

Технічні науки

УДК 621.317

Аллахверанов Рауф Юсіф огли

кандидат технічних наук, доцент,

доцент кафедри КІТАР

Харківського національного університету радіоелектроніки

Allakhveranov Rauf

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor

Kharkiv National University of Radio Electronics

Фролов Андрій Віталійович

кандидат технічних наук, доцент,

доцент кафедри КІТАР

Харківського національного університету радіоелектроніки

Frolov Andrii

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor

Kharkiv National University of Radio Electronics

Санєєв Денис Вікторович

магістрант

Харківського національного університету радіоелектроніки

Saniciev Denys

Master Student of the

Kharkiv National University of Radio Electronics

Трифонов Олег Миколайович

магістрант

Харківського національного університету радіоелектроніки

Tryfonov Oleh

Master Student of the

Kharkiv National University of Radio Electronics

**МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ТАХОМЕТРІВ ДЛЯ
ВИЗНАЧЕННЯ ПОХИБОК ВИМІРЮВАННЯ КУТОВОЇ
ШВИДКОСТІ ОБЕРТАННЯ ДЕТАЛЕЙ НАВКОЛО НЕРУХОМОЇ
ОСІ**

**MODELING OF ELECTROMAGNETIC TACHOMETERS TO
DETERMINE MEASUREMENT ERRORS ANGULAR SPEED OF
ROTATION OF PARTS AROUND A FIXED AXIS**

***Анотація.** Побудовано математичну модель електромагнітного тахометра, на основі електромеханічних аналогій та рівнянь Лагранжа 2-го роду, у вигляді диференціального рівняння першого порядку із відповідною початковою умовою, що дозволяють визначати вимірювальну електричну напругу, котра формується тахометром під час вимірювання кутової швидкості обертання деталей навколо нерухомої осі.*

***Ключові слова:** математична модель, електромагнітний тахометр, кутова швидкість, диференціальні рівняння, функція Лагранжа, вимірювання.*

***Summary.** A mathematical model of an electromagnetic tachometer has been constructed, based on electromechanical analogies and Lagrange's equations of the 2nd kind, in the form of a first-order differential equation with an appropriate initial condition, which allows determining the measuring electric voltage generated by the tachometer when measuring the angular velocity of rotation of parts around a fixed axis.*

***Key words:** mathematical model, electromagnetic tachometer, angular*

velocity, differential equations, Lagrange function, measurement.

Вступ. Електромагнітний тахометр є досить розповсюдженим вимірювальним приладом, який використовується в системах автоматизації для неперервного визначення поточної кутової швидкості обертання деталей навколо нерухомої осі. Визначення кутової швидкості обертання за допомогою електромагнітного тахометра ґрунтується на взаємодії рухомих вільних електричних зарядів у провідниках із зовнішнім магнітним полем, отже, електромагнітний тахометр насправді є електромеханічним або мікроелектромеханічним вимірювальним приладом [1].

Моделювання електромагнітних тахометрів вкрай потрібне для визначення похибок вимірювання кутової швидкості для різних режимів роботи приладів у системах автоматизації. Перевагою математичного моделювання порівняно із проведенням суто натурних випробувань тахометрів є можливості дослідження різноманітних режимів роботи приладу, відтворення яких під час проведення випробувань може бути досить складним. Характерним прикладом режимів роботи тахометрів, які досить складно відтворювати під час проведення випробувань, є високочастотні коливання кутової швидкості, що обумовлені, наприклад, крутильними коливаннями деталей, які обертаються навколо нерухомої осі [1]. Такі особливі режими роботи тахометрів, зазвичай, відповідають досить небезпечним режимам, у тому числі таким, які можуть призвести до руйнування деталей, або інших порушень умов нормальної експлуатації технічних систем. Отже, дослідження впливу режимів експлуатації на похибку вимірювання кутової швидкості електромагнітними тахометрами вкрай важливе для забезпечення безпечної експлуатації різноманітних технічних систем. Крім цього, перевагою математичного моделювання є можливість дослідження процесів в електромагнітних тахометрах, які ще

не виготовлені, що, зрозуміло, є вкрай корисним на етапі проєктування тахометрів, у тому числі для забезпечення можливостей щодо вимірювання кутової швидкості на особливих режимах обертання.

Розрахункова схема електромагнітного тахометра. Кутова швидкість – векторна фізична величина, що характеризує швидкість обертання матеріальної точки навколо центру обертання. Вектор кутової швидкості за величиною дорівнює куту повороту точки навколо центру обертання за одиницю часу. Сучасні прилади, що базуються на різноманітних принципах, механічних, електричних, магнітних тощо застосовувалися та застосовуються для вимірювання середніх значень швидкостей. Поведінка цих приладів при режимі роботи, що не встановився, піддається виміру лише деякими методами. Так само багато приладів впливають на деталь, що обертається, або мають серйозні похибки і складності в установленні та налаштуванні, ще частіше ці проблеми зустрічаються всі разом [2; 3].

На рис. 1 наведено схематичну будову електромагнітного тахометра.

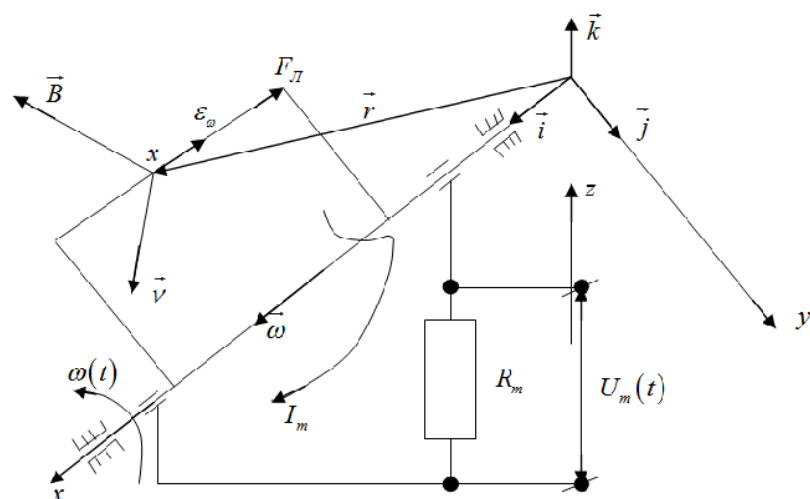


Рис. 1. Схематична будова електромагнітного тахометру

Основним елементом електромагнітного тахометра (рис. 1) є провідник електричного струму, котрий обертається в зовнішньому

магнітному полі з індукцією $\vec{B}$. Як відомо із фізики, провідники електричного струму містять вільні електричні заряди (рис. 1) у вигляді електронів або іонів [4]. Під час обертання такого провідника із кутовою швидкістю ω навколо нерухомої осі x , вільні електричні заряди, що містяться в ньому, зрозуміло, будуть переноситися разом із рухомим провідником (рис. 1). У результаті цього матимемо вільні електричні заряди, що переносяться провідником в зовнішньому в магнітному полі, на які, як відомо із фізики, діє сила Лоренца:

$$\vec{F}_L = x\vec{v}\vec{B} \quad (1)$$

де $\vec{F}_L$ – сила Лоренца, з якою зовнішнє магнітне поле діє на рухомий електричний заряд;

x – електричний заряд;

$\vec{v}$ – тривалість електричного заряду;

$\vec{B}$ – індукція магнітного поля.

Сила Лоренца дуже схожа за своїм принципом на силу Ампера, різниця полягає в тому, що остання діє на весь провідник, який загалом електрично нейтральний, а сила Лоренца описує вплив електромагнітного поля лише на одиничний заряд, що рухається. Вона характеризується тим, що не змінює швидкість переміщення зарядів, а лише впливає на вектор швидкості, тобто здатна змінювати напрямок руху заряджених частинок [4].

Оскільки провідник електричного струму, передбачений в електромагнітному тахометрі, обертається навколо нерухомої осі (рис. 1), то, як відомо з механіки, швидкість вільного електричного заряду, що переноситься таким провідником, визначатиметься у наступному вигляді:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \cdot \vec{r} \quad (2)$$

де $\vec{\omega}$ – вектор кутової швидкості;

$\vec{r}$ – радіус-вектор точки, котра визначає положення рухомого електричного заряду.

Врахуємо швидкість (2) під час визначення сили Лоренца (1), та в результаті цього одержимо таке:

$$\vec{F}_L = x(\vec{\omega} \cdot \vec{r}) \cdot \vec{B} \quad (3)$$

Дію сили Лоренца (2.3) на вільні електричні заряди в провіднику можна уявляти як результат наявності електричного поля, що визначатиметься так:

$$\vec{E}_\omega = (\vec{\omega} \cdot \vec{r}) \cdot \vec{B} \quad (4)$$

де $\vec{E}_\omega$ – енергія поля, котра утворюється електричним зарядом, який рухається в магнітному полі.

Уведемо до розгляду вектори кутової швидкості, індукції магнітного поля та визначимо положення рухомого вільного заряду провідника за допомогою декартових координат (рис. 1):

$$\vec{\omega} = \omega \vec{i}, \quad (5)$$

$$\vec{B} = -B \vec{j}, \quad (6)$$

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}, \quad (7)$$

де $\vec{\omega}$ – вектор кутової швидкості;

$\vec{B}$ – вектор індукції магнітного поля;

ω – проекція вектору кутової швидкості на вісь x ;

B – модуль індукції магнітного поля;

x, y, z – координати рухомого вільного електричного заряду;

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орти нерухомих координатних вісей.

З урахуванням співвідношень (5) та (6) визначимо кутову швидкість (2) наступним чином:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \cdot \vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \omega & 0 & 0 \\ x & y & z \end{vmatrix} = -z\omega\vec{j} + y\omega\vec{k} \quad (8)$$

Далі використаємо визначену у вигляді (8) кутову швидкість для обчислення електричного поля (4), що утворюється рухомим електричним зарядом у магнітному полі:

$$\vec{v} = (\vec{\omega} \cdot \vec{r}) \cdot \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -z\omega & y\omega \\ 0 & -B & 0 \end{vmatrix} = B\omega y\vec{i} \quad (9)$$

Отже, завдяки результату (9) матимемо такий вираз для електричного поля, що утворюється електричним зарядом, який рухається у магнітному полі (рис. 1):

$$\vec{E}_\omega = B\omega y\vec{i} \quad (10)$$

Одержаний вираз (10) визначає електричне поле, що утворюється вільним електричним зарядом провідника, що обертається навколо нерухомої осі та передбачений для визначення кутової швидкості. Обмотка ротора електромагнітного тахометра насправді містить не один провідник, а багато провідників, які рухаються у зовнішньому магнітному полі [5; 6]. Отже, сумарний ефект великої кількості провідників (10) призводитиме до такого результату:

$$\vec{E}_\omega = B_e\omega, \quad (11)$$

де B_e – характеристика тахометра, що враховує наявність великої кількості провідників в обмотці.

Як підтверджує співвідношення (11), обертання ротора (рис. 1) електромагнітного тахометра у спеціально створеному зовнішньому магнітному полі буде призводити до виникнення електрорушійної сили, величина якої пропорційна кутовій швидкості обертання ротора. Отже, якщо замкнути контакти обмотки ротора електромагнітного тахометра за допомогою вимірювального резистора (рис. 1), то в результаті матимемо

електричний струм I_m (рис. 1). При цьому, падіння напруги U_m на вимірювальному резисторі R_m (рис. 1) буде визначатися так:

$$U_m = I_T R_m, \quad (12)$$

де U_m – вимірювальна напруга тахометра, що містить інформацію про кутову швидкість;

R_m – витривалий резистор тахометра;

I_T – струм в еквівалентному ланцюзі тахометра.

Цілком зрозуміло, що падіння напруги (12) буде певними чином залежати від кутової швидкості:

$$U_m = U_m(\omega) \quad (13)$$

Як свідчить співвідношення (13), за величиною вимірювальної напруги (12) можемо встановлювати кутову швидкість. У загальному випадку маємо, вимірювану кутову швидкість, яка залежить від часу:

$$\omega = \omega(t), \quad (14)$$

де t – час.

Завдяки співвідношенням (13) та (14) матимемо, що вимірювальна напруга (12) буде представляти собою функцію часу:

$$U_m = U_m(t) \quad (15)$$

Саме у вигляді (15) маємо результати вимірювань кутової швидкості електромагнітним акселерометром.

Математична модель процесів в електромагнітному тахометрі. Математична модель не є самоціллю, а лише засобом для розв'язання певної проблеми. У зв'язку з цим необхідність створення математичної моделі впливає з методології розв'язання проблеми, що обирається дослідником. Для вирішення складних проблем, зазвичай, застосовують так званий системний похід, де моделювання є основним методом дослідження. Залежно від предметної області, що вивчається, від розв'язуваної проблеми, від математичної підготовки дослідника і вимог

замовника математичні моделі можуть мати різні форми та способи представлення. У найпростішому випадку модель може бути однофакторною лінійною або нелінійною функцією з постійними числовими коефіцієнтами (параметрами моделі, що відображають внутрішній стан системи, котра вивчається) [7].

Процеси, що відбуваються в електромагнітному тахометрі під час проведення вимірювань кутової швидкості, характеризуються певними фізичними величинами, що змінюються протягом часу. З урахуванням цієї обставини математична модель процесів в електромагнітному тахометрі має бути представлена у вигляді звичайних диференціальних рівнянь з початковими умовами.

Як свідчить співвідношення (12), математична модель процесів в електромагнітному тахометрі протягом вимірювання кутової швидкості має визначати електричний струм I_T (рис. 2), який утворюється внаслідок обертання ротора тахометра [5; 6]. Отже, шукана невідома має електричну природу, тому для моделювання процесів в електромагнітному тахометрі слід побудувати еквівалентну електричну схему тахометра. З урахуванням прийнятої схематизації (рис. 1) та співвідношень (11) – (15), еквівалентна електрична схема тахометра може бути представлена, як показано на рис. 2. У запропонованій еквівалентній електричній схемі тахометра (рис. 2) враховано опір R_T обмотки ротора, індуктивність L_T обмотки ротора, наявність джерела електрорушійної сили E_ω , котра відповідно до співвідношення (11) залежить від кутової швидкості (14) ротора, а також вимірювальний резистор R_m , на якому вимірюється електрична напруга (15), котра завдяки співвідношенню (12) містить інформацію (14) про вимірювану кутову швидкість. Саме за допомогою еквівалентної електричної схеми електромагнітного тахометра, що запропонована відповідно до рис. 2, досліджуватимемо електричні процеси, що

відбуватимуться в тахометрі під час вимірювання кутової швидкості. Вплив вимірюваної кутової швидкості (14) на електричні процеси (рис. 2), що відбуваються в електромагнітному тахометрі, враховується через залежність (11), яка встановлює зв'язок електрорушійної сили з кутовою швидкістю (14) ротора.

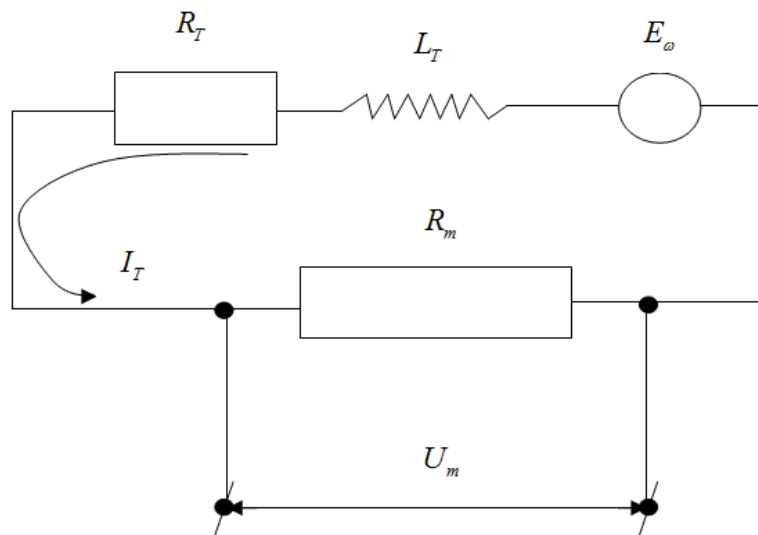


Рис. 2. Еквівалентна електрична схема електромагнітного тахометра

Для побудови диференціального рівняння математичної моделі еквівалентної електричної схеми (рис. 2) електромагнітного тахометра використовуватимемо відомі електромеханічні аналогії (таб. 1) та рівняння Лагранжа 2-го роду:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial L}{\partial q_k} = - \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_k} + Q_k, k = 1, 2, \dots, n, \quad (16)$$

де n – кількість ступенів вільності системи;

$q_1, q_2, \dots, q_n$ – узагальнені координати досліджуваної системи;

$\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n$ – узагальнені швидкості досліджуваної системи;

L – функція Лагранжа, що визначає різницю між кінетичною та потенційною енергією досліджуваної системи;

R – дисипативна функція Релея, котра характеризує сили в'язкого опору та дорівнює половині потужності сили в'язкого опору, що постійно залежить від швидкості;

Q_k – узагальнена сила, відповідає узагальненій координаті q_k .

Таблиця 1

Електромагнітні аналогії

Механічна величина	Електрична величина
Переміщення, м	Заряд, К
Швидкість, м/с	Сила струму, А
Маса, кг	Індуктивність, Т _н
В'язкий опір, Нс/м	Активний опір, Ом
Податливість, м/Н	Ємність, Ф
Сила, Н	Напруга, В

У випадку досліджуваної еквівалентної електричної схеми (рис.2) електромагнітного тахометра функція Лагранжа та дисипативна функція Релея із рівнянь Лагранжа 2-го роду (16) з урахуванням електромеханічних аналогій (таб. 1) матимуть такий вигляд:

$$L = \frac{1}{2} L_T I_T^2, \quad (17)$$

$$R = \frac{1}{2} R_T I_T^2, \quad (18)$$

де L_T – індуктивність обмотки ротора тахометра;

R_T – опір обмотки ротора тахометра;

I_T – струм еквівалентного електричного ланцюга тахометра.

Використовувана під час моделювання процесів в електромагнітному тахометрі еквівалентна електрична схема (рис. 2) насправді є системою з одним ступенем вільності, оскільки стан відповідного електричного ланцюга визначається лише одним параметром,

а саме – електричним струмом I_m (рис. 2). Отже, будемо використовувати далі узагальнену координату, що вводиться до розгляду наступним чином:

$$n = 1, q_1 = q = \int I_m dt, \quad (19)$$

де $q_1 = q$ – узагальнена координата, що представляє електричний заряд еквівалентного електричного ланцюга тахометра.

Щоб визначити узагальнені сили, котрі містяться у рівняннях Лагранжа 2-го роду, обчислимо спочатку суму віртуальних робіт сил, які не є потенційними та дисипативними, або розглядаються окремо від них. У результаті матимемо:

$$\delta A = E_\omega \delta q_1, \quad (20)$$

де δq_1 – варіація електричного заряду в еквівалентному ланцюзі тахометра.

Завдяки виразу (20) матимемо узагальнену силу еквівалентного електричного ланцюга електромагнітного тахометра (рис. 2), котра відповідає узагальненій координаті (19), у такому вигляді:

$$Q_1 = E_\omega \quad (21)$$

З урахуванням прийнятої у вигляді (19) узагальненої координати функція Лагранжа (17) та дисипативна функція Релея (18) набудуть такого вигляду:

$$L = \frac{1}{2} L_T \dot{q}_1^2, \quad (22)$$

$$R = \frac{1}{2} R_T \dot{q}_1^2, \quad (23)$$

Таким чином, для прийнятої узагальненої координати (19) та відповідній їй узагальненій силі (20), з урахуванням виразу (22) функції Лагранжа, виразу (23) дисипативної функції Релея, та співвідношення (11) рівняння Лагранжа 2-го роду (16) приведуть до такого результату:

$$L_T \ddot{q}_1 = -R_T \dot{q}_1 + B_e \omega(t) \quad (24)$$

Отже, завдяки отриманому результату (24), матимемо математичну модель процесів в електромагнітному тахометрі (рис. 2), що відбуваються під час вимірювань кутової швидкості, у вигляді звичайного диференціального рівняння із початковою умовою

$$L_T \frac{dI_T}{dt} + R_T I_T = B_e \omega(t), I_T(0) = 0 \quad (25)$$

У вихідній умові (25) передбачається, що у початковий момент часу електричний струм в еквівалентному електричному ланцюзі електромагнітного тахометра дорівнював нулю, що дозволяє досліджувати перехідні процеси під час вмикання тахометра. Хоча математична модель (25) дозволяє вичерпно вивчати процеси в електромагнітному тахометрі під час вимірювань кутової швидкості, але більш зручною є математична модель, яка сформульована відносно вимірювальної напруги (15). Для отримання такої моделі використаємо співвідношення (12), що дозволить отримати наступне:

$$I_T(t) = \frac{U_m(t)}{R_m} \quad (26)$$

З урахуванням виразу (26) математична модель процесів в електромагнітному тахометрі під час вимірювань кутової швидкості набуде такого найбільш зручного вигляду:

$$\frac{L_T}{R_m} \frac{dU_m}{dt} + \frac{R_T}{R_m} U_m = B_e \omega(t), U_m(0) = 0 \quad (27)$$

Як свідчить математична модель (27), процеси, що відбуваються в електромагнітному тахометрі під час вимірювань кутової швидкості, можна представити у вигляді такого відображення:

$$\omega(t) \xrightarrow{\omega_T} U_m(t), \quad (28)$$

де ω_t – відображення кутової швидкості у вимірювальну напругу тахометра.

Оскільки диференціальне рівняння математичної моделі (27) є лінійним, то відображення (28) зручно представляти у вигляді динамічної ланки, як показано на рис. 3. Передаточна функція динамічної ланки (рис. 3), що зв'язує вимірювану кутову швидкість (14) та вимірювальне напруження (15) має такий вигляд:

$$\omega_T(S) = \frac{B_e R_m}{L_T S + R_T}, \quad (29)$$

де $\omega_T(S)$ – передаточна функція електромагнітного тахометра.

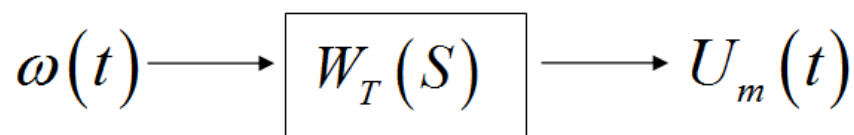


Рис. 3. Представлення електромагнітного тахометру у вигляді динамічної ланки

Таким чином, у вигляді (27) маємо зручну математичну модель процесів, які відбуваються в електромагнітному тахометрі під час вимірювань кутової швидкості. Під час досліджень процесів в автоматизованих системах також зручно користуватися передаточною функцією (29), що узгоджується із підходами теорії автоматичного керування.

Вимірювання за допомогою тахометра. Як було показано вище, моделювання процесів в електромагнітному тахометрі зводиться до побудови відображення (28), в якому кутова швидкість (14) виступає як відома величина, а невідомою величиною є вимірювальна напруга (15). Водночас, процес вимірювання кутової швидкості електромагнітним тахометром з точки зору користувача відрізняється від процесу моделювання тахометра. Дійсно, під час вимірювання за допомогою тахометра кутова швидкість (14) насправді є невідомою, а відомою є вимірювальна напруга (15). Отже, процес вимірювання кутової швидкості електромагнітним тахометром з точки зору користувача представляє

собою відображення вимірювальної напруги (15) у відповідну їй кутову швидкість (14), яке має такий вигляд:

$$v_m(t) \xrightarrow{W_m} \omega(t), \quad (30)$$

де W_m – відображення вимірюваної напруги в кутову швидкість.

Побудова відображення (30) вимірювальної напруги (15) у відповідну їй кутову швидкість (14) здійснюється за допомогою диференціального рівняння математичної моделі (27), в якому невідому кутову швидкість (14) слід записати ліворуч, а відому вимірювальну напругу (15) – праворуч від знаку рівності:

$$\omega(t) = \frac{L_T}{B_e R_m} \frac{dv_m}{dt} + \frac{R_T}{B_e R_m} U_m \quad (31)$$

Відображення (28), що визначається співвідношенням (31), в деяких випадках зручно представляти у вигляді динамічної ланки (рис. 4), що має таку передаточну функцію:

$$W_m(s) = \frac{L_T s + R_T}{B_e R_m}, \quad (32)$$

де $W_m(s)$ – передаточна функція вимірювання за допомогою електромагнітного тахометра.

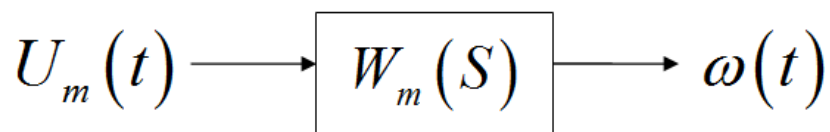


Рис. 4. Представлення вимірювань за допомогою електромагнітного тахометру у вигляді динамічної ланки

Зрозуміло, що у випадку вимірювальної напруги (15), відомої у вигляді точно заданого аналітичного виразу залежності від часу визначення кутової швидкості за допомогою формули (31) не містить принципових труднощів та зводиться до диференціювання відомої функції. Водночас, під час вимірювань кутової швидкості за допомогою

електромагнітного тахометра не маємо точно заданого аналітичного виразу, котрий би визначав вимірювальну напругу (15), а маємо лише сигнал, який представляє таку напругу в аналоговій або цифровій формі. Зрозуміло, що такий сигнал природно міститиме похибки вимірювань, притаманні будь-якій вимірювальній апаратурі, вимірювальним приладам та пристроям. Відомо, що диференціювання наближено представленої функції є некоректним за Адамаром, тобто незначні похибки визначення функції призводять до теоретично нескінченних похибок визначення її похідних. Завдяки цьому, доданок у формулі (31), який містить похідну вимірювальної напруги (15), буде збільшувати похибку, що містяться в сигналі (15) через обмежену точність вимірювань. З урахуванням цієї обставини, при визначенні кутової швидкості (14) за вимірювальною напругою (15), зазвичай, нехтують доданком у формулі (31), що містить похідну вимірювальної напруги (15), та визначення вимірюваної кутової швидкості здійснюють наближено у вигляді

$$\omega(t) \approx \bar{\omega}(t), \bar{\omega}(t) = \frac{1}{B_e} \frac{R_r}{R_m} U_m(t), \quad (33)$$

де $\bar{\omega}(t)$ – наближено визначена кутова швидкість.

Хоча формула (33) принципово є наближеною, на відміну від точної формули (31), але використання точної формули (31) у випадку сигналу вимірювальної напруги (15), що містить похибки, буде призводити до більших похибок визначення кутової швидкості, ніж використання наближеної формули (33). Слід також зазначити, що оцінку кутової швидкості за наближеною формулою (33) зручно представляти у вигляді динамічної ланки (рис. 4) із наближено визначеною передаточною функцією

$$W_m(s) \approx \bar{W}_m(s), \bar{W}_m(s) = \frac{1}{B_e} \frac{R_r}{R_m}, \quad (34)$$

де $\overline{W}_m(S)$ – наближена передаточна функція вимірювання за допомогою електромагнітного тахометра.

Бачимо, що використання наближеної формули (33) або динамічної ланки (рис. 4) із наближеною передаточною функцією (33) є досить зручним у практичному використанні, оскільки визначення кутової швидкості (13) зводиться до звичайного множення вимірювальної напруги (15) на відповідний коефіцієнт, який залежить від параметрів еквівалентного електричного ланцюга (рис. 2), що представляє електромагнітний тахометр відповідно прийнятої схематизації (рис. 1). Заразом, слід розуміти, що використання наближеної формули (33) призводитиме до похибки визначення кутової швидкості (14) таким чином, що абсолютне значення цієї похибки буде таким:

$$\varepsilon(t) = \left| \omega(t) - \frac{1}{B_e} \frac{R_r}{R_m} U_m(t) \right|, \quad (35)$$

де $\varepsilon(t)$ – абсолютна похибка вимірювання кутової швидкості тахометром.

Завдяки результату (35) бачимо, що абсолютна похибка оцінювання кутової швидкості (14) за вимірювальною напругою (15) залежатиме від вигляду функціональної залежності кутової швидкості (14). Зрозуміло, що вигляд залежності від часу (14) кутової швидкості визначається режимом експлуатації та особливостями будови технічної системи, в якій передбачений досліджуваний електромагнітний тахометр.

Висновки. Одним із негативних чинників, які можуть мати помітний вплив на результати вимірювання кутової швидкості (14) за допомогою електромагнітного тахометра, є високочастотні крутильні коливання, що супроводжують обертання навколо нерухомої осі твердих тіл внаслідок притаманного їм деформування. Якщо вплив таких високочастотних коливань на результати вимірювання кутової швидкості (14) електромагнітним тахометром будуть помітними, то це може

непередбачувано вплинути на роботу систем автоматизації, в яких електромагнітний тахометр використовується як пристрій зчутливлення для забезпечення формування коригування керування відповідно до принципу зворотного зв'язку. Зрозуміло, що за цих умов слід розуміти особливості вимірювання електромагнітними тахометрами кутової швидкості (14), що містить високочастотні коливальні складові. Крім того, крутильні коливання обмежують ресурс елементів конструкцій через накопичення пошкоджень внаслідок втоми, тому досить важливою окремою задачею є вимірювання параметрів таких крутильних коливань за допомогою електромагнітних тахометрів. Дійсно, належна неперервна фіксація крутильних коливань протягом експлуатації дозволить оцінювати накопичені втомні пошкодження, що надасть можливостей для уникнення порушень нормальної експлуатації технічних систем, у тому числі важких аварій із значними збитками та впливом на навколишнє середовище.

Література

1. Bonert R.. Design of a high performance tachometer with a microcontroller. *Instrumentation and Measurement*. 1989. Vol. 38. P. 1104-1108.
2. Das S. Contactless Speed Monitoring and Displaying. *International Research Journal of Engineering and Technology*. 2016. Vol. 3.
3. Tunggal T. P., Kirana L. A., Arfianto A. Z., Helmy E. T., Waseel F. The Design of Tachometer Contact and Non-Contact Using Microcontroller. *Journal of Robotics and Control*. 2020. Vol. 1, № 3. P. 972-981.
4. Бабак В. П., Хандецький В. С., Шрюфер Е. Обробка сигналів: підручник. К.: Либідь, 1999. 392 с.
5. Бурштинський М. В., Хай М. В., Харчишин Б. М. Давачі. Львів: ТзОВ «Простір М», 2013. 184 с.
6. Кухарчук В.В., Кучерук В. Ю., Володарський Є. Т., Грабко В. В.

Основи метрології та електричних вимірювань: підручник. Херсон: Олді-плюс, 2013. 538 с.

7. Banerjee S., Raton B. Mathematical Modeling: Models, Analysis and Applications, 2nd Edition. FL: Chapman and Hall/CRC Press, Taylor & Francis Group, 2022, 433 p.