключовою є форма розподілу обсягу у просторі ціни, а не статична рівновага. Market Profile фактично перетворює часовий ряд на "термограму" колективної поведінки учасників торгів, дозволяючи виділяти балансні й дисбалансні зони, проте залишається переважно дескриптивною технологією: вона не надає універсальної метрики сили "поля" попиту-пропозиції, а тим більше – метрики ринкової пам'яті.

Розвиток емпіричної мікроструктури показав, що найважливішою "прихованою змінною" є не разові дисбаланси попиту й пропозиції, а їх персистентність у часі. Модель довготривалої пам'яті ордерів, сформульована Ф. Лілло, С. Майком та Дж. Д. Фармером [13], демонструє повільне степеневе згасання автокореляцій ордерного потоку, несумісне з марківським уявленням про незалежні шоки [13; 5]. Оглядова праця Ж.-П. Бушо, Дж. Д. Фармера та Ф.

Лілло [5, с. 57–160] показує, що така довготривала пам'ять є універсальною емпіричною властивістю різних ринків і безпосередньо впливає на волатильність, ліквідність та форму функції ринкового впливу.

Подальший розвиток отримала лінія досліджень, що пов'язує довготривалу пам'ять ордерного потоку з нелінійною, але структуровано обмеженою функцією ринкового впливу. Робота Б. Тоота та співавторів [6] виявила аномальний (сублінійний) вплив обсягу на ціну в околі критичного режиму ліквідності, тоді як J. Donier запропонував мінімальну узгоджену модель нелінійного впливу, що генерує універсальний “квадратно-кореневий” закон імпаکتу [7]. Моделі пропагаторів, розвинуті Д. Таранто та співавторами [8], описують ціну як згортку історії ордерного потоку з пам'яттю, що згасає.

Паралельно розвивається стохастичний напрямок моделювання пам'яті через самозбуджувані точкові процеси Гокса [15]. Робота А. Гокса [15] заклала основу для опису самопосилюваного характеру послідовності подій, а робота Е. Бакрі, І. Мастроматео та Ж.-Ф. Мюзі [16] показав використання Hawkes-процесів до широкого спектра задач височастотних фінансів – від кластеризації угод до моделювання “каскадів” ліквідності й крос-активацій між інструментами. У цих моделях пам'ять інтегрована в ядрі самозбудження, що описує, як кожна подія підвищує інтенсивність наступних [15; 16].

Окремий напрямок представляють підходи до аналізу “форми” ринку через мережеві та топологічні методи. Робота Дж. Турієля, П. Барукки та Т. Асте [17] демонструє, що фільтрація кореляційних мереж шляхом топологічного мінімального остовного графа (TMFG) та аналіз симпліційної персистентності дозволяють виявляти довготривалу пам'ять у структурі фінансових мереж і пов'язувати характер згасання персистентності з ліквідністю та стадією розвитку ринку. Водночас такий підхід оперує,

передусім, узагальненою “формою” мережі кореляцій і не пропонує явної метрики інерційного поля у просторі ціни [17].

Підсумовуючи, сучасні дослідження охоплюють три комплементарні, але фрагментарно поєднані виміри: (1) опис мікроструктури торгів як інформаційного й інституційного механізму [1; 2; 11]; (2) дескриптивну геометрію ринку в термінах Auction Market Theory та Market Profile [3; 4]; (3) формалізацію довготривалої пам’яті в ордерному потоці й нелінійного імпакту через моделі LMF, Hawkes-процеси та пропагаторні підходи [5–8; 13–16]. Втім, жоден з цих напрямів не пропонує універсальної, інструмент-незалежної метрики “гравітаційного” поля пам’яті, яка одночасно:

пов’язувала б форму профілю (розподіл обсягу в ціні) з динамікою імпульсу й інерції;

була б сумісною з обмеженнями відсутності динамічного арбітражу;

допускала б інтерпретацію як для локальної (інструмент-специфічної), так і для крос-ринкової динаміки.

Саме ця прогалина – відсутність узгодженої “метрики пам’яті”, що поєднує Auction Market Theory з теорією довготривалої пам’яті мікроструктурних процесів, – і зумовлює потребу у запровадженні гравітаційної метрики (Gravity metric), розробленої в основній частині статті як модель поля інерції та джерело нового інструментарію діагностики ринку.

Формулювання цілей статті. Мета. Теоретично обґрунтувати й продемонструвати на ринкових даних нелінійну гравітаційну метрику інерційного впливу (Gravity), що кумулює події минулого за законом каузального згасання і тим самим узгоджує «форму» Auction Market Theory з вимірюваною «силою» пам’яті.

Для досягнення зазначеної мети у роботі поставлено такі завдання:

Здійснити концептуалізацію проблеми пам'яті в аукціонній мікроструктурі: показати на основі існуючих підходів, що класичні рівноважні моделі попиту–пропозиції та описові інструменти Market Profile не містять явної метрики інерційного тиску, а фільтраційні процедури (ковзні середні, згладжування, вейвлет-фільтри) розв'язують іншу задачу — зменшення варіативності, а не вимірювання спадковості.

Сформулювати аксіоматику оператора пам'яті для ринкового процесу: визначити вимоги до ядра згасання (однобічність у часі, каузальність, монотонне затухання, внутрішнє нормування, масштабна інваріантність) та узгодити їх з обмеженнями відсутності динамічного арбітражу й стилізованими фактами мікроструктури (довга пам'ять order flow, кластеризація волатильності).

Розробити гравітаційну редукцію інерційного впливу: побудувати відповідність між економічними величинами й елементами гравітаційної метрики (масштаб події як «маса», часовий лаг як «відстань», закон згасання як аналог сили взаємодії), вивести загальну форму інерційного потенціалу, як каузальної згортки історії подій та дослідити його інваріантні властивості.

Показати прикладне значення інерційного поля для управління ризиками: продемонструвати, як інерційні плато та зони високої кривини можуть використовуватися для ідентифікації періодів прихованого напруження, підвищеної чутливості до шоків та потенційних режимних переломів, а також окреслити можливі напрями інтеграції метрики Gravity у системи моніторингу ринкових ризиків.

У сукупності виконання цих завдань має завершити методологічний перехід «лінія → форма → метрика пам'яті» та перетворити Auction Market Theory з переважно описової концепції на кількісно операційний каркас для аналізу інерційних властивостей ринку.

Виклад основного матеріалу. Класична модель попиту й пропозиції є канонічним прикладом одномірної лінійної конструкції: рівновага визначається як точка перетину двох агрегованих функцій, а порівняльна статика — як локальна чутливість цієї точки до зміни параметрів. Така геометрія є принципово статичною: час не виступає внутрішньою координатою, а кумуляція подій не відображається жодною з базових змінних. У контексті реального безперервного аукціону це істотно обмежує пояснювальну спроможність підходу, оскільки поза моделлю залишаються інерція, спадкова структура впливів та передумови режимних зрушень у динаміці ціни. Саме ця невідповідність між статичною лінійною схемою та процесуальною природою ціноутворення обумовлює потребу в зміні аналітичної рамки.

Інтеграція аукціонної логіки ліквідності переорієнтувала аналіз на послідовний процес балансування та дисбалансу у книзі заявок (поточна структура попиту та пропозиції у вигляді лімітних ордерів). Auction Market Theory / Market Profile зміщує фокус із «миттєвого перетину» до форми розподілу часу й обсягу за ціною, виокремлюючи референтні зони вартості, точки контролю та характерні морфології щоденних аукціонів. У цьому сенсі одномірна лінія рівноваги поступається місцем топології: ринок розглядається як фазово організована система, у якій конфігурація профілів репрезентує перехідні стани між стабілізацією та імпульсним пошуком нової рівноважної області.



Рис.1. Динаміка ціни BTC/USDT та щоденний Market Profile у середовищі ATAS [19]

Джерело: систематизовано автором на основі [3; 4]; візуалізація виконана із застосуванням стандартного вбудованого індикатора Market Profile

На рис. 1 подано щоденні профілі за ціною (time-based Market Profile без обсягу). Для кожної торгової сесії вздовж осі цін агрегується тривалість перебування ціни на відповідному рівні. Операційно це відповідає підрахунку кількості елементарних інтервалів часу, протягом яких котирування перебувало в ϵ -околі певного рівня (класичні ТРО — *time-price opportunities*, тобто кількість інтервалів часу, у яких ціна торкалася певного рівня). Отримана горизонтальна «товщина» профілю є емпіричною оцінкою частоти перебування на рівні ціною, тобто мірою того, наскільки стійко ринок приймав його протягом дня. Місце де попит з пропозицією швидко знаходять відповідність, ціна затримується довше та формує розширені сегменти профілю; де книга заявок «тонка», перебування ціни є короткими, а профіль звужується. У такий спосіб аукціонна логіка мікроструктури набуває

графічної форми: профіль відтворює розподіл прийняття цін уздовж вертикальної шкали, пропонуючи не траєкторію, а морфологію аукціону.

У цьому представленні РОС (*point of control*, тобто «точка контролю» — ціновий рівень із максимальною кількістю ТРО, який виступає модальним центром денного аукціону.) інтерпретується як рівень з максимальною тривалістю перебування за сесію — модальний пункт розподілу, тобто емпіричний «центр ваги» денного прийняття ціни. Область цінності (*Value Area*) — це найвужчий інтервал цін, який охоплює основну масу денного перебування; її межі відділяють зону відносно стійкої згоди між сторонами, де попит і пропозиція рідко знаходять тривалу рівновагу. Зміщення РОС та області цінності від сесії до сесії відображає релокацію зони вартості й переналаштування ліквідності в аукціонній системі.

Таким чином, профіль за ціною фіксує форму аукціону: топологію з вузлами високої густини (зони стійкого прийняття) та «перешийками» низької густини (швидкі проходи через тонку ліквідність). На відміну від стандартного часово-цінового графіка, який подає лише траєкторію котирувань, профіль описує розподільну геометрію процесу — де і як довго відбувалося взаємодія попиту й пропозиції. Це і є перехід від лінійної «кривої рівноваги» до форми: ринок розглядається як фазово організований об'єкт, де конфігурація профілю репрезентує внутрішню структуру денного аукціону.

У подальшому саме ця аукціонна форма слугує базовим каркасом для метрики пам'яті. Додаючи до профілю часову вагу подіям — тобто каузальне згасання внеску минулих епізодів прийняття/відторгнення з лагом — ми переходимо від суто описової геометрії до кількісного інерційного поля. У такому полі кожен ціновий рівень виступає як потенційне джерело інерції, а минулі епізоди активності отримують формалізований внесок у поточний інерційний тиск. Цей перехід до гравітаційної метрики інерції закриває

методологічний міст між аукціонною візуалізацією та каузальним описом ринкової пам'яті, що розгортається в подальших підрозділах.

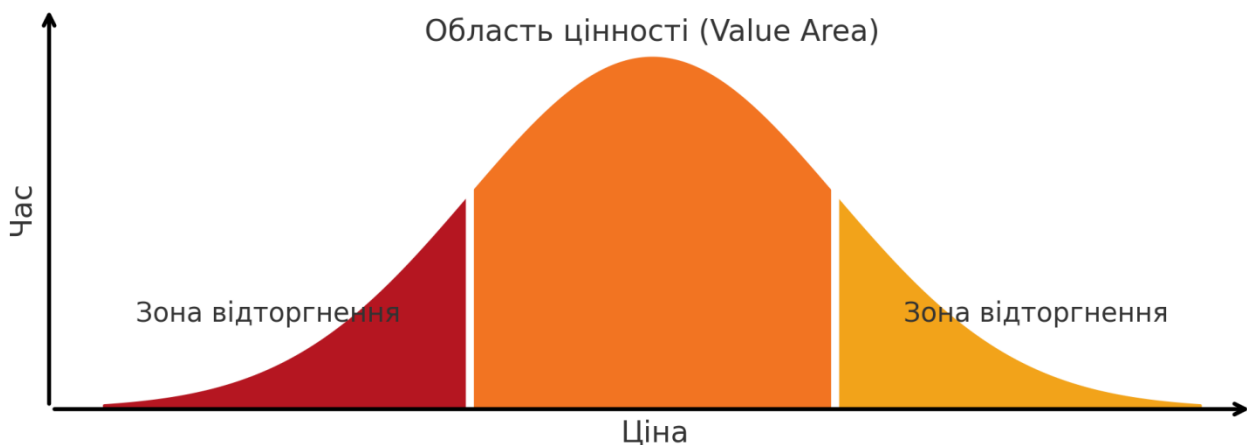


Рис. 2. Схематична форма аукціонного профілю: область цінності (Value Area) та периферійні зони швидкого відторгнення (rejection areas)

Джерело: власна ілюстративна розробка автора

Наведений на рис. 2 ескіз подає профіль ринку як неперервну густину аукціонної активності вздовж шкали цін — фактично як «хвилю» ліквідності, де амплітуда відображає інтенсивність колективного прийняття цінового рівня. Центральний сегмент відповідає області цінності (*Value Area*): компактному діапазону, у межах якого зосереджена основна маса денного перебування ціни. Вершина куполоподібної форми збігається з точкою контролю (*Point of Control*, *POC*) — модальним рівнем розподілу, емпіричним центром ваги щоденного прийняття. Крайні сегменти («хвости» профілю) відображають зони швидкого відторгнення: там ліквідність тонка, зустрічний інтерес вичерпується швидко, а проходи ціни є прискореними. У термінах аукціону це геометризує баланс/дисбаланс: ядро розподілу — область

відносно стійкої згоди між сторонами, хвости —зони, де попит і пропозиція не здатні підтримувати тривалу рівновагу і ціна рухається далі.

Такий профіль фіксує не траєкторію котирувань, а форму розподілу ліквідності за день — морфологію аукціону. У загальному випадку ця форма є змінною: поряд з одnogорбими профілями спостерігаються скошені (домінування одного крила), дво- й багатомодальні (розщеплення на кілька зон вартості), конфігурації з плоскою вершиною («плато» тощо). Мовою статистики це варіації асиметрії, і модальності густини; мовою аукціону — різні режими організації ліквідності та прийняття/відторгнення цінових рівнів. Вузли високої щільності (*high volume nodes*) функціонують як локальні «якорі» прийняття, тоді як низькощільні «перешийки» (*low volume nodes*) виконують роль каналів прискореного переходу між режимами. У такій інтерпретації профіль виступає топологічною картою аукціону й одночасно поперечним зрізом хвильової мікроструктури ліквідності.

З погляду теорії систем, ця хвильова форма є агрегованим відображенням колективного апетиту до прибутку та ризику (умовно — «жадібності») на даній сесії: зони підвищеної амплітуди відображають кумулятивне «навантаження» попиту й пропозиції, периферійні згасання — сфери швидкого відторгнення. Перехід до такої мови фактично вводить фізичну оптику опису: замість ізольованих цінових точок розглядається неперервне поле інтенсивності, для якого природними стають поняття амплітуди, градієнта, кривини, «резервуарів» та «каналів» потоку. Саме в цьому сенсі профіль виконує роль проміжної ланки між економічною візуалізацією аукціону та фізичною мовою полів і хвиль. Далі, накладаючи на цю форму каузальну часову пам'ять (закон згасання внесків подій), ми інтерпретуємо її як поверхню розподілу потенціалу: зони високої щільності — як інерційні басейни, «шийки» — як області підвищеного градієнта, а

деформації форми між сесіями — як прояв хвильової, гравітаційно подібної динаміки інерційного тиску. Це й відкриває можливість переходу від форми до гравітаційної метрики пам'яті в подальших підрозділах.

Оскільки профіль ринку відтворює лише форму перебігу аукціону, але не вимірює тривалість і силу впливу подій, наступним логічним кроком є запровадження часової пам'яті як окремого об'єкта вимірювання. Йдеться не про згладжування цінового ряду, а про метрику кумуляції впливів: поточний стан розглядається як результат послідовності подій, кожна з яких робить внесок із вагою, що монотонно зменшується зі збільшенням часової відстані. Перехід до інерційного поля узгоджує опис аукціону з його причинною динамікою і знімає розрив між візуальною формою та кількісною діагностикою. Звідси випливають вимоги до оператора пам'яті: односторонність у часі (впливає лише минуле), каузальність і монотонне згасання внесків, внутрішнє нормування та масштабна стабільність, які забезпечують порівнянність між активами та горизонтами аналізу. У цій рамці пам'ять принципово відрізняється від будь-якої фільтрації: фільтр зменшує варіативність сигналу, тоді як пам'ять забезпечує закон спадання впливу та сумарний обсяг вже накопиченої інерції.

Потреба в такій каузальній метриці пам'яті підкріплюється ширшим міркуванням про неінтегровність складних систем. Взаємодія великої кількості гетерогенних агентів, наявність латентної ліквідності (приховані або неявно представлені обсяги, які не відображаються у публічній книзі заявок, але впливають на реальну здатність ринку поглинати дисбаланси) й нерівномірне розкриття інформації формують динаміку, у якій малі збурення здатні породжувати непропорційно великі зміни траєкторій. Як і в класичних прикладах неінтегровності в механіці, тут немає єдиної замкненої системи рівнянь, що повністю описує всі стани; більш виправданим є перехід до

ефективних метрик, які безпосередньо вимірюють інерційний тиск, не намагаючись апріорно звести процес до статичної рівноваги.

Наступним кроком є гравітаційна редукція цього польового опису. У системах із багатьма взаємодіями поточний стан визначається кумулятивним внеском минулих збурень, причому внески згасають із ростом «відстані» до події. У класичній механіці ньютонівська модель всесвітнього тяжіння (1) описує взаємодію двох мас через геометричну відстань між ними та функцію згасання типу $1/r^2$.

$$F = G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (1)$$

У ринковій інтерпретації «другим тілом» для теперішнього стану є вся історія аукціону, а «відстань» трактується як часовий лаг між подією та моментом спостереження. «Маса події» відповідає її економічно інтерпретованій амплітуді — масштабів збурення попиту/пропозиції або зміні індикаторів, що відображає колективну жадібність. Отже, пам'ять перестає бути метафорою і стає координатою: вона визначає, як швидко згасає внесок минулих імпульсів і якою є шляхозалежність траєкторії.

Зберігаючи структурну ідею «джерело $\times$ згасання з відстанню», гравітаційна редукція замінює фізичну відстань часовим лагом, а фізичну масу — масштабом події у вибраному вимірі. Узагальнена метрика інерційного поля визначається як каузальна згортка історії подій із ядром згасання, що задовільняє аксіоматичним вимогам пам'яті (однобічність, монотонність, нормування, масштабна інваріантність).

У результаті можна запропонувати нелінійну гравітаційну формулу (2), яка одразу відображає зазначені вимоги, а саме:

$$Gravity(t) = \sum_{i=1}^N \frac{Mass\ i^p}{(Dist\ i + \varepsilon)^v} \quad (2)$$

де m_1 і m_2 — «маси», а r^2 — «відстань» між ними. Для економічного застосування ми адаптуємо цей підхід таким чином, що

Маса (m) ототожнюється з обсягом торгів (або інтегрованою «вартістю» ринкових змін, включно з цінами та іншими індикаторами);

Відстань (r) інтерпретується як часово-цінове розходження (варіації цін, лаги між подіями, індекси зовнішніх ринків). Відповідно, Замість класичного $\frac{1}{r^2}$ пропонуємо загальніше степеневе згасання (3).

$$\frac{1}{(r+\varepsilon)^v} \quad (3)$$

У результаті профіль Market Profile отримує метричний «надшар»: зони високої щільності стають інерційними басейнами накопиченого тиску, «перешийки» — областями підвищеного градієнта, а зміни форми й інерційного потенціалу між сесіями відображають релокацію «справедливої» вартості та перехід між фазами балансу й імпульсного пошуку.

З методологічної точки зору важливо усвідомлювати й межі будь-якої такої формалізації. Теорема Курта Геделя про неповноту вказують, що жодна внутрішньо несуперечлива система, достатньо багата, аби містити елементарну арифметику, не може бути водночас повною: завжди існують твердження, які неможливо довести або спростувати в її межах. Для метрики пам'яті це означає, що жоден фіксований вибір масштабу події й горизонту спостереження не вичерпує всієї каузальної багатозаровості історії; частина структури неминуче залишатиметься поза поточним формалізмом. Друга теорема неповноти підсилює цю інтуїцію: система не може довести власну узгодженість з середини, отже валідність метрики має спиратися на зовнішні критерії.

Практичним наслідком такої позиції є орієнтація не на «остаточну» модель, а на інваріанти: стабільність якісних патернів, варіювання масштабів і технічних параметрів, відтворюваність результатів на незалежних вибірках, стійкість до пертурбацій. У цьому сенсі гравітаційна метрика пам'яті розглядається як багатомасштабний простір відстаней між історіями системи: її коректність визначається здатністю зберігати інтерпретовані структури при зміні рівня деталізації.

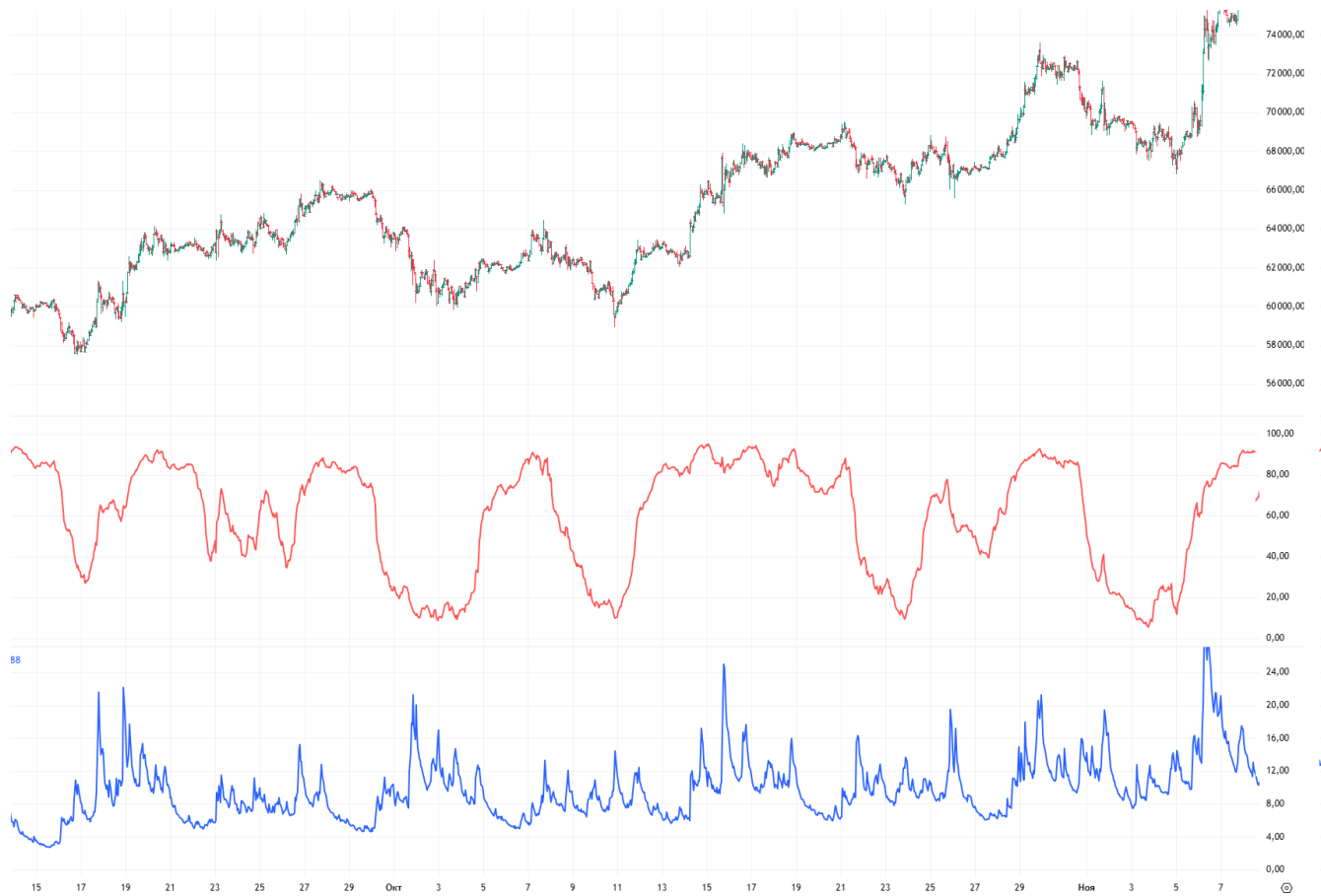


Рис. 3. Динаміка ціни BTC/USDT (верхній графік) та нелінійна гравітаційна метрика Gravity(t) за ціною та обсягом (нижні графіки)

Джерело: власна розробка автора; візуалізація результатів авторської моделі інерційного поля, реалізованої мовою Pine Script у середовищі TradingView [18]

На рис. 3 подано два взаємодоповнювальні зрізи інерційного поля Gravity: рис. 3 червона лінія - гравітаційний потенціал, побудований за ціновою амплітудою (Gravity-price), синя лінія - аналогічне поле, сформоване на основі об'ємної амплітуди (Gravity-volume). В обох випадках йдеться про ту саму каузальну метрику пам'яті, але проєктовану на різні «координати джерел»: у першому варіанті джерелом інерції виступають цінові імпульси, у другому — потоки обсягу. Таким чином, один і той самий аукціонний процес розкладається на два ортогональні компоненти інерційного тиску — «по ціні» та «по ліквідності», що вже саме по собі переводить аналіз від одномірного до багатовимірного опису нелінійної ліквідності.

Візуально обидві криві Gravity мають хвильовий характер: інерційний тиск не зростає й не спадає лінійно, а формує квазициклічні пакети — хвилі накопичення та розрядки. У ціновому зрізі ці хвилі відображають послідовність напрямлених рухів і фаз консолідації; в об'ємному — кластери активізації/згасання торгівлі та перерозподіл ліквідності між покупцями й продавцями. Узгоджені (синфазні) імпульси в обох полях інтерпретуються як епізоди узгодженої «колективної дії» — коли і ціна, і обсяг підтримують один і той самий вектор дисбалансу. Натомість дивергенції між Gravity-price і Gravity-volume вказують на приховані режими: наприклад, ціновий тиск уже виснажується, тоді як об'ємний компонент ще продовжує акумулювати напруження, або навпаки.

У цій оптиці хвилі інерційного поля можна трактувати як хвильову мікроструктуру ліквідності. На відміну від лінійних індикаторів, які реагують лише на локальні зміни, нелінійна метрика Gravity фіксує цілі патерни — цикли накопичення, фази «перенавантаження» поля, зони резонансного накладання цінових та об'ємних імпульсів. Це й становить еволюцію підходу: від одномірної кривої рівноваги та описової форми Market Profile — до

багатовимірного аналізу нелінійної ліквідності, де ціна й обсяг розглядаються як дві проєкції єдиного інерційного поля.

З прикладної точки зору метрика Gravity розширює прогностичний потенціал метрики. По-перше, вона дозволяє виявляти нові патерни — конфігурації, у яких поєднання цінових і об'ємних хвиль систематично передують режимним переломам (виходу з діапазону, зміні характеру тренду, переходу від балансу до імпульсного пошуку). По-друге, відкриває можливість дослідження прихованих аспектів ліквідності — ситуацій, коли цінова динаміка ще виглядає «спокійною», але об'ємний компонент Gravity уже сигналізує про накопичення тиску. По-третє, багатовимірна структура поля створює базу для побудови стійкіших індикаторів ризику, які чутливі саме до спадкової, а не до локально-шумової компоненти руху. У підсумку пара «Gravity-price / Gravity-volume» фіксує нелінійні, хвильові прояви колективної поведінки ринку й робить їх кількісно доступними для аналізу й прогнозування.

Узагальнюючи, введення каузальної часової пам'яті та її гравітаційної інтерпретації завершує методологічний міст між описовою формою аукціону та кількісною динамікою інерції. У підсумку виникає послідовна картина: аукціонна форма забезпечує топологію процесу, інтегральна пам'ять — причинний вимір сили накопичення, а інерційне поле в гравітаційних термінах надає інтуїтивну й одночасно операційну мову для аналізу режимних зрушень. Така композиція реалізує перехід «лінія → форма → метрика пам'яті» і створює основу для подальшої формальної специфікації оператора пам'яті та властивостей інерційного поля.

Висновки і перспективи подальших досліджень. Проведене дослідження дозволило послідовно сформулювати методологічний перехід від одновимірної рівноважної геометрії попиту–пропозиції до фазового опису

безперервного аукціону та далі – до трактування ринкової пам'яті. У концентрованому вигляді ця логіка фіксується послідовністю «класична рівновага → Market Profile (форма) → оператор пам'яті → $\Phi(t)$ як інерційне поле → індикатори інерції». Запропонована гравітаційна метрика Gravity є центральною ланкою цієї схеми, оскільки перетворює дескриптивну форму Market Profile на кількісно вимірюване поле інерційного тиску.

Показано, що класична лінійна модель попиту–пропозиції, придатна для порівняльної статистики, виявляється методологічно недостатньою для аукціонних фінансових ринків: вона ігнорує мікроструктуру книги заявок, не містить внутрішньої часової координати та припускає безпам'ятну реакцію. Auction Market Theory / Market Profile частково долає ці обмеження, переводячи увагу з «лінії» на «форму» – розподіл часу й обсягу за ціною, зони вартості, РОС, денні морфології. Водночас профіль фіксує лише геометрію прийняття/відторгнення й не надає міри тривалості та сили дії минулих подій, тобто не є метрикою пам'яті.

Розмежовано метрику пам'яті та фільтраційні процедури. Ковзні середні, згладжування, вейвлет-фільтри зменшують варіативність, але не задають причинного закону згасання впливу подій і не вимірюють накопичену інерцію. На противагу цьому, мікроструктурні дослідження (Bouchaud–Farmer–Lillo, Tóth, Donier, Taranto тощо) демонструють довгу пам'ять order flow та нелінійний імпакт, що вимагає явного оператора пам'яті з чіткою аксіоматикою: однобічність у часі, каузальність, монотонне згасання, внутрішнє нормування та масштабна інваріантність. У запропонованій побудові ці вимоги реалізовані у вигляді гравітаційної редукції, де економічно інтерпретований «масштаб події» виконує роль джерела поля, часовий лаг – роль відстані, а ядро згасання – роль закону трансформації історії на поточний тиск. У результаті метрика Gravity інтерпретується як скалярне інерційне поле

$\Phi(t)$, значення якого є сумою каузально зважених внесків усієї попередньої історії подій.

На цьому тлі окреслено відмінність Gravity від пропагаторних та Hawkes-моделей. У пропагаторних схемах ціна постає як згортка order flow (каузальне сумування впливів ринкових заявок із монотонним згасанням у часі) з ядром імпаку (функцією, що задає закон і часовий профіль впливу торгової події на ціну), а в Hawkes-процесах пам'ять задається в інтенсивності подій; у обох випадках поле визначається переважно в часовому просторі. Натомість запропонована метрика будується поверх аукціонної форми Market Profile і тим самим прив'язує пам'ять не лише до часу, а й до топології ліквідності: зони вартості стають резервуарами інерції, точки контролю – локальними центрами тяжіння, «перешийки» – зонами підвищеного градієнта поля.

Емпіричні результати показують, що $\Phi(t)$, обчислене за ціновою та об'ємною амплітудою, формує хвильові, нелінійні структури ліквідності з характерними циклами накопичення й розвантаження інерційного тиску. Плато низької кривини відповідають фазам прихованого нагромадження напруження, різкі перегини – режимним переналаштуванням; дивергенції між траєкторією ціни та поведінкою $\Phi(t)$ виступають ранніми індикаторами виснаження тренду чи посилення тиску. Таким чином Gravity забезпечує багатовимірний аналіз нелінійної ліквідності, у якому ринок описується як інерційне поле колективної поведінки.

Запропонована метрика пам'яті не претендує на вичерпну модель ринку; її адекватність визначається стабільністю якісних патернів і варіювання масштабів, інваріантністю структурних сигналів на різних інструментах і стійкістю до пертурбацій даних. У цьому сенсі $\Phi(t)$ слугує не «остаточною теорією ціни», а операційним інструментом геометризації інерційних режимів

і побудови сімейства індикаторів інерційного ризику. У сукупності це розв'язує поставлену в роботі проблему: завершує перехід «класична рівновага → Market Profile → оператор пам'яті → $\Phi(t)$ як поле → індикатори ризику» і формує новий, метричний рівень опису ринкових процесів, де ризик розуміється як функція накопиченої історії хвиль ліквідності, а не лише поточної волатильності.

Література

1. O'Hara M. Market microstructure theory. Cambridge, MA: Blackwell Business, 1995.
2. Hasbrouck J. Empirical market microstructure: The institutions, economics, and econometrics of securities trading. New York: Oxford University Press, 2007. (library.wolfram.com)
3. Steidlmayer J. P., Hawkins S. B. Steidlmayer on markets: Trading with Market Profile. 2nd ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2003. (Google Books)
4. Dalton J., Steidlmayer P. Markets in profile: Profiting from the auction process. Hoboken: John Wiley & Sons, 2007.
5. Bouchaud J.-P., Farmer J. D., Lillo F. How markets slowly digest changes in supply and demand. *Handbook of financial markets: Dynamics and evolution*. Amsterdam: Elsevier, 2009. P. 57–160. (ScienceDirect)
6. Tóth B., Lempérière Y., Deremble C., de Lataillade J., Kockelkoren J., Bouchaud J.-P. Anomalous price impact and the critical nature of liquidity in financial markets. *Physical Review X*. 2011. Vol. 1, № 2. 021006. (APS Link)
7. Donier J., Bonart J., Mastromatteo I., Bouchaud J.-P. A fully consistent, minimal model for non-linear market impact. *Quantitative Finance*. 2015. Vol. 15, № 7. P. 1109–1121. (IDEAS/RePEc)
8. Taranto D. E., Bormetti G., Bouchaud J.-P., Lillo F., Tóth B. Linear models for the impact of order flow on prices I. Propagators: Transient vs. history

dependent impact. *Quantitative Finance*. 2018. Vol. 18, № 6. P. 903–915. (Google Sites)

9. Bouchaud J.-P., Bonart J., Donier J., Gould M. Trades, quotes and prices: Financial markets under the microscope. Cambridge: Cambridge University Press, 2018. (Cambridge University Press & Assessment)

10. Gatheral J. No-dynamic-arbitrage and market impact. *Quantitative Finance*. 2010. Vol. 10, № 7. P. 749–759. (IDEAS/RePEc)

11. Kyle A. S. Continuous auctions and insider trading. *Econometrica*. 1985. Vol. 53, № 6. P. 1315–1335. (Duke People)

12. Almgren R., Chriss N. Optimal execution of portfolio transactions. *Journal of Risk*. 2001. Vol. 3, № 2. P. 5–39. (Risk.net)

13. Lillo F., Mike S., Farmer J. D. Theory for long memory in supply and demand. *Physical Review E*. 2005. Vol. 71. 066122. (PubMed)

14. Sato Y., Kanazawa K. Inferring microscopic financial information from the long memory in market-order flow: A quantitative test of the Lillo–Mike–Farmer model. *Physical Review Letters*. 2023. Vol. 131. 197401. (APS Link)

15. Hawkes A. G. Spectra of some self-exciting and mutually exciting point processes. *Biometrika*. 1971. Vol. 58, № 1. P. 83–90. (OUP Academic)

16. Bacry E., Mastromatteo I., Muzy J.-F. Hawkes processes in finance. *Market Microstructure and Liquidity*. 2015. Vol. 1, № 1. 1550005. (arXiv)

17. Turiel J., Barucca P., Aste T. Simplicial persistence of financial markets: Filtering, generative processes and structural risk. *Entropy*. 2022. Vol. 24, № 10. 1482. (PubMed)

18. Буховцев М. Ю., Одрехівський М. В., Малиновський Ю. В. Нелінійна гравітаційно-хвильова метрика Gravity(t): авторська розробка, реалізована в середовищі TradingView мовою Pine Script. 2025. URL: <https://www.tradingview.com> (дата звернення: 01.12.2025).

19. ATAS: Advanced Trading Analytical Software. 2025. URL: <https://atas.net> (дата звернення: 01.12.2025).

References

1. O'Hara, M. (1995). *Market microstructure theory*. Cambridge, MA: Blackwell Business.
2. Hasbrouck, J. (2007). *Empirical market microstructure: The institutions, economics, and econometrics of securities trading*. New York, NY: Oxford University Press.
3. Steidlmayer, J. P., & Hawkins, S. B. (2003). *Steidlmayer on markets: Trading with Market Profile* (2nd ed.). Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.
4. Dalton, J., & Steidlmayer, P. (2007). *Markets in profile: Profiting from the auction process*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.
5. Bouchaud, J.-P., Farmer, J. D., & Lillo, F. (2009). How markets slowly digest changes in supply and demand. In T. Hens & K. R. Schenk-Hoppé (Eds.), *Handbook of financial markets: Dynamics and evolution* (pp. 57–160). Amsterdam, Netherlands: Elsevier. (ScienceDirect)
6. Tóth, B., Lempérière, Y., Deremble, C., de Lataillade, J., Kockelkoren, J., & Bouchaud, J.-P. (2011). Anomalous price impact and the critical nature of liquidity in financial markets. *Physical Review X*, 1(2), 021006.
7. Donier, J., Bonart, J., Mastromatteo, I., & Bouchaud, J.-P. (2015). A fully consistent, minimal model for non-linear market impact. *Quantitative Finance*, 15(7), 1109–1121. (IDEAS/RePEc)
8. Taranto, D. E., Bormetti, G., Bouchaud, J.-P., Lillo, F., & Tóth, B. (2018). Linear models for the impact of order flow on prices I. Propagators: Transient vs. history dependent impact. *Quantitative Finance*, 18(6), 903–915. (Google Sites)

9. Bouchaud, J.-P., Bonart, J., Donier, J., & Gould, M. (2018). *Trades, quotes and prices: Financial markets under the microscope*. Cambridge, UK: Cambridge University Press. (PagePlace)
10. Gatheral, J. (2010). No-dynamic-arbitrage and market impact. *Quantitative Finance*, 10(7), 749–759. (IDEAS/RePEc)
11. Kyle, A. S. (1985). Continuous auctions and insider trading. *Econometrica*, 53(6), 1315–1335. (JSTOR)
12. Almgren, R., & Chriss, N. (2001). Optimal execution of portfolio transactions. *Journal of Risk*, 3(2), 5–39.
13. Lillo, F., Mike, S., & Farmer, J. D. (2005). Theory for long memory in supply and demand. *Physical Review E*, 71, 066122. (PubMed)
14. Sato, Y., & Kanazawa, K. (2023). Inferring microscopic financial information from the long memory in market-order flow: A quantitative test of the Lillo–Mike–Farmer model. *Physical Review Letters*, 131, 197401. (APS Link)
15. Hawkes, A. G. (1971). Spectra of some self-exciting and mutually exciting point processes. *Biometrika*, 58(1), 83–90. (OUP Academic)
16. Bacry, E., Mastromatteo, I., & Muzy, J.-F. (2015). Hawkes processes in finance. *Market Microstructure and Liquidity*, 1(1), 1550005. (arXiv)
17. Turiel, J., Barucca, P., & Aste, T. (2022). Simplicial persistence of financial markets: Filtering, generative processes and structural risk. *Entropy*, 24(10), 1482. (PubMed)
18. Bukhovtsev, M.Yu., Odrekhivskyi, M.V. and Malynovskyi, Yu.V. (2025). Nonlinear gravitational-wave metric Gravity(t): author's development implemented on the TradingView platform using Pine Script. Available at: <https://www.tradingview.com> (Accessed: 01.12 2025).
19. ATAS. (2025). ATAS: Advanced Trading Analytical Software. Available at: <https://atas.net> (Accessed: 01.12.2025).