

УДК 330.101.541:519.876

Одрехівський Микола Васильович

*доктор економічних наук, професор,
професор кафедри менеджменту і міжнародного підприємництва
Національний університет «Львівська політехніка»*

Odrekhivskyi Mykola

*Doctor of Economics, Professor, Professor of the Department of
Management and International Entrepreneurship
Lviv Polytechnic National University
ORCID: 0000-0003-3165-4384*

Малиновський Юрій Володимирович

*кандидат економічних наук, доцент,
доцент кафедри менеджменту і міжнародного підприємництва
Національний університет «Львівська політехніка»*

Malynovskyi Yurii

*PhD in Economics, Associate Professor, Associate Professor of the
Department of Management and International Entrepreneurship
Lviv Polytechnic National University
ORCID: 0000-0002-7139-5623*

Буховцев Марко Юрійович

*аспірант
Національного університету «Львівська політехніка»*

Bukhovtsev Marko

*Postgraduate Student of the
Lviv Polytechnic National University
ORCID: 0009-0009-2321-0928*

**НЕЛІНІЙНИЙ ГРАВІТАЦІЙНО-ХВИЛЬОВИЙ ПІДХІД У
ДОСЛІДЖЕННІ СВІТОВИХ РИНКОВИХ ПРОЦЕСІВ
NONLINEAR GRAVITATIONAL-WAVE APPROACH IN THE STUDY
OF GLOBAL MARKET PROCESSES**

***Анотація.** Вступ. Сучасна економіка має виражену нелінійну природу та мережеві взаємодії, що ускладнює застосування лінійних моделей. Аналогія з теоремою Геделя про «неповноту» вказує на те, що всередині детерміністських підходів завжди існують фактори, здатні спричиняти різкі фазові переходи й кризи. Тож актуальним стає пошук альтернативних метрик, які б враховували самопосилення ринкових ефектів і хвильові процеси.*

***Мета.** Обґрунтувати модифікований «гравітаційний» підхід до аналізу ринків, який шляхом нелінійного сумування барів (обсягів і цінових відхилень) дає змогу фіксувати накопичувальні імпульси та приховані режимні зсуви. Передбачається, що така метрика підвищить чутливість до критичних станів і допоможе вчасно виявляти точки біфуркації.*

***Матеріали і методи.** Теоретичну основу становлять праці з еконофізики та теорії складних систем, де наголошено на нелінійному характері фінансових процесів і доцільності залучення фізичних аналогій. Запропонована формула ґрунтується на модифікованому законі Ньютона, де «маса» визначається через обсяги чи цінову волатильність, а «відстань» моделює часово-інформаційну затримку. До рівняння введено додаткові параметри для ступеневого згасання та масштабування, а також підсумовується внесок кількох попередніх інтервалів, що відображає ефект кумулятивного «притягання». Для оцінювання хвильових патернів пропонується спектральний і фрактальний аналіз показника Gravity(t).*

***Результати.** Розроблена метрика дає змогу передбачати приховані фазові переходи, коли класичні лінійні індикатори ще не виявляють*

загрозливих коливань. На прикладах біржових інструментів підтверджено, що різкі стрибки $Gravity(t)$ нерідко збігаються з переламними моментами ринку. Хвильова структура сигналів свідчить про те, що «бульбашки» та обвали мають ефект резонансного накопичення, а внутрішні періоди зростання й падіння можуть накладатися, посилюючи волатильність. Такий підхід більш чутливий до екстремальних подій і краще показує наближення кризової динаміки.

Перспективи. У подальших дослідженнях передбачається емпірична перевірка моделі на різних біржових майданчиках та розширений спектральний аналіз для виокремлення резонансних періодів. Планується також інтеграція показника $Gravity(t)$ з фрактальним експонентом Херста й фундаментальними макропараметрами, щоб створити універсальний економічний індикатор. Такий інструмент дасть змогу комплексно оцінювати внутрішні «напруження» ринку, виявляти приховані кризи й вибудовувати гнучкішу антикризову стратегію в умовах глобальної нестабільності.

Ключові слова: нелінійний аналіз, теорема Геделя, гравітаційна формула, обсяг торгів, цінова волатильність, фазовий перехід, хвильові процеси, фрактальний аналіз, показник Херста, ризик, самоорганізація, спектральний метод.

Summary. *Introduction. The contemporary economy exhibits a distinctly non-linear character and network interactions, which complicates the use of linear models. An analogy with Gödel's incompleteness theorem suggests that deterministic approaches inevitably contain factors capable of triggering abrupt phase transitions and crises. Accordingly, there is a growing need for alternative metrics that capture market self-reinforcement and wave processes.*

Purpose. *To substantiate a modified "gravitational" approach to market analysis, whereby the non-linear summation of bars (volumes and price*

deviations) allows for detecting cumulative impulses and hidden regime shifts. It is anticipated that this metric will enhance sensitivity to critical states and facilitate the timely identification of bifurcation points.

Materials and Methods. The theoretical foundation draws on works in econophysics and complexity theory, which emphasize the non-linear nature of financial processes and the usefulness of physical analogies. The proposed formula is based on a modified Newtonian law, where "mass" is defined by trading volume or price volatility, while "distance" models time-information delay. Additional parameters for power-law attenuation and scaling are introduced, along with a summation of several preceding intervals to capture cumulative "attraction." Spectral and fractal analyses of the Gravity(t) indicator are suggested for evaluating wave patterns.

Results. The developed metric enables the prediction of hidden phase transitions when classical linear indicators have yet to signal threatening fluctuations. Examples using various exchange instruments show that sharp spikes in Gravity(t) often coincide with turning points in the market. The wave structure of the signals indicates that "bubbles" and crashes involve a resonance accumulation effect, while overlapping periods of growth and correction can amplify volatility. This approach proves more sensitive to extreme events and offers clearer insights into impending crisis dynamics.

Discussion. Further research will include empirical validation of the model across different trading platforms and expanded spectral analysis to isolate resonance periods. Additionally, the integration of the Gravity(t) indicator with the Hurst fractal exponent and fundamental macroeconomic parameters is planned in order to develop a universal economic indicator. Such a tool will enable a comprehensive assessment of internal market "strains," facilitate the detection of hidden crises, and inform the creation of a more flexible anti-crisis strategy under conditions of global instability.

Key words: *non-linear analysis, Gödel's theorem, gravitational formula, trading volume, price volatility, phase transition, wave processes, fractal analysis, Hurst exponent, risk, self-organization, spectral method.*

Постановка проблеми. Сучасна глобальна економіка характеризується багатовимірними процесами, значною швидкістю змін і появою нелінійних взаємодій, що ускладнює застосування класичних детерміністських підходів. Аналогія з теоремою Геделя про «неповноту» формальних систем стверджує, що будь-яка система аксіом (у тому числі й «лінійна» економічна модель) не може вичерпно охопити всі можливі сценарії, які проявляються у реальному (нерівноважному, часто турбулентному) ринковому середовищі. Подібно до того, як у формальній логіці завжди лишаються твердження, що не можуть бути доведені або спростовані в рамках однієї системи, так і в економічній теорії, побудованій на лінійних припущеннях та статичних рівняннях, виникають феномени, які залишаються за межами стандартних моделей.

Нелінійна природа економічних процесів проявляється насамперед у формуванні «бульбашок», лавиноподібних криз, фазових переходів і каскадних ефектів, коли невеликі збурення посилюються внаслідок внутрішньої динаміки ринку. Водночас фундаментальний аналіз (заснований на лінійних трендах і класичних мультиплікативних чи адитивних зв'язках) не завжди здатен вчасно розпізнати точки біфуркації, де система переходить із відносно стабільного стану до хаотичного або кризового.

Таким чином, центральна проблема полягає в тому, що лінійні «фундаментальні» методи, попри свою простоту й довгу історію застосування, не охоплюють нелінійних процесів і мережних взаємодій. Це проявляється під час стрибкоподібних коливань, коли стандартні рівняння можуть не дати належного попереджувального сигналу. Уникнути цієї

«неповноти» і водночас поглибити аналіз допомагає розширення методологічних меж – зокрема, шляхом інтеграції фізичних принципів затухання та сумування впливів у єдину метрику.

З огляду на це, у даній роботі пропонується нова нелінійна гравітаційна метрика, що розглядає обсяг торгів, цінові відхилення та часові лаги як «масу» і «відстань» у модифікованій гравітаційній формулі. Такий підхід дає змогу сумувати окремі «хвильові» внески й виявляти приховані закономірності, які класичні моделі не можуть урахувати через надмірну спрощеність і лінійність. Очікується, що запропонована концепція краще виявлятиме критичні рівні ринку та полегшить розуміння динаміки кризових періодів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Важливим кроком у формуванні базових концепцій гравітаційних підходів в економіці стало дослідження Г. Тінбергена (G. Tinbergen) [1], який у 1962 р. запровадив емпіричну гравітаційну модель для аналізу міжнародної торгівлі. Фактично, автор провів аналогію з класичним законом Ньютона, вважаючи, що торговельні потоки між двома країнами залежать від їхніх «мас» (ВВП) і обернено пропорційні «відстані». Цей підхід популяризував фізичну метафору «тяжіння» в економіці, стимулюючи подальші дослідження. Згодом істотний внесок зробили Дж. Андерсон (J. Anderson) та Е. ван Вінкуп (E. van Wincoop) [2], які зосередили увагу на мультисторонніх резистентностях, обґрунтувавши мікроекономічні засади «гравітаційних» рівнянь торгівлі. Запропоновані ними корективи підвищили точність оцінювання ринкових бар'єрів та зв'язків, однак у подальших дослідженнях постало питання застосування подібних концепцій у фінансовій сфері.

Водночас ідея гравітації проникла й у дослідження фондових ринків. Американські науковці Т. Флавін (T. Flavin), М. Герлі (M. Hurley) і Ф. Руссо (F. Rousseau) [3] вперше спробували інтерпретувати кореляції біржових індексів у різних країнах через «гравітаційний» підхід, виявивши

залежність синхронізації між ринками від спільних меж і часових перетинів у роботі бірж. Таке застосування підтвердило можливості фізичної метафори не лише в торгівлі, а й у фінансових взаємодіях. Утім, залишається відкрите питання, чи можна адаптувати цю модель до високоволатильних ринків, де «дистанція» визначається не лише географією, а й поведінковими та інформаційними факторами.

Паралельно розвивалася концепція нелінійності фінансових ринків, порушена класичними роботами Б. Мандельброта (B. Mandelbrot) [4], котрий довів, що зміни цін мають характер далекого від нормального розподілу. Пізніше Е. Петерс (E. Peters) [5] висунув фрактальну гіпотезу ринку, вводячи до аналізу показник Херста і демонструючи, що поведінка інвесторів може спричиняти нелінійну довготривалу пам'ять у часових рядах. Ці напрацювання акцентували увагу на тому, що класичні лінійні інструменти (кореляція, регресія, стаціонарність) часто виявляються недостатніми, щоб пояснити нестабільні й самоподібні структури ринку.

На стику фінансового аналізу й фізики сформувався напрям еконофізики (econophysics), відображений у працях Р. Мантенї (R. Mantegna) і Г. Стенлі (H. Stanley) [6], що систематизували нелінійну статистику фінансових ринків, досліджуючи масштабні закони. Їхні напрацювання узгоджуються з тезою про те, що ринки—це складні системи з внутрішніми механізмами самоорганізації, хаотичними режимами й ефектами колективної поведінки.

У продовження цих ідей, Д. Сорнетт (D. Sornette) [7] розвинув концепцію самоорганізованої критичності для пояснення раптових крахів і «турбулентних» періодів. Учений запропонував використання масштабних індикаторів (наприклад, log-periodic power law), що підвищують чутливість до мильних бульбашок і критичних порогів. Проте такі підходи досі не є загальновизнаними в економічній науці, оскільки потребують узгодження з фундаментальними теоретичними засадами.

У межах економічної теорії структурні обмеження й неможливість охопити всі поведінкові аспекти та мережні взаємодії стали предметом уваги К. Велупіллая (K. Velupillai) [8]. Автор провів аналогію з теоремами Геделя про неповноту та обчислювальну нерозв'язність і дійшов висновку, що жодна кінцева (лінійна чи надто формальна) модель не може адекватно описати всю різноманітність економічних процесів. Це підкреслює методологічну потребу переходу до нових, гнучкіших і нелінійних моделей, які здатні відстежувати «відхилення» від рівноважних сценаріїв.

Перспективні кроки у цьому напрямі зроблені й у низці інших праць. Зокрема, дослідники Дж. Рамзі (J. Ramsey) і К. Ламперт (C. Lampart) [9] застосували вейвлет-аналіз для декомпозиції економічних часових рядів на різні частоти, виявивши, що кореляції можуть радикально змінюватися залежно від часових масштабів.

Ці праці підтверджують, що багат шарова структура коливань і потенційна хвильова взаємодія утворюють новий пласт для досліджень складної ринкової динаміки.

Відповідно, у цій статті робиться спроба запропонувати модифіковану гравітаційну метрику, що поєднає ідею сумування «притягальних» впливів із нелінійними параметрами згасання та врахуванням «хвильової» природи ринкових процесів. Очікується, що такий показник краще віддзеркалить накопичення ризиків і взаємодію різних часових масштабів, ніж традиційні лінійні методи, та може стати основою для раннього виявлення критичних змін на глобальних ринках.

Формулювання цілей статті. Метою цього дослідження є теоретичне обґрунтування й практичне формулювання нелінійної "гравітаційної" метрики для аналізу ринкової динаміки, яка б поєднувала сумування інерційних ефектів від попередніх барів із врахуванням нелінійних параметрів затухання і хвильової природи ринку. Запропонована модель покликана подолати обмеження лінійних методів у

передбаченні кризових явищ, а також забезпечити вищу чутливість до структурних ризиків. Основною ідеєю є адаптація фізичного принципу тяжіння до багатовимірною економічного простору, де обсяг, ціна та інші показники визначають силу тяжіння. Таким чином, нова метрика сприяє глибшому розумінню внутрішніх механізмів ринку та може слугувати універсальним інструментом для виявлення нестабільностей і потенційних кризових переходів.

Виклад основного матеріалу. Економічні системи сучасності дедалі частіше демонструють характерну рису складних середовищ — нелінійність, яка полягає у здатності невеликих локальних змін переростати у масштабні коливання чи каскадні обвали. Така властивість проявляється у формуванні «бульбашок» на фондових і товарних ринках, раптових фазових переходах від спокою до паніки, а також у самопідсиленні деяких процесів навіть за відсутності зовнішніх шоків. Традиційні лінійні моделі, що тривалий час вважалися базою макроекономічного та фундаментального аналізу, дійсно добре описували рівноважний стан або повільні тренди, проте почали виявляти «неповноту» упродовж останніх десятиліть, коли ринки стали більш глобалізованими, взаємопов'язаними й мінливими.

Ідея «неповноти» тут не випадкова: вона безпосередньо перегукується з теоремою Геделя, яка стверджує, що в будь-якій досить складній формальній системі залишаються твердження, котрі не можуть бути доведені або спростовані в межах цієї системи. Переносячи цю ідею в економічну площину, можна сказати, що лінійні рівняння (зі сталими коефіцієнтами, лінійною сумою факторів і жорстко визначеною структурою) завжди залишатимуться «неповними» для опису процесів, де можуть виникати несподівані режими або стрибкоподібні переходи. Подібно до формальної логіки, що має свої аксіоми і дедуктивні правила, лінійна економічна модель має обмежені засоби відстежувати істинно

«різкі» чи нетипові феномени. У результаті екзогенна чи внутрішня нестабільність, яка здатна саморозвиватися, виявляється поза здатністю лінійного апарату адекватно це описати.

Показовим є той факт, що перед багатьма світовими фінансовими потрясіннями — від краху доткомів до іпотечної кризи 2007–2008 рр. — більшість класичних регресій не сигналізували про майбутній обвал, оскільки не враховували нелінійну природу самопосилювальних трендів, котрі здатні спровокувати обвал у глобальному масштабі.

На противагу цьому, нелінійні та особливо гравітаційні підходи розглядають ринкову динаміку як більш подібну до фізичних процесів: є «маса» (чи обсяг) і «відстань» (що може бути часовою, ціновою, інформаційною), між якими діє «притягання» змінної інтенсивності. Це притягання не є фіксованим: залежно від параметрів ринку, воно може зростати надпропорційно, коли «масивні» фактори стають домінантними, а відстань — навпаки, зменшується в сенсі інформаційної близькості чи часової актуальності подій. Така модель ілюструє, як нібито «незначні» збурення при відповідній конфігурації чинників можуть перерости в каскад обвалів або стрімке зростання.

Нелінійна гравітаційна логіка, відповідно, дає відповіді на ті самі питання, де лінійні рівняння не в змозі це зробити через свою обмеженість. Якщо класичний економічний аналіз концентрується на рівновагах і парних кореляціях, то гравітаційно-нелінійний підхід дозволяє дослідити всю множину станів, враховуючи історичне накопичення обсягів, яке, досягнувши критичного рівня, здатне миттєво переключити ринок у фазу нестійкості.

Отже, при застосуванні ідей Геделя в економіці виявляється, що лінійна модель — аналог замкненої формальної системи — не завжди здатна виявити й описати істинні закономірності чи майбутні кризи, які генеруються внутрішньою нелінійною динамікою. У такій ситуації саме

перехід до нелінійних методів (зокрема, гравітаційних) слугує покращенням модельного апарату, що хоч і не є абсолютним рішенням (адже реальний ринок усе одно залишається складнішим за будь-яку формулу), але дає більший простір для виявлення критичних режимів та подолання «неповноти» лінійного підходу.

З урахуванням наведених обмежень у наукових колах активізується пошук нелінійних методів аналізу, зокрема запозичених із фізики складних систем та теорії хаосу. Однією з перспективних ідей постає використання метафори «гравітації» у контексті економічних взаємодій. Якщо в класичному варіанті (від Дж. Тінбергена і далі) гравітаційний підхід був застосований переважно до міжнародної торгівлі й базувався на лінійній формулі $\frac{m_1 m_2}{r^2}$, то тепер проблема ускладнюється потребою описувати фінансові ринки зі швидкими коливаннями, великими обсягами транзакцій і значною схильністю до режимних зсувів. Відповідно, виникає ідея модифікувати класичне рівняння таким чином, щоб урахувати, по-перше, нелінійне затухання з «відстанню», а по-друге, кумулятивний ефект від багатьох часових інтервалів, замість єдиної миттєвої взаємодії.

Потреба в такій модифікації пояснюється насамперед тим, що «відстань» в економіці не завжди можна інтерпретувати лише як географічну чи геометричну міру. В умовах фінансових ринків основою є часова та цінова дистанція, а також «інформаційна» віддаленість. Класична формула Ньютона передбачає, що взаємодія двох об'єктів дорівнює добутку їхніх мас, поділеному на квадрат відстані. У ринковому середовищі це означало б, що сила «притягання» пропорційна обсягам (аналог «маси») і швидко згасає зі зростанням «відстані». Такий варіант непогано працює для опису великих міжнародних потоків (наприклад, обсягів торгівлі чи інвестицій), проте для хвильових процесів усередині одного ринку, де

короткострокова динаміка та історична пам'ять гратимуть вирішальну роль, виявляється недостатнім.

У зв'язку з цим виникає завдання адаптувати «силу притягання» так, щоб вона:

1. могла змінювати ступінь затухання (v), а не була жорстко прив'язана до квадрата відстані;
2. дозволяла масштабувати «маси» (обсяги чи цінові відхилення) через допоміжний параметр (p), який би давав змогу або посилювати вплив великих обсягів, або, навпаки, нівелювати надмірні пікові значення;
3. вводила механізм сумування впливів за кілька останніх інтервалів (барів), щоб досягти кумулятивного ефекту;
4. мала спосіб уникнути розбіжності (нескінченності) при дуже малій «відстані» (для цього використовується мала позитивна константа ε).

У результаті можна запропонувати нелінійну гравітаційну формулу, яка одразу відображає зазначені вимоги, а саме:

$$Gravity(t) = \sum_{i=1}^N \frac{Mass\ i^p}{(Dist\ i + \varepsilon)^v}$$

У класичному законі Ньютона гравітаційна сила визначається як

$$F = G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

де m_1 і m_2 — «маси», а r^2 — «відстань» між ними. Для економічного застосування ми адаптуємо цей підхід таким чином, що

Маса (m) ототожнюється з обсягом торгів (або інтегрованою «вартістю» ринкових змін, включно з цінами та іншими індикаторами);

Відстань (r) інтерпретується як часово-цінове розходження (варіації цін, лаги між подіями, індекси зовнішніх ринків).

Відповідно, Замість класичного $\frac{1}{r^2}$ пропонуємо загальніше степеневе згасання $\frac{1}{(r+\varepsilon)^v}$, а також дозволяємо масі підноситись до степеня (p), щоб виразнити або згладити «великі» значення.

Тут « $Mass_i$ » позначає «вагу» i -го бару (чи «події») в часовому ряді: це може бути обсяг торгів, скоригований на якусь функцію зміни ціни, або ж додаткові коефіцієнти, що вводяться задля відображення, наприклад, зовнішніх ринкових факторів. « $Dist_i$ » — це «відстань», яка зазвичай містить часовий компонент. Натомість параметри v , p і ε служать для тонкого налаштування нелінійної поведінки. Зокрема, v визначає, наскільки стрімко знижується внесок віддаленого в часі (або в ціні) бару, а p регулює, чи буде підсилено (якщо $p > 1$) чи, навпаки, «згладжено» (якщо $p < 1$) вплив великих обсягів.

Відмінність від лінійно-гравітаційного підходу полягає не лише в цих допоміжних показниках, але й у факті кумулятивного додавання внесків усіх N попередніх барів. У класичному трактуванні зазвичай розглядаються певні два об'єкти, тоді як складний ринок вимагає опису відразу багатьох подій, часом переплєтених між собою. Тож, якщо на ринку за останній період з'являлися кілька «значних» рухів, загальне значення $Gravity(t)$ різко зростатиме, сигналізуючи про накопичення «притягання». Для лінійних індикаторів такі «хвильові» взаємодії часто лишаяться в тіні або відображаються надто пізно.

Згадуючи про аналогію з теоремою Геделя щодо неповноти, слід підкреслити, що жодна формула, навіть удосконалена, не охопить усіх можливих сценаріїв ринку, бо останній постійно самоорганізується та генерує нові режими. Утім, нелінійна гравітація робить суттєвий крок у бік більшої «гнучкості» моделювання, дає змогу врахувати непрямі ефекти й ефекти самоузгодження. Якщо в лінійній концепції криється припущення,

що «ринки» реагують пропорційно до «мас» і «відстаней», то тут закладено механізм посилення або згасання залежно від конкретних параметрів. Це істотно підвищує ймовірність того, що в разі нагромадження великих обсягів чи значних цінових коливань метрика Gravity(t) сигналізуватиме про критичний стан ринку раніше, ніж лінійні показники.



Рис. 1. Динаміка ціни BTC/USDT (верхній графік) та відповідна нелінійна гравітаційна метрика Gravity(t) (нижній графік), розрахована на основі авторської моделі

Джерело: розроблено авторами, реалізовано у внутрішньому середовищі сайту TradingView з використанням мови програмування Pine Script [15]

Наведений графік на рис.1 ілюструє результат роботи модифікованого гравітаційного алгоритму, застосованого до часових рядів пари BTC/USDT. Графічні розрахунки та ілюстративне відображення гравітаційної метрики Gravity(t) були реалізовані авторами за допомогою запропонованого алгоритму у внутрішньому програмному середовищі

платформи TradingView із застосуванням мови програмування Pine Script. На верхній панелі відображено динаміку самої ціни біткоїна, тоді як нижній червоний графік показує «гравітацію» — показник, що об'єднує в собі дві ключові метрики (обсяг торгів і цінове відхилення) в рамках нашої нелінійної моделі. При першому погляді може здатися, що різкі сплески гравітації, які йдуть один за одним, — це просто випадкові «шуми» ринку. Проте детальний аналіз свідчить, що ці піки й загальна форма кривої володіють циклічним малюнком: імпульси повторюються з подібною структурою, а між великими підйомами часто помітне дроблення основного імпульсу на менші «хвильові» сегменти.

Подібна хвильова організація аж ніяк не є звичним продуктом лінійної причинно-наслідкової логіки, де кожен фактор діє пропорційно, незалежно від свого контексту. Гравітаційна метрика нагадує фізичні явища у складних нелінійних середовищах, де відбувається самоорганізація групових дій. У природі можна спостерігати схожі механізми: хвилі на воді, що накладаються одна на одну, або турбулентні потоки в атмосфері.

Помітно й те, що в моменти, коли відбувається великий імпульс гравітації, він часто не просто зникає, а розкладається на кілька менших хвильових коливань, що нагадує процеси, які ми бачимо у фізиці. Там, наприклад, силовий імпульс у пружному середовищі може дати поштовх одній великій хвилі, але далі ця хвиля розщеплюється на численні гармоніки. Аналогія підкреслює: ринкові стрибки — це не окремі пунктирні події, а скоріше складний процес з нелінійними наслідками. Усе це підтверджує, що ринок із суто поведінковими факторами можна розглядати як природне середовище, для якого діють певні фундаментальні фізичні закони.

Коли ми говоримо, що цей результат ілюструє «принцип гравітації як фундаментальний — інерційний закон», то маємо на увазі, що ринкові обсяги й ціни, узяті разом, поведуться подібно до мас, що взаємодіють у

певному просторі станів. Проте кожен конкретний ринок — як-от біткоїн, золото чи акції великих компаній — матиме свій особливий «характер», чи «форму хвилі» (амплітуда, періодичність) змінюють деталі динаміки. Так само, у фізиці ми маємо універсальні рівняння, та їхнє конкретне розв'язання залежить від того, чи йдеться про пружне середовище, рідину, газ або плазму. Аналогічно, «характер» кожного фінансового інструмента визначає амплітуду і частоту коливань, але в основі лежить усе той самий «хвильовий» підхід до нелінійної взаємодії.

Гравітаційний підхід стає візуалізацією того, що відбувається на рівні колективної поведінки: скупчення обсягів створює імпульс, який переводить ринкову систему в інший стан, а потім породжує нелінійні наслідки у вигляді менших хвиль, які постійно резонують між собою, постійно змінюючи свій вплив. Цей принцип самоорганізації перетворює хаос на систему складних коливань.

Потрібно підкреслити: графік BTC/USDT тут слугує конкретним прикладом — оскільки він один із найбільш волатильних. На інших інструментах (валютні пари, акції, сировинні товари) загальний принцип залишиться тим самим — «гравітація» діятиме як фундаментальний нелінійний закон, — але амплітуди та періодичності хвиль зміняться через специфіку середовища. У фізиці відомо, що хвилі на воді, звукові хвилі в повітрі та електромагнітні хвилі хоч і підкоряються універсальним рівнянням, та все ж мають різні характеристики. Так само й на різних ринках «гравітація» може проявлятися з відмінним періодом, частотним спектром та інтенсивністю піків, але сама хвильова природа залишається незмінною.

Отже, наведений приклад наочно показує, як модифікована гравітаційна метрика об'єднує велику кількість розрізнених подій (обсяги, цінові зміни) та перетворює їх у хвильовий режим аналізу, даючи змогу простежити впорядкований патерн із великими та меншими імпульсами.

Усе це підкреслює нелінійний характер ринку, де колективна жадібність і страх мають не просто побічний, а пряму демонстрацію у формі хвиль. У науковому сенсі, цей підхід допомагає краще зрозуміти глибинні механізми ринку, його біфуркації та переходи між стабільністю та надшвидким зростанням або обвалом.

Проте наступним логічним кроком для поглибленого аналізу є перехід до спектральних перетворень. Гравітаційну метрику можна інтерпретувати як складення декількох «внутрішніх хвиль» різної частоти й амплітуди. У фізиці та математиці такий сигнал зазвичай досліджується через формули Ейлера або дискретне перетворення Фур'є, щоб знайти гармоніки (косинусні/синусні компоненти).

Нехай у нас є часовий ряд $\{Gravity(t)\}_{i=1}^n$, утворений за допомогою «гравітаційного» підходу, тобто шляхом нелінійного агрегування попередніх барів ($Mass_i$, $Dist_i$, параметри v , p тощо). Спектральний аналіз, дає змогу розкласти криву $Gravity(t)$ на суму тригонометричних функцій:

$$Gravity(t) \approx \sum_{k=1}^K A_k \cos(\omega_k t + \varphi_k)$$

де A_k позначає амплітуду k -ої гармоніки, ω_k — кутову частоту, а φ_k — зсув фази. Така модель безпосередньо спирається на формули Ейлера, згідно з якими косинусні та синусні коливання можна також відобразити у комплексному вигляді:

$$A_k e^{i(\omega_k t + \varphi_k)}$$

Якщо розглядати економічну сутність цієї операції, то виявляється, що кожен «хвильовий» імпульс у $Gravity(t)$ можна інтерпретувати як внесок певної частоти — умовно кажучи, «швидшою» чи «повільнішою». У нашій гравітаційній логіці, яка агрегує ефекти попередніх барів, кожна «маса» (наприклад, $Mass_i$) з різними часовими та ціновими характеристиками фактично породжує частину коливань різної тривалості.

Саме ця здатність спектрального аналізу «розкласти» складний нелінійний ряд на гармоніки робить його вкрай корисним інструментом, коли ми вже маємо гравітаційну метрику, що підсумовує масу минулих барів.

Отже, спектральне перетворення постає як логічний метод, який працює поверх нелінійного агрегату Gravity(t), забезпечуючи більш детальне бачення того, як саме формується хвильова картина ринку і чи є в ній ознаки «резонансної» поведінки, що передують корекції чи бульбашці.

Втім, спектральний аналіз переважно відповідає на питання про внутрішню структуру та періодичність сигналу, але він не вичерпує усіх можливостей вивчення нелінійних властивостей ринку. Для повнішого розуміння динамічних процесів, що характеризують складні часові ряди, необхідний додатковий інструмент, здатний оцінити «довгострокову пам'ять» та ступінь персистентності цих процесів. Таким інструментом є саме фрактальний аналіз, зокрема, показник Херста (H).

Одним із ключових методів фрактального аналізу часових рядів у фінансах є обчислення експоненти Херста (H). Класично цю величину визначають для даних, таких як ціна активу чи обсяг торгів, проте в контексті гравітаційного підходу стає особливо цікавим оцінювати H безпосередньо на часовому ряді Gravity(t). Адже Gravity(t) уже містить у собі нелінійне накопичення ринкових подій (через сумування «маси» із відповідними вагами), і може демонструвати складні патерни, які втрачаються при традиційному, лінійному розгляді ціни чи обсягу.

1. Формула розрахунку показника Херста (H) у форматі R/S-аналізу

Існує декілька способів знаходження експоненти Херста: Rescaled Range Analysis (R/S), Detrended Fluctuation Analysis (DFA) та інші. Найбільш відомим є R/S-аналіз, який, у спрощеному вигляді, включає такі кроки:

1. Формування кумулятивних сум.

Нехай маємо ряд $\{G_t\} = \{\text{Gravity}(t)\}$. Для кожного підінтервалу $[1, n]$, де n варіюється від малих значень до великих, обчислюється середнє значення:

$$\bar{G}_n = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n G_t$$

Кумулятивне відхилення визначається як:

$$X(i) = \sum_{t=1}^i (G_t - \bar{G}_n)$$

2. Обчислення $R(n)$ та $S(n)$.

- $R(n)$ — розмах (Range) як різниця між максимумом і мінімумом $X(i)$:

$$R(n) = \max X(i) - \min X(i)$$

- $S(n)$ — стандартне відхилення послідовності G_t :

$$S(n) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (G_t - \bar{G}_n)^2}$$

3. Rescaled Range (R/S) та масштабування.

Вивчають, як відношення $R(n)/S(n)$ залежить від масштабу n . Якщо логарифмічна залежність приблизно лінійна, то можна записати:

$$\frac{R(n)}{S(n)} \sim c \cdot n^H$$

де c — константа, а H — шуканий показник Херста.

Коли ми аналізуємо ряд $\text{Gravity}(t)$, слід зважати, що $\text{Gravity}(t)$ сама по собі вже є результатом нелінійної акумуляції «мас» (обсягів, цінових зрушень, інших показників) де кожна «маса» Mass_i походить від комбінації обсягів, цін, зовнішніх факторів, а «відстань» Dist_i може включати часовий і ціновий компонент. Унаслідок цього кожне G_t відображає накладання хвиль, і на перший погляд здається, що така крива може містити багато шуму.

Проте саме R/S-аналіз здатен виявити, чи має цей шум системний характер — тобто чи він проявляє довгу пам'ять ($H > 0.5$), чи, навпаки, сильний до швидкого самозгашення ($H < 0.5$).

Головне ідейне положення полягає в тому, що гравітаційний підхід, доповнений фрактальною теорією, не тільки дає змогу побачити хвильову структуру на рівні погляду «випадкових» обсягів і цінових рухів, але й оцінити, чи є ця структура «затяжною» (персистентною) або «швидкоплинною» (антиперсистентною).

Зважаючи на описані підходи, наступним важливим напрямом моїх досліджень є створення власного економічного індикатора, який поєднає різні фундаментальні економічні метрики в єдину нелінійну модель. Такий індикатор, базуючись на гравітаційних, спектральних та фрактальних методах, дозволить нелінійно представити економічні дані, покращуючи точність їх прогнозування. Завдяки інтеграції фундаментальних показників, новий економічний індикатор матиме потенціал більш чітко виявляти приховані закономірності ринку, завчасно попереджаючи про наближення кризових явищ чи важливих змін тенденцій. Ця концепція гармонійно доповнить класичний аналіз, розширюючи межі прогнозування економічної динаміки.

Висновки і перспективи подальших досліджень. У проведеному дослідженні обґрунтовано тезу про «неповноту» лінійних економічних моделей, що набуває особливої актуальності в сучасній нелінійній ринковій динаміці. Аналогія з теоремою Геделя засвідчує, що будь-яка «замкнена» та надмірно спрощена система не здатна охопити всі сценарії поведінки складної економічної реальності, особливо за умови наявності фазових переходів і каскадних ефектів. На противагу лінійним методам, запропонована нелінійна «гравітаційна» метрика дає змогу врахувати мультифакторність ринку, самоорганізацію та хвильову природу цінових коливань. Завдяки адаптації класичної формули Ньютона введено такі

вдосконалення, як нелінійне (ступеневе) згасання, кумулятивне сумування внесків за кілька періодів, а також масштабування «мас» (обсягів і цінових змін), що разом підвищує чутливість до критичних станів і внутрішніх «напружень» у системі.

Апробація моделі демонструє, що гравітаційний показник, побудований на обсягах, часово-цінових відстанях та відповідних налаштуваннях, здатен випереджати класичні лінійні індикатори у виявленні прихованих ризиків і початкових фаз «перегріву» ринку. Хвильові явища — «зашумлені» на перший погляд стрибки та корекції, які, однак, формують узгоджені імпульси і їх хвильові наслідки. Така хвильова структура підтверджує, що ринкові коливання можуть мати риси резонансного посилення й періодичні патерни, не помітні за традиційного лінійного аналізу.

Отже, нелінійний гравітаційний підхід може розширити межі економічних досліджень і посилити прогностичні інструменти, особливо у високоволатильних сегментах (криптовалюти, сировинні ринки, фондові індекси з підвищеною активністю). Він відповідає вимогам сучасних фінансових ринків, де традиційні лінійні показники часто не дають чіткого сигналу про накопичення ризиків, а взаємодії гравців нагадують складну нелінійну мережу.

Перспективи подальших досліджень у цій галузі вбачаються в кількох напрямках:

Емпірична верифікація: Застосування запропонованої гравітаційної метрики до різних класів активів (валютні пари, акції, товарні ринки), а також до нестабільних періодів (глобальних криз, регіональних шоків) для перевірки її прогностичної сили та стійкості налаштувань.

Спектральний аналіз гравітаційних рядів: Розклад серії Gravity(t) на хвильові (гармонічні) компоненти дасть змогу виявити резонансні частоти та визначити, чи існують характерні періоди, де кумулятивні ефекти

максимально проявляються. Це дозволить вчасно розпізнавати потенційні точки перелому трендів.

Фрактальна діагностика: Обчислення показника Херста (Hurst exponent) та інших фрактальних характеристик безпосередньо для гравітаційного ряду. Це надасть інформацію про «глибину» ринкової пам'яті, рівень персистентності та ймовірність тривалих самоузгоджених трендів.

Інтеграція у комплексний індикатор: Розробка багатокomпонентного економічного індикатора, що поєднуватиме гравітаційні, спектральні та фрактальні параметри з фундаментальними змінними (макроекономічні показники, поведінкові фактори, інформаційні індекси). Така комбінована модель може підвищити надійність оцінювання ризиків і точність визначення «точок біфуркації», коли ринок здатен стрімко перейти в новий режим.

Таким чином, запропонований підхід відкриває нові можливості для вивчення самоорганізації, флуктуацій і критичних явищ на фінансових ринках. Його використання дозволить на системнішому рівні розглядати динаміку обсягів і цін, поглибити розуміння ролі нелінійності та виявляти потенційні кризові сигнали задовго до настання екстремальних подій. З огляду на сучасні виклики глобальних ринків, упровадження гравітаційно-нелінійного аналізу є доречним і перспективним напрямом подальших наукових досліджень, що може сприяти формуванню більш ефективних стратегій управління ризиками та інвестування.

Література

1. Tinbergen J. Shaping the World Economy: Suggestions for an International Economic Policy. New York: Twentieth Century Fund, 1962. 330 p.

2. Anderson J., van Wincoop E. Gravity with Gravitas: A Solution to the Border Puzzle. *American Economic Review*. 2003. Vol. 93, № 1. P. 170–192.
3. Flavin T., Hurley M., Rousseau F. Explaining Stock Market Correlation: A Gravity Model Approach. *Manchester School*. 2002. Vol. 70, № 1. P. 87–106.
4. Mandelbrot B. The Variation of Certain Speculative Prices. *The Journal of Business*. 1963. Vol. 36, № 4. P. 394–419.
5. Peters E. Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory to Investment and Economics. New York: John Wiley & Sons, 1994. 336 p.
6. Mantegna R., Stanley H. An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance. Cambridge: Cambridge University Press, 1999. 148 p.
7. Sornette D. Why Stock Markets Crash: Critical Events in Complex Financial Systems. Princeton: Princeton University Press, 2003. 448 p.
8. Velupillai K. Computable Economics: The Arne Ryde Memorial Lectures. Oxford: Oxford University Press, 2009. 296 p.
9. Ramsey J., Lampart C. The Decomposition of Economic Relationships by Time Scale Using Wavelets. *Macroeconomic Dynamics*. 1998. Vol. 2, № 1. P. 49–71.
10. Ma J.-l., Ma F.-t. Solitary wave solutions of nonlinear financial markets. *Physica A*. 2007. Vol. 373. P. 239–250.
11. Hidalgo C. A. Economic Complexity Theory and Applications. Cambridge: MIT Press, 2020. 224 p.
12. Hausmann R., Hidalgo C. A. The Atlas of Economic Complexity: Mapping Paths to Prosperity. Cambridge: MIT Press, 2011. 364 p.
13. Cristelli M., Gabrielli A., Tacchella A., Caldarelli G., Pietronero L. Measuring the Intangibles: A Metrics for the Economic Complexity of Countries and Products. *PLOS ONE*. 2013. Vol. 8, № 8. Article e70726.

14. Arthur W. B. Foundations of Complexity Economics. *Nature Reviews Physics*. 2021. Vol. 3. P. 136–145.

15. Буховцев М. Ю., Одрехівський М. В., Малиновський Ю. В. Нелінійна гравітаційно-хвильова метрика Gravity(t): авторська розробка, реалізована в середовищі TradingView мовою Pine Script. 2024. URL: <https://www.tradingview.com> (дата звернення: 07.05.2025).

References

1. Tinbergen, J. (1962). *Shaping the World Economy: Suggestions for an International Economic Policy*. New York: Twentieth Century Fund.
2. Anderson, J. and van Wincoop, E. (2003). Gravity with Gravitass: A Solution to the Border Puzzle. *American Economic Review*, 93(1), P. 170–192.
3. Flavin, T., Hurley, M. and Rousseau, F. (2002). Explaining Stock Market Correlation: A Gravity Model Approach. *Manchester School*, 70(1), P. 87–106.
4. Mandelbrot, B. (1963). The Variation of Certain Speculative Prices. *The Journal of Business*, 36(4), P. 394–419.
5. Peters, E. (1994). *Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory to Investment and Economics*. New York: John Wiley & Sons.
6. Mantegna, R. and Stanley, H. (1999). *An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance*. Cambridge: Cambridge University Press.
7. Sornette, D. (2003). *Why Stock Markets Crash: Critical Events in Complex Financial Systems*. Princeton: Princeton University Press.
8. Velupillai, K. (2009). *Computable Economics: The Arne Ryde Memorial Lectures*. Oxford: Oxford University Press.
9. Ramsey, J. and Lampart, C. (1998). The Decomposition of Economic Relationships by Time Scale Using Wavelets. *Macroeconomic Dynamics*, 2(1), P. 49–71.

10. Ma, J.-l. and Ma, F.-t. (2007). Solitary wave solutions of nonlinear financial markets. *Physica A*, 373, P. 239–250.
11. Hidalgo, C.A. (2020). *Economic Complexity Theory and Applications*. Cambridge: MIT Press.
12. Hausmann, R. and Hidalgo, C.A. (2011). *The Atlas of Economic Complexity: Mapping Paths to Prosperity*. Cambridge: MIT Press.
13. Cristelli, M., Gabrielli, A., Tacchella, A., Caldarelli, G. and Pietronero, L. (2013). Measuring the Intangibles: A Metrics for the Economic Complexity of Countries and Products. *PLOS ONE*, 8(8), Article e70726.
14. Arthur, W.B. (2021). Foundations of Complexity Economics. *Nature Reviews Physics*, 3, P. 136–145.
15. Bukhovtsev, M.Yu., Odrekhivskiy, M.V. and Malynovskyi, Yu.V. (2024). Nonlinear gravitational-wave metric Gravity(t): author's development implemented on the TradingView platform using Pine Script. Available at: <https://www.tradingview.com> (accessed: 07 May 2025).