

Technical sciences

UDC 621.321

Аллахверанов Рауф Юсіф огли

кандидат технічних наук, доцент,

доцент кафедри КІТАР

Харківський національний університет радіоелектроніки

Allakhveranov Rauf

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor

Kharkiv National University of Radio Electronics

Осман Аміра Ясирівна

магістрантка

Харківського національного університету радіоелектроніки

Osman Amira

Master Student of the

Kharkiv National University of Radio Electronics

Горовий Кирило Юрійович

керівник відділу планування та збуту готової продукції

ПРАТ "Verallia Україна"

Horovyi Kyrylo

Head of Planning and Shipping Department

PJSC "Verallia Ukraine"

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВЕРТИКАЛЬНИХ КОЛИВАНЬ
ЧОТИРЬОХКОЛІСНОЇ ПЛАТФОРМИ ТА ЇХНЬОГО ВПЛИВУ НА
БОРТОВІ ПРИЛАДИ СИСТЕМ АВТОМАТИЗАЦІЇ
MATHEMATICAL MODEL OF VERTICAL OSCILLATIONS OF A
FOUR-WHEELED PLATFORM AND THEIR INFLUENCE ON THE
ONBOARD DEVICES OF AUTOMATION SYSTEMS**

Анотація. Розглянуто теоретичні основи вертикальних коливань під час руху чотирьохколісної платформи. Побудована математична модель вертикальних коливань чотирьохколісної платформи на ресорах у вигляді системи трьох диференціальних рівнянь другого порядку. Показано, що процес коливань на ресорах рухомої чотирьохколісної платформи, навіть при незначних амплітудах відхилень може характеризуватися досить великими швидкостями та прискореннями.

Ключові слова: математична модель, вертикальні коливання, чотирьохколісна платформа, диференціальні рівняння, функція Лагранжа, рух.

Summary. The theoretical foundations of vertical oscillations during the movement of a four-wheeled platform are considered. A mathematical model of vertical oscillations of a four-wheeled platform on springs in the form of a system of three second-order differential equations is constructed. It is shown that the process of oscillations on the springs of a moving four-wheeled platform, even with small amplitudes of deviations, can be characterized by quite large speeds and accelerations.

Key words: mathematical model, vertical oscillations, four-wheeled platform, differential equations, Lagrange function, motion.

Вступ. Колісні платформи є одними з найпоширеніших видів транспорту. У процесі руху колісної платформи виникають вертикальні коливання, що можуть впливати на комфортність пересування та безпеку пасажирів. Тому моделювання вертикальних коливань є важливим аспектом дослідження.

Вертикальні коливання чотирьохколісної платформи породжують вертикальні прискорення, що можуть мати значний вплив на бортові електронні та, особливо, мехатронні прилади та пристрої систем

автоматизації різного призначення. Такі вертикальні прискорення можуть суттєво порушувати роботу бортових електронних і мехатронних пристроїв та приладів, які, зрозуміло, у свою чергу впливатиме відповідним чином на роботу систем автоматизації. За цих умов, слід мати математичні моделі, котрі б дозволяли визначати вертикальні прискорення чотирьохколісної платформи для оцінки можливого їхнього впливу на бортові електронні та пристрої систем автоматизації. У таких математичних моделях мають розглядатися вертикальні коливання чотирьохколісної платформи, що виникають протягом її руху та породжують вертикальні прискорення, котрі впливають на бортові електронні та мехатронні прилади та пристрої систем автоматизації.

Розрахункова схема вертикальних коливань чотирьохколісної платформи. Вертикальні коливання, що виникають протягом руху чотирьохколісної платформи, розглядаємо як результат взаємодії колісної платформи із нерівностями опорної поверхні, по якій власне ця платформа рухається (рис. 1). При цьому залишаємо поза розглядом коливання чотирьохколісної платформи в горизонтальному напрямку та не враховуємо взаємний вплив таких горизонтальних та вертикальних коливань. Слід зазначити, що прийняті допущення можуть бути реалізовані лише за умови малих коливань корпусу досліджуваної чотирьохколісної платформи на ресорах. Зрозуміло, що розгляд виключно малих коливань на ресорах відповідним чином обмежує коло досліджуваних процесів, однак такі малі коливання відповідають досить важливим, із практичної точки зору, режимам руху колісних платформ твердими опорними поверхнями, що мають відносно невеликі відхилення від горизонтальної площини. Таким чином, запропонована схематизація вертикальних коливань на ресорах чотирьохколісної платформи дозволяє охопити досить важливе коло питань щодо впливу вертикальних коливань

на ресорах досліджуваної чотирьохколісної платформи на бортові електронні та мехатронні прилади та пристрої систем автоматизації.

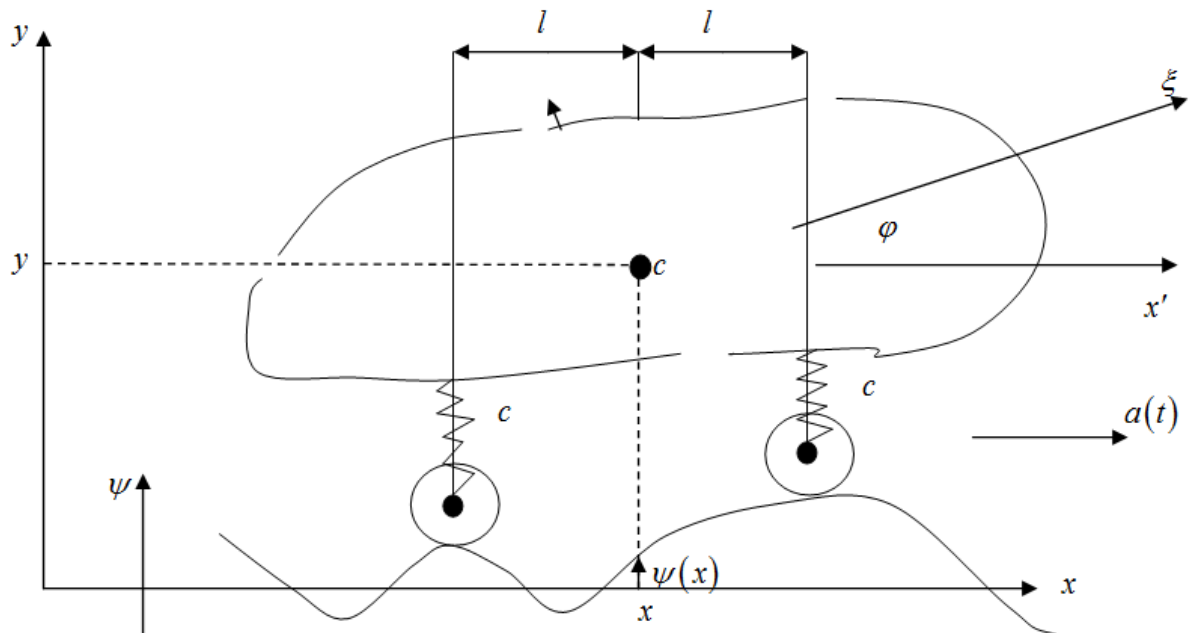


Рис. 1. Розрахункова схема вертикальних коливань чотирьохколісної платформи

Приймаємо, що досліджувана чотирьохколісна платформа рухається вздовж горизонтальної осі x із прискорюванням (рис. 1):

$$a = a(t), \quad (1)$$

де a – проекція прискорення досліджуваної чотирьохколісної платформи на вісь x ;

t – час.

Завдяки горизонтальному прискоренню (1) горизонтальна координата центру мас досліджуваної чотирьохколісної платформи буде змінюватись у часі:

$$x = x(t), \quad (2)$$

де x – горизонтальна проекція центру мас досліджуваної чотирьохколісної платформи.

Вертикальні коливання чотирьохколісної платформи на ресорах обумовлені відхиленнями від горизонтальної площини профілю опорної

поверхні, якою рухається досліджувана чотирьохколійна платформа (рис. 1). Зрозуміло, що такі відхилення залежать від поточної горизонтальної координати центру мас колійної платформи та від розташування ресорів відносно центру мас (рис. 1). Сукупність відхилень від горизонтальної площини профілю опорної поверхні визначаємо за допомогою функції:

$$\psi = \psi(t), \quad (3)$$

де ψ – відхилення від горизонтальної площини опорної поверхні, якою рухається досліджувана чотирьохколійна платформа.

Далі вважатимемо, що вигляд функції (3), котра визначає форми профілю опорної поверхні, якою рухається досліджувана чотирьохколійна платформа, є відомим.

Зрозуміло, що під час руху досліджуваної чотирьохколійної платформи її колеса точно повторюють профіль опорної поверхні (рис. 1). Для зменшення впливу нерівностей опорної поверхні на рухому чотирьохколійну платформу між її корпусом та колесами передбачені ресори. У досліджуваній чотирьохколійній платформі ресори розглядаються як пружини, що мають жорсткість c та розташовані на відстані l по обидва боки від центру мас корпусу платформи (рис. 1). Отже, нерівності опорної поверхні через колеса та ресори передаються до корпусу досліджуваної чотирьохколійної платформи в результаті чого корпус платформи буде рухатись у площині (рис. 1).

Для визначення руху корпусу досліджуваної чотирьохколійної платформи в площині (рис. 1) внаслідок вертикальних коливань на ресорах уводимо до розгляду зв'язані з рухомою платформою осі, які проходять через центр мас C корпусу платформи (рис. 1). Положення корпусу досліджуваної чотирьохколійної платформи при коливаннях на ресорах визначаємо координатою центру мас корпусу та кутом його повороту навколо центру мас, який обчислюється від горизонтальної осі x' (рис. 1):

$$y = y(t), \quad (4)$$

$$\varphi = \varphi(t), \quad (5)$$

де y – вертикальна координата центру мас корпусу досліджуваної чотирьохколісної платформи мас;

φ – кут повороту корпусу досліджуваної чотирьохколісної платформи навколо центру мас.

Приймаємо, що вертикальна координата центру мас корпусу досліджуваної чотирьохколісної платформи обчислюється відносно положення рівноваги на ресорах нерухомої колісної платформи, розташованої на ідеальній горизонтальній опорній поверхні. В математичній моделі вертикальних коливань досліджуваної чотирьохколісної платформи враховуємо масу m корпусу платформи та момент інерції корпусу навколо осі що проходить через центр мас корпусу перпендикулярно площині (рис. 1).

Відповідно до співвідношень (4) та (5) моделювання вертикальних коливань досліджуваної чотирьохколісної платформи зводиться до визначення закону зміни у часі вертикальної координати центру мас її корпусу та кута повороту корпусу навколо центру мас для заданої швидкості руху (1) колісної платформи у горизонтальному напрямку та для заданої форми профілю (3) опорної поверхні. Оскільки невідомими задачі є функції часу, то математична модель вертикальних коливань досліджуваної чотирьохколісної платформи має бути побудована у вигляді системи звичайних диференціальних рівнянь та відповідних початкових умов, необхідних для визначення вертикальної координати центру мас та кута повороту корпусу як функцій часу.

Побудова диференціальних рівнянь математичної моделі вертикальних коливань. Математична модель системи чи процесу відбиває тою чи іншою мірою властивості реальної системи, зокрема обмеження, що у реальних умовах. Математична модель складається

(розробляється) у математичних термінах (математичною мовою) і має, як правило, кількісний опис [1, 2]. Тому стан математичної моделі системи або процесу може бути представлений у вигляді елемента x множини можливих станів X . Дуже важливим є те, щоб кожен елемент множини $x \in X$ характеризував стан моделі системи або процесу повністю, однозначно. Безліч X можна розглядати як простір станів системи чи процесу. Однак у математиці (функціональному аналізі) простором, зазвичай, називають множину, в якій задано співвідношення між будь-якими її елементами, що визначає близькість між ними.

Вертикальні коливання корпусу досліджуваної чотирьохколійної платформи обумовлені силами пружності ресор, через які на корпус передаються нерівності профілю опорної поверхні, якою рухається платформа. Отже, для побудови диференціальних рівнянь математичної моделі вертикальних коливань корпусу досліджуваної чотирьохколійної платформи використовуємо рівняння Лагранжа другого роду, котрі для консервативних систем мають вигляд:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial L}{\partial q_k} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (6)$$

де L – функція Лагранжа, що представляє різницю між потенційною та кінетичною енергією досліджуваної системи;

n – кількість ступенів вільності досліджуваної системи;

$q_1, q_2, \dots, q_n$ – узагальнені координати досліджуваної системи;

$\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n$ – узагальнені швидкості досліджуваної системи.

Рівняння Лагранжа другого роду – диференціальні рівняння другого порядку в узагальнених координатах. Вони дають єдиний і досить простий метод розв’язання задач динаміки для будь-яких голономних і стаціонарних систем, що як завгодно рухаються. Кількість рівнянь не залежить від числа точок або тіл, які входять до механічної системи, а залежить від числа ступенів свободи. Сили, що діють на систему,

представлені у вигляді узагальнених сил, куди входять лише зовнішні сили, а всі реакції ідеальних зв'язків автоматично виключаються, отже, їх можна не показувати на кресленні. Також, якщо на систему діють сили тертя, то їх включають до зовнішніх сил. Механічна система під дією сили тяжіння починає рухатися зі стану спокою, тому необхідно визначити прискорення всіх тіл, що входять до системи.

Аналітичний висновок рівнянь Лагранжа другого роду не дозволяє усвідомити їхній фізичний зміст. Однак певною мірою останній можна побачити зі зіставлення цих рівнянь з рухом точки в тривимірному просторі, записаному в проекції на криволінійні координати. Для цього звернемося знову до значення узагальнених координат.

Як зазначалося, перевага узагальнених координат перед декартовими під час розгляду зв'язкових систем у тому, що узагальнені координати автоматично враховують зв'язку, накладені систему. Але значення узагальнених координат не вичерпується вказаним. Дійсно, у разі руху вільної матеріальної точки три параметри, що визначають радіус-вектор її, можна розглядати як узагальнені координати й одночасно як криволінійні координати точки в тривимірному просторі.

Якщо система складається з вільних матеріальних точок, отже, володіє ступенями свободи, то, переходячи до будь-яких криволінійних координат, отримаємо узагальнені координати системи. Таким чином, запровадження узагальнених координат представляє в деяких випадках перехід від декартових координат системи до криволінійних координат, які можуть бути зручні при розгляді тих чи інших завдань.

Рух однієї матеріальної точки визначається зміною трьох координат. Останні визначають деякий тривимірний простір. Рух вільних матеріальних точок визначається зміною координат; координати визначають вимірний простір. Отже, рух матеріальних точок можна окреслити як рух однієї матеріальної точки вздовж деякої траєкторії

вимірного простору. Цей простір називається простором змін. Таке геометричне уявлення руху системи матеріальних точок часом є дуже наочним і корисним щодо руху механічних систем.

З урахуванням припущень прийнятої схематизації вертикальних коливань корпусу для досліджуваної чотирьохколісної платформи (рис. 1) матимемо функцію Лагранжа (6) у наступному вигляді:

$$L = \frac{1}{2} m \dot{y}^2 + \frac{1}{2} j \dot{\varphi}^2 - \frac{1}{2} c \Delta l_1^2 - \frac{1}{2} c \Delta l_2^2, \quad (7)$$

де Δl_1 – зміна довжини еквівалентної пружини, що представляє ресору, розташовану ліворуч від центру мас на рис. 1;

Δl_2 – зміна довжини еквівалентної пружини, що представляє ресору, розташовану ліворуч від центру мас на рис. 1.

Зміни довжин еквівалентних пружин, які представляють ресори, з прийнятої схематизації досліджуваної чотирьохколісної платформи мають визначатися так:

$$\Delta l_1 = y - l\varphi - \psi(x - l), \quad (8)$$

$$\Delta l_2 = y + l\varphi - \psi(x + l). \quad (9)$$

Завдяки виразам (8) та (9) функція Лагранжа (7) досліджуваної чотирьохколісної платформи набуде такого вигляду:

$$L = \frac{1}{2} m \dot{y}^2 + \frac{1}{2} j \dot{\varphi}^2 - \frac{1}{2} c (y - l\varphi - \psi(x - l))^2 - \frac{1}{2} c (y + l\varphi - \psi(x + l))^2 \quad (10)$$

З урахуванням припущень, які прийняті до розрахункових схем вертикальних коливань досліджуваної чотирьохколісної платформи (рис. 1), маємо систему з двома ступенями вільності та узагальненими координатами:

$$n = 2, q_1 = y, q_2 = \varphi \quad (11)$$

Прийняті у вигляді (11) визначення узагальнених координат, які окреслюють вертикальні коливання досліджуваної чотирьохколісної платформи, дозволяють представити функцію Лагранжа (7) наступним чином:

$$L = \frac{1}{2} m \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} j \dot{q}_2^2 - \frac{1}{2} c (q_1 - l q_2 - \psi(x-l))^2 - \frac{1}{2} c (q_1 + l q_2 - \psi(x+l))^2 \quad (12)$$

Рівняння Лагранжа другого роду (6) для функції Лагранжа (11) набудуть вигляду:

$$m \ddot{q}_1 + c (q_1 - l q_2 - \psi(x-l)) + c (q_1 + l q_2 - \psi(x+l)) = 0, \quad (13)$$

$$j \ddot{q}_2 - c l (q_1 - l q_2 - \psi(x-l)) + c l (q_1 + l q_2 - \psi(x+l)) = 0 \quad (14)$$

В одержаних рівняннях (13) та (14) врахуємо подібні доданки та перенесемо невідомі ліворуч від знаку рівності. Отже після виконання нескладних перетворень одержані у вигляді (13) та (14) диференціальні рівняння остаточно запишуться так:

$$m \ddot{q}_1 + 2c q_1 = c (\psi(x+l) + \psi(x-l)), \quad (15)$$

$$j \ddot{q}_2 + 2c l q_2 = c l (\psi(x+l) - \psi(x-l)). \quad (16)$$

Диференціальні рівняння (15) та (16) слід доповнити диференціальним рівнянням для визначення горизонтальної координати центру мас досліджуваної чотирьохколісної платформи, що має такий вигляд:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = a(t) \quad (17)$$

Таким чином, диференціальні рівняння математичної моделі вертикальних коливань досліджуваної чотирьохколісної платформи відповідно до прийнятих припущень (рис. 1) мають вигляд (15) – (17) системи трьох звичайних диференціальних рівнянь другого порядку. Для інтегрування системи звичайних диференціальних рівнянь другого порядку (15) – (17) слід враховувати початкові умови, що далі приймаємо як:

$$q_1(0) = 0, q_2(0) = 0, \dot{q}_1(0) = 0, \dot{q}_2(0) = 0, x(0) = 0, \dot{x}(0) = v_0, \quad (18)$$

де v_0 – початкова швидкість чотирьохколісної платформи.

Прийняті у вигляді (18) початкові умови відповідають випадку чотирьохколісної платформи, що має задану горизонтальну початкову швидкість та початкове положення корпусу відповідне положенню

рівноваги на ресорах досліджуваної колісної платформи, що розташована на ідеальній горизонтальній опорній поверхні.

Математична модель вертикальних коливань досліджуваної чотирьохколісної платформи з урахуванням прийнятої схематизації (рис. 1), що побудована у вигляді системи трьох звичайних диференціальних рівнянь другого порядку (15) – (17) та відповідних цим рівнянням початкових умов (18), дозволяє визначити залежність від часу координати центру мас (4) та кут повороту (5) корпусу досліджуваної чотирьохколісної платформи при вертикальних коливаннях, які обумовлені рухом платформи опорною поверхнею із відхиленнями від горизонтальної площини (3).

Оцінка вертикальних прискорень та їхнього впливу на бортові пристрої систем автоматизації. Автоматичне управління у техніці, сукупність дій, вкладених у підтримку чи поліпшення функціонування керованого об'єкта без безпосередньої участі людини відповідно до заданої мети управління широко застосовується в багатьох технічних і біотехнічних системах для виконання операцій, які не здійснюються людиною у зв'язку з необхідністю перероблення великої кількості інформації в обмежений час, для підвищення продуктивності праці, якості та точності регулювання, звільнення людини від управління системами, що функціонують в умовах відносної недоступності або небезпечних для здоров'я.

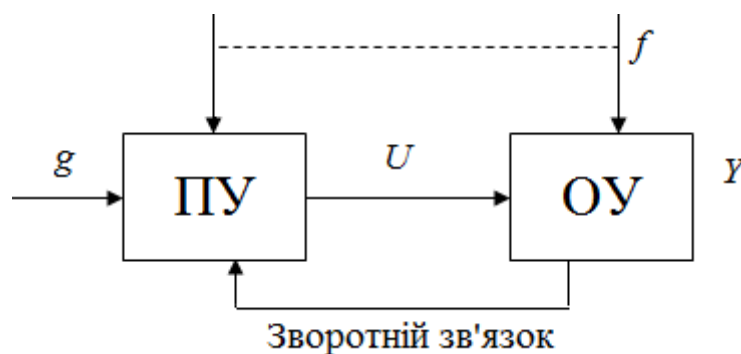
Мета управління тим чи іншим чином пов'язується із зміною в часі регульованої (керованої) величини – вихідної величини об'єкта, що керується. Для здійснення мети управління, з урахуванням особливостей керованих об'єктів різної природи та специфіки окремих класів систем, організується вплив на органи управління об'єкта – керувальний вплив. Він призначений також для компенсації ефекту зовнішніх впливів, які обурюють, прагнуть порушити необхідну поведінку регульованої

величини. Керувальна дія виробляється пристроєм управління. Сукупність взаємодіючих керувального пристрою та керованого об'єкта утворює систему автоматичного керування.

Будь-який виробничий, технологічний процес або технічний об'єкт характеризуються певними фізичними параметрами (витрата речовини та енергії, режими різання, температура, тиск). Щоб забезпечити потрібний режим, ці параметри необхідно підтримувати постійно або змінювати за певним законом. Параметр виробничого, технологічного процесу чи технічного об'єкта, що необхідно підтримувати постійно чи змінювати за певним законом, називають керованим (керованою величиною $y(t)$). Значення керованого параметра, що згідно з завданням має бути в даний момент часу, називають заданим значенням керованого параметра.

За своїм обсягом механізація та автоматизація може бути частковою, повною та комплексною. При частковій передбачається охоплення деяких основних операцій, при повній всіх основних операцій, а при комплексній – всіх основних та допоміжних [3].

Блок-схему системи (автоматичного) управління можна уявити так, як на рис. 2. Вихідна змінна об'єкта управління є вихідною (керованою) змінною системи управління.



ПУ – пристрій управління; ОУ – об'єкт управління

Рис. 2. Загальна блок-схема системи автоматизованого управління

Канал зв'язку, яким інформація про поточний стан ОУ надходить до ПУ (рис. 2), називається зворотним зв'язком.

Зовнішній вплив g , який визначає необхідний (заданий) закон зміни вихідної змінної, називається впливом, який задається. Тут, як це часто роблять, вплив, який задається, виведено за межі керувального пристрою, в той час як задавання виробляється задатчиками, що входять до складу ПУ.

Сукупність операцій, необхідні підтримки чи зміни у потрібному напрямку показників процесу називається регулюванням, а власне показники процесу – регульованими величинами. Регулювання, що відбувається без будь-якої участі людини, називають автоматичним, а регульовальні пристрої, що виконують таке регулювання – автоматичними регуляторами. Технічний пристрій, який реалізує процес, котрий необхідно регулювати, називається об'єктом регулювання. Щоб можна було здійснити регулювання, об'єкт повинен мати орган, який регулює, при зміні положення або стану котрого показники процесу будуть змінюватися в заданих межах або напрямках.

Будь-яку систему автоматичного регулювання можна представити з окремих пристроїв – елементів, які у процесі роботи відчують у собі вплив різних чинників. До них належать впливи, що надходять як на систему в цілому, так і на окремі її елементи.

Впливи бувають внутрішні та зовнішні. Внутрішніми впливами називаються такі, що передаються всередині системи від одного елемента до іншого, утворюючи послідовний ланцюг внутрішніх впливів, які забезпечують перебіг технічного процесу із заданими показниками.

Зовнішні дії, у свою чергу, можна розділити на два види. До першого виду належать такі зовнішні впливи, що подаються на вхід системи свідомо та необхідні для нормального перебігу технічного процесу. Зазначені дії називаються такими, що задають, або вхідними.

До другого виду зовнішніх впливів на систему автоматичного регулювання належать впливи, що надходять безпосередньо на об'єкт, який регулюється. Ці дії називають зовнішніми збуреннями і позначають

через $F(t)$. Для різних систем автоматики збурення будуть різними. Наприклад, для двигуна постійного струму входною величиною буде напруга, що підводиться до двигуна, вихідною (регульована величина) – частота обертання двигуна, а збуренням – навантаження на його вал. Розрізняють збурення основні та другорядні.

До основних збурень належать такі, що найбільше впливають на регульовану величину $y(t)$. Якщо вплив зовнішніх збурень на регульовану величину t незначний, то вони вважаються другорядними. Так, для двигуна при постійному струмі збудження основним збуренням буде навантаження на вал двигуна, а другорядними – ті збурення, що призводять до незначних змін частоти обертання двигуна (зокрема, зміни температури навколишнього середовища, що призводять до зміни опору обмотки збурення та обмотки якоря), отже, і струмів, зміна напруги мережі, що живить обмотку збурення двигуна, зміна опору щіткових контактів тощо).

Для оцінки впливу вертикальних коливань на ресорах досліджуваної чотирьохколісної платформи на бортові прилади та пристрої систем автоматизації розглянемо рух пристрою, що закріплений у заданій частині на корпусі досліджуваної платформи (рис. 3). На корпусі чотирьохколісної платформи бортовий пристрій можна розглядати як характерну точку, координати x_p та y_p якої в рухомій системі координат (рис. 3), що зв'язана із корпусом досліджуваної чотирьохколісної платформи є сталими:

$$\xi_p = const_1, \eta_p = const_2, \quad (19)$$

де $const_1$ та $const_2$ – задані координати;

ξ_p та η_p – координати характерної точки бортового пристрою в рухомій системі координат $c\xi\eta$.

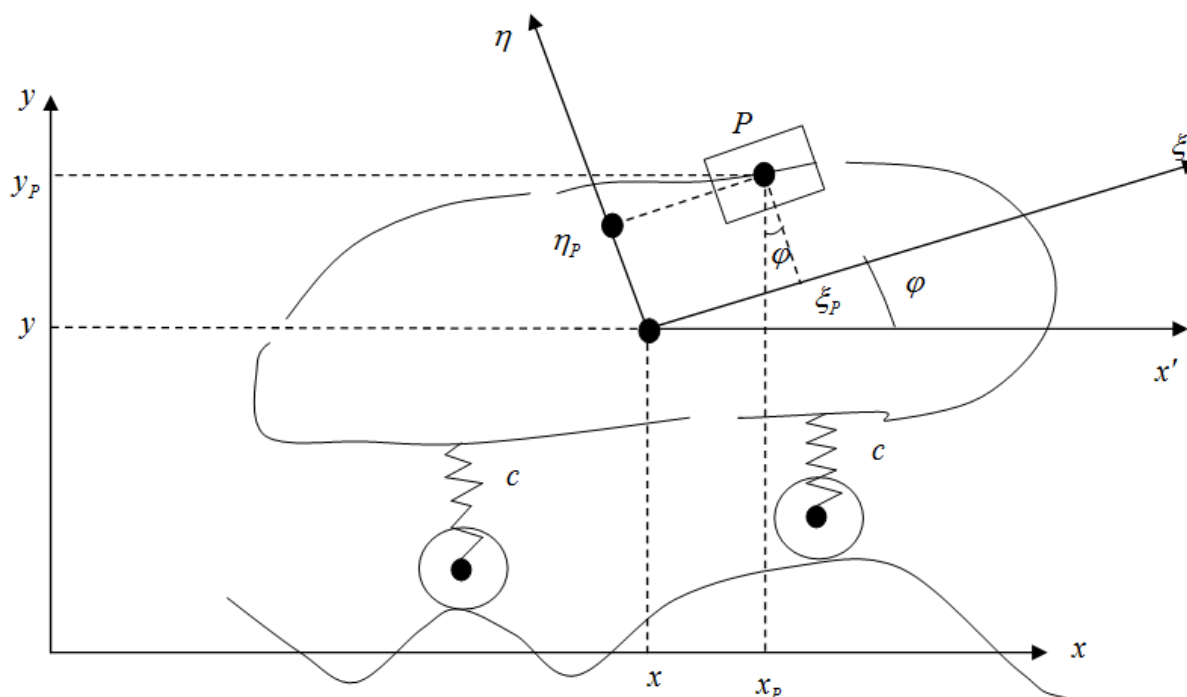


Рис. 3. Рух бортового пристрою на чотирьохколійній платформі

Унаслідок вертикальних коливань корпусу чотирьохколійної платформи характерна точка бортового приладу, закріпленого на її корпусі, буде рухатись разом із корпусом таким чином, що її координати в абсолютній нерухомій координатній системі $xу$ (рис. 3) будуть змінюватися протягом часу:

$$y_P = y_P(t), \quad (20)$$

$$x_P = x_P(t). \quad (21)$$

де x_P та y_P – абсолютні координати бортового пристрою, розташованого на рухомій чотирьохколійній платформі.

Із суто геометричного сенсу (рис. 3) абсолютні координати (20), (21) характерної точки бортового пристрою закріпленого на корпусі рухомої чотирьохколійної платформи можна визначити наступним чином:

$$x_P = x + \xi_P \cos \varphi - \eta_P \sin \varphi, \quad (22)$$

$$y_P = y + \xi_P \sin \varphi + \eta_P \cos \varphi. \quad (23)$$

Проекції на нерухомі координатні осі $xу$ (рис. 3) абсолютної швидкості та абсолютного прискорення характерної точки бортового

пристрою закріпленого на корпусі досліджуваної чотирьохколійної платформи внаслідок вертикальних коливань на ресорах визначатимуться похідними за часом абсолютних координат (22), (23). Для абсолютної швидкості матимуть такий вигляд:

$$\dot{x}_p = \dot{x} - \dot{\varphi} \xi_p \sin \varphi - \dot{\varphi} \eta_p \cos \varphi, \quad (24)$$

$$\dot{y}_p = \dot{y} + \dot{\varphi} \xi_p \cos \varphi - \dot{\varphi} \eta_p \sin \varphi, \quad (25)$$

а для абсолютного прискорення наступний вигляд:

$$\ddot{x}_p = \ddot{x} + \ddot{\varphi}^2 (-\xi_p \cos \varphi + \eta_p \sin \varphi) - \ddot{\varphi} \xi_p \sin \varphi - \ddot{\varphi} \eta_p \cos \varphi, \quad (26)$$

$$\ddot{y}_p = \ddot{y} + \ddot{\varphi}^2 (-\xi_p \sin \varphi + \eta_p \cos \varphi) + \ddot{\varphi} \xi_p \cos \varphi - \ddot{\varphi} \eta_p \sin \varphi. \quad (27)$$

В одержаному результаті (26), (27) врахуємо, що вертикальні коливання корпусу досліджуваної чотирьохколійної платформи є малими, тобто кут повороту задовольняє умовам:

$$\varphi^2 \ll \varphi \Rightarrow \cos \varphi \approx 1, \sin \varphi \approx 0 \quad (28)$$

З урахуванням наближених рівностей (28) проекції (26), (27) абсолютного прискорення характерної точки бортового пристрою закріпленого на корпусі досліджуваної чотирьохколійної платформи внаслідок вертикальних коливань на ресорах визначатимуться таким чином:

$$\ddot{x}_p \approx \ddot{x} - \ddot{\varphi}^2 \xi_p - \ddot{\varphi} \eta_p, \quad (29)$$

$$\ddot{y}_p \approx \ddot{y} - \ddot{\varphi}^2 \eta_p + \ddot{\varphi} \xi_p. \quad (30)$$

Завдяки отриманим виразам (29) та (30) маємо можливість визначити прискорення внаслідок горизонтального руху та вертикальних коливань на ресорах характерної точки пристрою закріпленого на корпусі досліджуваної чотирьох колійної платформи:

$$a_p = \sqrt{\ddot{x}_p^2 + \ddot{y}_p^2}, \quad (31)$$

де a_p – прискорення характерної точки бортового пристрою, закріпленого на корпусі досліджуваної чотирьохколійної платформи.

Саме величина (31) прискорення визначає вплив вертикальних коливань на ресорах на бортовий пристрій закріплений на корпусі рухомої чотирьохколісної платформи. Як свідчать співвідношення (29) – (31), вплив вертикальних коливань корпусу рухомої чотирьохколісної платформи на закріплений на ньому бортовий пристрій визначається не тільки вертикальним прискоренням корпусу платформи, а також його кутовою швидкістю та прискоренням, та, крім цього, ще й місцем розташування пристрою на корпусі, тобто координатами (19).

Висновки. Отже, за допомогою розробленої математичної моделі (15) – (18) вертикальних коливань маємо можливість визначати прискорення (31) характерних точок бортових пристроїв закріплених на корпусі рухомої чотирьохколісної платформи при горизонтальному русі та вертикальних коливаннях на ресорах.

Література

1. Banerjee S., Raton B. Mathematical Modeling: Models, Analysis and Applications, 2nd Edition. FL: Chapman and Hall/CRC Press, Taylor & Francis Group, 2022. 433 p.
2. Arakelian V., Wenger P. (Eds.) ROMANSY 22 – Robot Design, Dynamics and Control. *Proceedings of the 22nd CISM IFToMM Symposium* Rennes, France, 25-28 June 2018. P. 481-490.
3. Cheng Peng, Li Chen. Model Reference Adaptive Control Based on Adjustable Reference Model during Mode Transition for Hybrid Electric Vehicles / *Mechatronics*. 2022. Vol. 87 (1). 102894.