Технічні науки

УДК 629.1.032.1

Мельник Виктория Николаевна

доктор технических наук, профессор,

заведующий кафедрой биотехники и инженерии

Национальный технический университет Украины

«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»

Мельник Вікторія Миколаївна

доктор технічних наук, професор,

завідувач кафедри біотехніки та інженерії

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Mel'nick Viktoriia

Doctor of Technical Sciences, Professor,

Head of the Department of Bioengineering and Biotechnics

National Technical University of Ukraine

"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

ПРИНУДИТЕЛЬНОЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЕ СУБМАРИНЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ

ПРИМУСОВЕ ПЕРЕМІЩЕННЯ СУБМАРИНИ ПІД ДІЄЮ АКУСТИЧНОЇ ХВИЛІ

FORCED DISPLACEMENT OF SUBMARINE UNDER ACOUSTIC WAVE

Аннотация. *Проведенный анализ динамики поступательного перемещения корпуса субмарины под действием акустического удара в идеальной среде дает возможность оценить физические свойства среды и упругие свойства внешнего корпуса субмарины на величину предельного* *перемещения подводного аппарата. Результаты анализа дают возможность провести сравнительный анализ поступательного перемещения подводного аппарата под действием акустического удара с учетом особенностей среды перемещения, точнее с учетом вязкости реальной среды*

Ключевые слова: *субмарина, акустический удар, реальная среда, вязкая среда, дельта-функция Дирака.*

Анотація. *Проведений аналіз динаміки поступального переміщення корпусу субмарини під дією акустичного удару в ідеальному середовищі дає можливість оцінити фізичні властивості середовища і пружні властивості зовнішнього корпусу субмарини на величину граничного переміщення підводного апарату. Результати аналізу дають можливість провести порівняльний аналіз поступального переміщення підводного апарату під дією акустичного удару з урахуванням особливостей середовища переміщення, точніше з урахуванням в'язкості реальної середовища*

Ключові слова: *субмарина, акустичний удар, реальне середовище, в'язке середовище, дельта-функція Дірака.*

Summary. *The analysis of the dynamics of the translational movement of the submarine hull under the action of an acoustic impact in an ideal medium makes it possible to evaluate the physical properties of the medium and the elastic properties of the submarine's outer hull by the value of the limiting movement of the underwater vehicle. The results of the analysis make it possible to carry out a comparative analysis of the translational movement of the underwater vehicle under the influence of an acoustic shock, taking into account the characteristics of the displacement medium, more precisely, and taking into account the viscosity of the real medium.*

Key words: *submarine, acoustic impact, real environment, viscous medium, Dirac delta function*

Введение. В системе обороны стран континентальной и островной структуры, имеющих достаточно протяженную береговую линию, пристальное внимание уделяется защите морских рубежей и прилегающей к сухопутной части акватории. В первую очередь развитию и совершенствованию противолодочной обороны. Подводным лодкам принадлежит ведущая роль в вооруженной борьбе на море. Сочетая в себе уникальные свойства, такие как скрытность, защищенность, подвижность и способность к самообороне, подводные лодки способны уничтожать наземные объекты, ракетные подводные лодки, группировки надводных кораблей, нарушать коммуникации. Причем, наиболее уязвимыми являются государства, имеющие на своей территории структуры критических технологий, а именно, атомные электростанции, плотины, гидроэлектростанции, производства боеприпасов, военной техники и т.п. Взлом оборонных редутов достаточно эффективно можно производить уничтожением предприятий критических технологий. С появлением подводных лодок-ракетоносцев (в первую очередь атомных) Военно-Морской флот стал способным оказывать стратегическое воздействие на ход и исход современной войны [1].

При решении задач оборонного назначения, как правило, первостепенное значение уделяется борьбе с подводными лодками - носителями баллистических ракет. Небольшое полетное время баллистических ракет, запускаемых с подводных лодок (около 15 мин при полете на дальность 2800 км по нормальным траекториям и 7-8 мин при полете по пониженным траекториям), может оказаться недостаточным для принятия защищающейся стороной контрмер.

В ряде случаев, для обеспечения боевых качеств и тактико-технических характеристик подводных аппаратов, при решении развед-диверсионных задач, в том числе, для задач наведения управляемых ракет, проектируются малогабаритные подводные лодки водоизмещением от 200 кГ до 3,5 т.

Перечисленное свидетельствует о постоянном возрастании роли подводного флота в вооруженной борьбе и расширении круга задач, возлагаемых на него в современных условиях. Поэтому, вопросам борьбы с подводными лодками уделяется большое внимание. Успех в этой борьбе будет зависеть, прежде всего, от своевременного обнаружения, классификации и определения местоположения подводной цели.

Анализ литературных данных. К началу двадцатого века основные конструктивные особенности подводных лодок уже были изучены, разрушительный потенциал получил должную оценку, и конструирование подводных лодок стало выходить на государственный уровень. Начались разработки способов применения субмарин в широкомасштабных боевых действиях.

Дальнейшее развитие этого класса судов шло в сторону достижения нескольких основных моментов: увеличения скорости передвижения, как в надводном, так и в подводном положении (при максимальном снижении шумности), увеличение автономности и дальности, увеличение достижимой глубины погружения.

Разработка новых типов подводных лодок шла во многих странах параллельно. В процессе развития подлодки получили дизель-электрические силовые установки, перископические системы наблюдения и торпедно-артиллерийское вооружение. Широкое применение субмарины впервые получили в Первой, а затем и Второй мировых войнах [2].

Следующим важным этапом в конструировании подводных лодок стало внедрение ядерной силовой установки, вернувшей в работу паровые турбины. Впервые данный тип ГЭУ был применен на *USS* Nautilus в 1955 году. Затем атомарины появились и в флотах СССР, Великобритании и других стран.

На настоящий момент подводные лодки являются одним из самых широко распространенных и многоцелевых классов кораблей. Подводные лодки выполняют широкий тип задач от патрулирования до ядерного сдерживания.

Считается, что современные субмарины (от лат. Submarina) класса «*Огайо*», в настоящий момент, являются самым мощным оружием на планете. Водоизмещение почти 19 тыс. тонн, две турбины по 30 тыс. *л.с.*, 24 баллистические ракеты *Трайдент II* (D5) с дюжиной боеголовок в каждой или 154 крылатые ракеты *BGM-109* «*Томагавк*», оснащёнными разделяющимися головными частями с индивидуальным наведением. [3]. На сегодняшний момент ПЛАРБ класса «Огайо» удерживают мировой рекорд по количеству размещённых на ней ракетных шахт в количестве 24. И по праву считаются одними из самых совершенных в своём классе. Высокая точность ракет «Трайдент-II» позволяет, наряду с сухопутными МБР, поражать всю номенклатуру высокопрочных целей типа шахтных пусковых установок и углублённых командных пунктов. Большая дальность ракетного комплекса «Трайдент» позволила лодкам класса «Огайо» осуществлять боевое дежурство в Атлантическом и Тихом океанах в зонах господства своих ВМС [4].

Основные боевые качества современных надводных кораблей – это большой запас хода, мощная противо-воздушная оборона (ПВО), способность приема на борт беспилотных и пилотируемых летательных аппаратов. К сожалению, надводные корабли уязвимы все же перед противокорабельными ракетами и, к тому же, слишком заметны. В отличие от них, субмарины обладают высокой степенью *скрытности* и лучшей *защищенностью от ракет*. Правда, приходится платить за все это невысокой скоростью движения, «*ниже перископной глубины*» и невозможностью использования палубной авиации [5].

Известные пути решения задач маскировки и ограниченной приметности контуров субмарин, основанные на пассивных методах, позволяют прийти к выводу, что наиболее перспективными являются все же средства, основанные на резонансных явлениях различной физической природы [6-8]. Одними из самых грозных военных орудий на земле являются подводные лодки, они не только идеально подходят для скрытных операций, уничтожения судов противника и разведки, но также способны нести ядерный боезапас и создавать колоссальное давление на силы потенциального врага [9; 10; 11] ... Но, по-настоящему, прорывным может стать российский проект атомной подводной лодки "пятого поколения", сделанной из многослойных композитных материалов.

Постановка проблемы исследований. Как уже отмечалось, в государствах с протяженной береговой линией, система защиты собственных рубежей должна неизменно включать в себя меры противолодочной обороны. В современных условиях подводным лодкам принадлежит ведущая роль в вооруженной борьбе на море. Сочетая в себе такие факторы как **скрытность, защищенность, подвижность** и **способность к самообороне**, подводные лодки способны уничтожать наземные объекты, ракетные подводные лодки, группировки надводных кораблей, нарушать коммуникации. С появлением подводных лодок ракетоносцев, в первую очередь атомных, военно-морской флот становится способным оказывать стратегическое влияние на ход и исход современной войны. Именно последний аспект, раскрывает значимость борьбы с подводными лодками - носителями баллистических ракет.

Таким образом, вопросам борьбы с подводными лодками уделяется все более пристальное внимание. Решение этой проблемы будет зависеть, прежде всего, от своевременного обнаружения, классификации и определения местоположения подводной цели. Решение этих задач возлагается, главным образом, на гидроакустические средства. Эхолокация остается надежным средством обнаружения подводной цели в настоящее время и в обозримой перспективе.

Известно, что подкильным ГАС присущи недостатки, наиболее существенными из которых можно считать собственные шумы корабля-носителя, прослойку температурного скачка и другие менее значительные факторы. Значительными преимуществами перед подкильными ГАС, в принятом аспекте, обладают гидроакустические станции с антеннами переменной глубины (буксируемые и опускаемые). Приемо-излучающая акустическая антенна, в этом случае, устанавливается в антенном контейнере и опускается, либо буксируется на заданной глубине. Носителем могут служить корабли, вертолеты и т.д. Станции с антеннами переменной глубины имеют большие возможности, поскольку работают под слоем температурного скачка и в зоне подводного звукового канала.

Выполнение боевой задачи подводной лодкой зависит от ее неуязвимости. Не анализируя случай целостности наружного прочного корпуса лодки и последующего ее разрушения, ограничимся изучением только вынужденного движения субмарины, лишенной собственного хода, под действием акустического нагружения в сторону распространения звуковой волны.

Объектом исследований служит взаимодействие акустического нагружения в виде удара с субмариной.

Цель и задачи исследований. *Целью* исследований является изучение принудительного перемещения подводного аппарата под действием акустической волны. Режим "Стоп-машина".

Задачей исследований является выяснение характера поступательного перемещения корпуса лодки под действием акустической волны, точнее его предельное значение, как наиболее важное для решения боевых задач.

Перемещение абсолютно твердого наружного корпуса субмарины под действием акустической волны

Рассмотрим наиболее простой случай, когда на внешний силовой корпус лодки, имеющим форму кругового цилиндра, действует плоская волна (рис. 2).

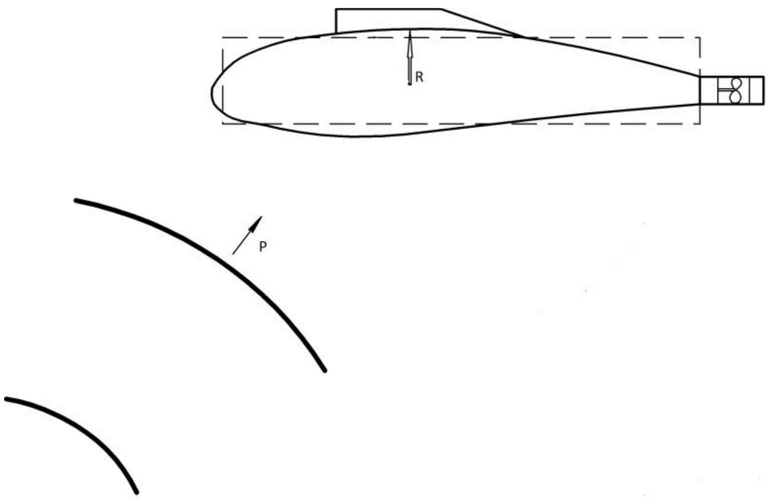

Рис. 1. Расчетня модель подводного аппарата под действием плоской волны

Установим величину вынужденного поступательного движения лодки под действием акустического нагружения. Внимание сосредоточим на определении предельного перемещения, как наиболее важного, для боевых задач.

Поступательное движение абсолютно жесткого наружного корпуса лодки, погруженного в идеальную жидкость (при отсутствии вязкости), будем изучать на расчетной модели движения круглого поперечного сечения лодки (в плоскости шпангоута) радиуса R (рис. 1) [12]:

$$\frac{M\partial^2 U\ \ t}{\partial t^2} = \rho \oint \frac{\partial \Phi}{\partial t} \cos\left(\hat{n, y}\right) dS + \rho \oint \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} \cos\left(\hat{n, y}\right) dS + \rho \oint \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} \cos\left(\hat{n, y}\right) dS, \quad (1)$$

Проанализируем бесконечно протяженное движение подводного аппарата во всех трех направлениях, находящегося в покое жидкости.

Изучение будем проводить для случая идеальной, то есть не вязкой, жидкости. Справедливости ради, следует заранее отметить, что многие результаты, при таком предположении, могут существенно расходиться с действительностью. В первую очередь, это касается расчета сил сопротивления, которое испытывают подвижные тела. Дело в том, что силы внутреннего трения или вязкости в реальной жидкости проявляются, наиболее существенно, в тонком слое, непосредственно прилегающей к поверхности подводного аппарата. Наличие, даже очень незначительной вязкости, может в корне изменить поле скоростей и, следовательно, может послужить у изменению, связанных с ним полем гидродинамических давлений вокруг объекта.

Исключительную роль будет оказывать прямолинейное и равномерное движение аппарата в жидкости. Создаваемое им состояние перемещения жидкости будет, очевидно, установившимся относительно осей, связанных с телом. Для вычисления поля гидродинамического давления на основе галилеевого принципа относительности классической механики, выберем как основные, "неподвижные" оси, жестко связанные с корпусом. Иначе говоря, задача поступательного прямолинейного и равномерного движения в жидкости, которая находится в состоянии абсолютного покоя на бесконечности, сводится к задаче устойчивого обтекания неподвижного тела бесконечным потоком жидкости, безгранично удаленные частицы которой имеют везде одинаковые по величине и направлению скорости.

Рассмотрим, как наиболее простой, случай плоского потока, в котором размещен аппарат в форме бесконечного по протяженности цилиндра с образующими, которые перпендикулярны плоскости его поперечного течения. Ограничим круг анализируемых задач изучением безвихревого потока несжимаемой жидкости.

Граничные условия. Задачи Дирихле и Неймана. Обратим внимание на самые простые варианты движения. При условии плоского течения в бесконечной жидкости, находящейся в покое на бесконечности, порожденной движением цилиндрического тела, граничные условия для функции тока ψ, очевидно, имеют вид:

- для бесконечно удаленных точек потока (скорость в этих точках должна быть равна нулю)

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0; \qquad \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0; \tag{2}$$

- в каждой точке контура аппарата, который движется, должны совпадать нормальные составляющие скорости собственно контура и скорости прилегающих частиц жидкости (рис. 2).

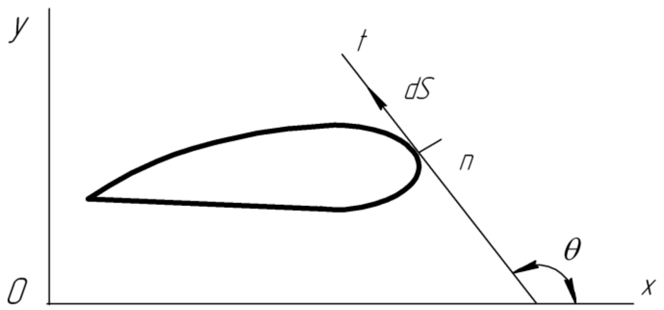

Рис. 2. Граничные условия для контура аппарата

Принимая во внимание, что

$$\begin{gathered} V_n = V_x \cos\left(\hat{n,x}\right) + V_y \cos\left(\hat{n,y}\right) = V_x \sin\theta - V_y \cos\theta = \\ = V_x \frac{dy}{dS} - V_y \frac{dx}{dS} = \frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{dy}{dS} + \frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{dx}{dS} = \frac{d\psi}{dS}, \end{gathered} \tag{3}$$

где θ – угол между елементом dS лини тока и осью Ox. Итак,

$$\frac{d\psi}{dS} = U_n = U_x \sin\theta - U_y \cos\theta . \tag{4}$$

Сам неподвижный контур должен соприкасаться с линией тока. В этом случае, с требованиями (2), (3) присоединяется граничное условие для недвижимого контура -

$$\frac{d\psi}{dS} = 0; \qquad \psi = const. \tag{5}$$

Если аппарат движется, причем поступательно со скоростью вдоль оси, тогда условие (4) принимает вид -

$$\frac{d\psi}{dS} = U\,sin\theta = U\frac{dy}{dS}.$$

После интегрирования этого выражения вдоль контура, при условии, что для всех точек контура имеем:

$$\psi = Uy + C.$$

Безвихревое движение несжимаемой жидкости. Приведем известные соотношения -

$$V_n = \frac{\partial\varphi}{\partial n}; \quad U_n = \frac{\partial\varphi}{\partial n}; \quad \frac{\partial\varphi}{\partial n} = \frac{\partial\psi}{\partial S}; \quad \frac{\partial\varphi}{\partial S} = -\frac{\partial\psi}{\partial n}.$$

Поступательный безциркуляционный поток идеальной жидкости с принятыми предположениями о безотрывности обтекания не оказывает на круговой цилиндр никакого результирующего давления.

Уравнение безотрывности

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0, \qquad \left(V_x = \frac{\partial\varphi}{\partial x};\; V_y = \frac{\partial\varphi}{\partial y};\; V_z = \frac{\partial\varphi}{\partial z} \right)$$

доказывает, что функция φ должна удовлетворять уравнению Лапласа

$$\Delta\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0$$

для всей области течения, то есть снаружи поверхности. Считаем, что потенциал представляет собой однозначную функцию. В каждой точке М поверхности S должно выполняться граничное условие

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = U_n,$$

где U_n не что иное, как проекция на внешнюю нормаль "n" к поверхности S скорости U точки М этой же поверхности.

Условие, что жидкость находится в покое на бесконечно удаленных точках, сводится к граничным условиям

$$\lim_{r \to \infty} \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \lim_{r \to \infty} \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \lim_{r \to \infty} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0,$$

где $r = \left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{\frac{1}{2}}$.

Можно считать, что величины $\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \frac{\partial \varphi}{\partial z}$ стремятся к нулю, если $r \to \infty$, подобно величине r^{-3}, а функция φ - подобно величине r^{-2}.

Пусть движение аппарата начинается из состояния покоя. Тогда, согласно теореме Лагранжа, течение жидкости будет потенциальной. Кроме того, примем, что потенциал скорости φ является однозначной функцией (это требование сводится к утверждению, что циркуляция скорости вдоль произвольного контура в жидкости равна нулю). Относительно подвижных осей Ox, Oy течение в этих условиях возникает неустановившимся, даже при равномерном движении цилиндра.

Кинетическая энергия безразмерной прослойки жидкости единичной высоты может быть вычислена по формуле

$$T = -\frac{1}{2}\rho \oint \varphi \, d\psi = \frac{1}{2}\rho U^2 a^2 \int_0^{2\pi} \cos^2\theta d\theta = \frac{1}{2}\pi\rho U^2 a^2 = \frac{1}{2} M_0 U^2,$$

где M_0 - масса вытесненной жидкости в объеме, приходящейся на единицу длины цилиндра. Полная кинетическая энергия системы "цилиндр - жидкость" будет равна:

$$T = \frac{1}{2}\left(M + M_0\right)U^2,$$

де M – масса цилиндра.

Применение закона живой силы для единицы массы жидкости приводит к равенству -

$$\left(M+M_0\right)UdU = FdS = FUdt,$$

или так:

$$M\frac{dU}{dt} = F - M_0\frac{dU}{dt},$$

где F - внешняя сила, действующая на цилиндр в направлении оси Ox.

Последнее равенство показывает, что цилиндр испытывает силу сопротивления $M_0\frac{dU}{dt}$ только при условии ускорения своего движения. При равномерном прямолинейном перемещении сопротивление исчезает. Движение цилиндра под действием внешних сил оказывается так, что жидкость отсутствует, но цилиндр получил дополнительную массу, равную массе вытесненной жидкости.

Корпус субмарины свободен от закреплений

Предположим, что в окружающей подводный аппарат жидкости распространяется нестационарная акустическая волна с потенциалом (рис. 3).

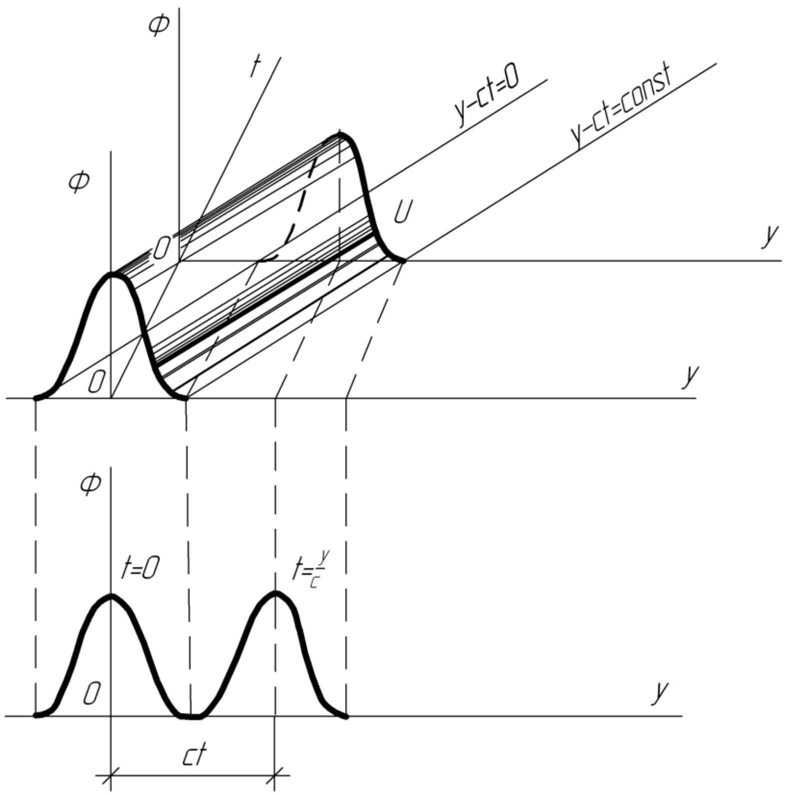

Рис. 3. Потенциал скорости акустической волны давления

$$\Phi(\xi) = \Phi(y - ct). \tag{6}$$

Примем, что корпус субмарины имеет две взаимно-перпендикулярные плоскости – продольные и плоскость шпангоута. В начальные момент времени плоскости перпендикулярны к фронту действующей волны.

В дальнейшем, Это упрощение позволит избежать громоздких вычислений. Вместе с тем, следует отметить, что задача может решаться и для случая произвольной ориентации плоскостей симметрии субмарины и фронта падающей волны.

Перемещениями корпуса субмарины, вследствие имеющейся избыточной или отрицательной плавучести, для простоты, будем пренебрегать.

Относительно функции потенциала скорости $\Phi(\xi)$ выскажем следующую мысль. При $t \to (-\infty)$, $\Phi(\xi)$ стремится к определенной границе. Последнее замечание следует толковать таким образом, что полный импульс волны давления

$$I = \int_0^\infty P_0 dt = -\rho \int_0^\infty \frac{\partial \Phi(y-ct)}{\partial t} dt$$

за весь период действия $t \in (0, \infty)$ считается ограниченным.

Функция $\Phi(y-ct)$ имеет неизменяемую конфигурацию и перемещается в положительном направлении оси Oy со скоростью "с" (рис. 4). В фазовой плоскости (y,t) функция $\Phi(y-ct)$ сохраняет постоянное значение на линиях $y - ct = const$. Поверхность $U = \Phi(y-ct)$ - цилиндрическая, а ее образующие параллельные прямой $y = ct$. Направляющая поверхности $\Phi(y-ct)$ - кривая, при $t = 0$, то есть

$$\Phi(y,t)\big|_{t=0} = \Phi(y). \qquad (7)$$

Докажем, что при принятых предположениях относительно свойств действующей акустической волны давления, перемещения корпуса субмарины (в режиме "стоп-машина») будет приближаться к некоторой границы при $t \to \infty$. Вычислим также его величину.

Задача решается в акустическом приближении.

Изменение количества движения за время $t \in (0, \infty)$ равна полному импульсу силы за это время. Сила $\vec{F}$, действующая на корпус субмарины, равна частной производной по времени от потенциала, т.е.

$$\frac{\partial \Phi(y-ct)}{\partial t};$$

$$< \vec{F} = -grad\Phi = -\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \Phi}{\partial y}\vec{j} \right) > t.$$

Векторное поле называется потенциальным, если оно является градиентом некоторого скалярного поля, то есть

$$\vec{F} = -grad\Phi .$$

Скалярное поле называется потенциалом поля F. Знак "минус" перед $grad\Phi$ выбран для удобства дальнейших вычислений. Согласно рассматриваемой задачи, это означает, что в направлении вектора $\vec{F}$ элементарный импульс силы нисходящий.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} dt$$

Итак, при предположении симметрии корпуса, при отсутствии собственного хода, субмарина будет перемещаться в направлении действующей волны давления, то есть, в направлении оси Oy.

Дифференциальное уравнение движения субмарины, в пределах оговоренных упрощений, можно записать в виде

$$\text{z} M \frac{\partial^2 U(t)}{\partial t^2} = \rho \iint_S \frac{\partial \Phi(y-ct)}{\partial t} \cos\left(n,\hat{\ } y\right) dS + \rho \iint_S \frac{\partial \varphi(x,y,z,t)}{\partial t} \cos\left(n,\hat{\ } y\right) dS, \quad (8)$$

где $U(t)$ - принудительное перемещение субмарины вследствие действия акустической волны; M - масса аппарата; ρ - плотность среды; n - направление внешней нормали к поверхности S внешнего (прочного) корпуса субмарины; S - контур поперечного сечения в плоскости шпангоута; $\cos\left(n,\hat{\ } y\right)$ - косинус угла между внешней нормалью и осью Oy; интегрирования проводится по всей поверхности S; $\varphi(x,y,z,t)$ - потенциал дифракционной волны, который подчинен трехмерному волновому уравнению Лапласа

$$\Delta \varphi - c^{-2} \frac{\partial^2 \varphi(x,y,z,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (9)$$

и начальным условиям

$$\varphi(x,y,z,t)\big|_{t=0}=0;\quad \left.\frac{\partial\varphi(x,y,z,t)}{\partial t}\right|_{t=0}=0. \tag{10}$$

Если

$$r=\left[x^2+y^2+z^2\right]^{\frac{1}{2}}\to\infty,$$

тогда функция $\varphi(x,y,z,t)\to 0$, а на поверхности корпуса аппарата имеет место условие

$$\frac{\partial\varphi(x,y,z,t)}{\partial n}=-\frac{\partial\Phi(y,t)}{\partial n}+\frac{\partial U(t)}{\partial t}\cos\left(n,\hat{}\,y\right). \tag{11}$$

В цилиндрических координатах имеют место соотношения -

$$\Delta\varphi=\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2};$$
$$x=r\cos\theta;\qquad y=r\sin\theta.$$

Дважды проинтегрировав уравнения (8) в пределах от нуля до t, получаем

$$MU(t)=\rho\iint_S\Phi^*\cos\left(n,\hat{}\,y\right)dS+\rho\iint_S\varphi^*\cos\left(n,\hat{}\,y\right)dS, \tag{12}$$

где

$$\Phi^*=\int_0^t\Phi(y,t)dt;\quad \varphi^*=\int_0^t\varphi(x,y,z,t)dt. \tag{13}$$

Перемещение частиц, окружающей субмарину жидкости, выражаются через эти две функции формулам:

$$\vec{V}=grad\,\Phi^*;\quad \vec{W}=grad\,\varphi^*, \tag{14}$$

где $\vec{V}$ - перемещение, порожденное падающей акустической волной при условии отсутствия субмарины в воде; $\vec{W}$ - дополнительное перемещение, которое обусловлено дифракцией акустических волн.

Падающая волна распространяется в направлении Oy, поэтому -

$$\vec{V} = \frac{\partial \Phi^*}{\partial y}\vec{j} = \vec{j}V . \qquad (15)$$

Функция φ^* подчинена уравнению

$$\Delta\varphi^* = c^{-2}\frac{\partial \varphi}{\partial t} \qquad 16)$$

и граничным условиям на поверхности корпуса субмарины

$$\frac{\partial \varphi^*}{\partial n} = -\frac{\partial \Phi^*}{\partial n} + U(t)\cos\left(n,\hat{}\, y\right) = (U - V)\cos\left(n,\hat{}\, y\right). \quad (17)$$

Выражения (16) и (17) получены после интегрирования во времени уравнений (9) и (11) с учетом условий (10).

С самого начала было оговорено, что импульс волны давления ограничен во времени, естественно, поэтому, считать что и перемещение корпуса субмарины V также будет конечным по величине, направляясь при $t \to \infty$ к определенной величине

$$V_\infty = \lim_{t\to\infty}\frac{\partial \Phi^*}{\partial y}. \qquad (18)$$

Потенциал падающей волны Φ и, естественно, его интеграл Φ^* не имеют особенностей внутри области, занимаемой корпусом субмарины. Исходя из этого, можно записать:

$$\rho\iint_S \Phi^* \cos\left(n,\hat{}\, y\right)dS = \rho\iiint_V \frac{\partial \Phi^*}{\partial y}dV = \rho\iiint_V VdV . \qquad (19)$$

Что касается второго интеграла в выражении (12), и согласно (17), он может быть представлен в виде:

$$\rho\iint_S \varphi^* \cos\left(n,\hat{}\, y\right)dS = \rho\iint_S (U - V)^{-1}\varphi^*\frac{\partial \varphi^*}{\partial n}dS . \qquad (20)$$

Итак, преобразования (19), (20) позволят выражение (12) изменить следующим образом:

$$MU(t)=\rho\iiint\limits_V VdV+\rho\iint\limits_S (U-V)^{-1}\varphi^*\frac{\partial\varphi^*}{\partial n}dS. \tag{21}$$

Чтобы, наконец, вычислить перемещения субмарины под действием акустической волны надо знать функцию $\varphi^*(x,y,z,t)$, а это, при обобщенной постановке задачи, невозможно. Поэтому, имеет смысл искать не величину $U(t)$, а окончательное перемещение объекта, то есть

$$U_\infty=\lim_{t\to\infty}U(t). \tag{22}$$

Вместе с тем, это пороговое значение может и не существовать. Так, если бы акустическая волна имела вид скачка, то в результате ее действия, незакрепленный корпус получил бы какую-то постоянную скорость. Однако, если полный импульс давления ограничен, тогда и частицы воды получат ограниченные перемещения и, естественно, ожидать, что при этом конечным по величине будет перемещение субмарины.

Допустим, что это выполняется. Проанализируем, к чему приведет такое мнение.

Пусть при $t\to\infty$, $V\to V_\infty$, $U\to U_\infty$. Тогда из уравнения (21) получаем

$$MU_\infty=M_0V_\infty+\rho(U_\infty-V_\infty)^{-1}\lim_{t\to\infty}\iint\limits_S\varphi^*\frac{\partial\varphi^*}{\partial n}dS, \tag{23}$$

где M_0 - масса вытесненной субмариной воды.

Таким образом, необходимо найти

$$\lim_{t\to\infty}\iint\limits_S\varphi^*\frac{\partial\varphi^*}{\partial n}dS=\iint\limits_S\varphi^*_\infty\frac{\partial\varphi^*_\infty}{\partial n}dS, \tag{24}$$

где

$$\varphi^*_\infty=\lim_{t\to\infty}\varphi^*=f(x,y,z). \tag{25}$$

Как уже отмечалось, функция φ^* подчинена уравнению (16), правая часть которого стремится к нулю при $t \to \infty$, потому что пропорциональна давлению в дифракционной волне. Поэтому φ_∞^* будет функцией гармоничной. Она угасающая при $r \to \infty$, а на поверхности корпуса субмарины соблюдает условия

$$\frac{\partial \varphi^*}{\partial n} = A\cos\left(\widehat{n, y}\right); \quad A = U_\infty - V_\infty = const. \tag{26}$$

Отсюда следует, что φ_∞^* может быть отождествленной с потенциалом течения безграничной идеальной жидкости, когда в ней движется изучаемый подводный объект с постоянной скоростью А в направлении оси Oy. Отметим, что в рамках интересов поставленной задачи, нас интересует не сама эта функция, а только интеграл (24).

Превратим его по формуле Дж. Грина, при условии, что при

$$r = \left[x^2 + y^2 + z^2\right]^{\frac{1}{2}} \to \infty,$$

функция φ^* стремится к нулю как r^{-2}. Итак,

$$\iint_S \varphi_\infty^* \frac{\partial \varphi_\infty^*}{\partial n} dS = \frac{1}{2}\iint_S \frac{\partial\left(\varphi_\infty^*\right)^2}{\partial n} dS = \iiint_V \left[\left(\frac{\partial \varphi_\infty^*}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_\infty^*}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_\infty^*}{\partial z}\right)^2\right] dV. \tag{27}$$

И, таким образом, задача сводится к нахождению интеграла

$$T = \frac{1}{2}\rho\iiint_V \left[\left(\frac{\partial \varphi_\infty^*}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_\infty^*}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_\infty^*}{\partial z}\right)^2\right] dV. \tag{28}$$

Но это есть не что иное как кинетическая энергия идеальной несжимаемой жидкости в задачи с граничными условиями (26). Поэтому, можно записать:

$$T = \frac{1}{2} m_0 M_0 A^2, \tag{29}$$

где m_0 - коэффициент присоединенной массы для цилиндра, движущегося в направлении оси Oy.

С учетом выражений (26) ... (29), формула (22) принимает вид

$$MU_\infty = M_0 V_\infty - m_0 M_0 A = M_0 V_\infty - m_0 M_0 \left(U_\infty - V_\infty\right). \tag{30}$$

Решив это уравнение относительно U_∞, получаем значение принудительного перемещения субмарины (рис. 4):

$$U_\infty = \left(1 + m_0\right) \frac{V_\infty}{m_0 + M_0^{-1} M}. \tag{31}$$

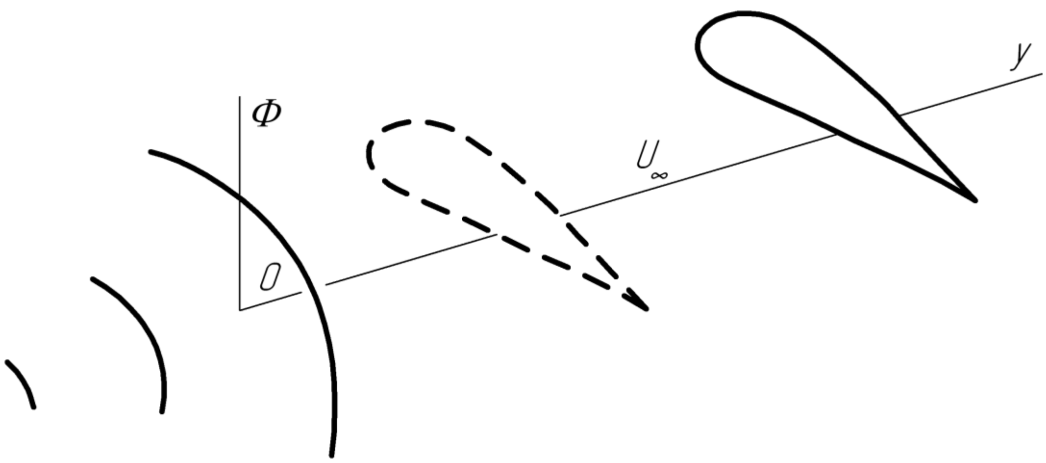

Рис. 4. Граничные перемещения субмарины под действием акустического излучения

Таким образом, предположение о существовании конечного перемещения субмарины (22) оказалась обоснованной, так как не приводит к противоречиям с выражением (31).

Проанализированный случай принудительного перемещения подводного аппарата можно расширить и рассматривать подводный объект уже в виде тела произвольной геометрической формы. В этом случае, в отличие от уже рассмотренного, будет еще наблюдаться и вращательное движение относительно всех трех осей. Для шести неизвестных можно построить линейную алгебраическую систему, коэффициенты которой будут зависеть от 21 коэффициента присоединенных масс и статических моментов масс.

С целью более глубокого понимания сути поставленной задачи, все дальнейшие рассуждения строим на конкретном техническом решении – на субмарину действует акустический удар, собственный ход подводного аппарата отсутствует.

Пусть, наружный прочный корпус субмарины массой М является абсолютно твердым телом, находящимся в реальной, для упрощения несжимаемой, жидкости и ниже перископной глубины. Собственный ход субмарины отсутствует.

Функции, которые определяют перемещение среды и ее взаимодействие с корпусом субмарины, имеют вид:

$$F = m_0\delta_1(t) + \alpha;$$
$$\dot{U}_*^{\Phi} = \dot{U}^{\Phi} = \delta_0(t) - \delta_0(t-1),$$

где m_0 - присоединенная масса; α - коэффициент трения; $\delta_1(t)$ - дельта-функция Дирака, которая представляет мгновенное значение импульса возмущающего фактора и имеет следующие свойства:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta_1(t)dt = \begin{cases} 1, & t \in (a,b); \\ 0, & t \notin (a,b), \end{cases}$$

или

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta_1(t)dt = \begin{cases} 1, & t \in (0,a); \\ 0, & t \notin (0,a). \end{cases}$$

Причем,

$$\delta_1(-t) = -\delta_1(t);$$
$$\delta_1(t) \to 1;$$
$$\delta_1(t-\tau) \to e^{-\rho\tau},$$

где $\delta_0(t)$ - единичная функция Хевисайда. Связь между функциями Дирака и Хевисайда определяется зависимостью

$$\dot{\delta}_0(t)=\delta_1(t).$$

При этом,

$$\delta_0(t)\to\frac{1}{\rho};\qquad \delta_0(t-\tau)\to\frac{e^{-\rho\tau}}{\rho};$$

$$\ddot{U}^{\Phi}=\delta_1(t)-\delta_1(t-1).$$

Имеют место следующие уравнения

$$\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(t)\delta_1(t)dt=\varphi(0)>0;$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(t-\tau)\delta_1(\tau)d\tau=\varphi(t)*\delta_1(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(\tau)\delta_1(t-\tau)dt=\varphi(t);$$

$$\int_a^b\varphi(t)\delta_1(t-t_0)dt=\begin{cases}\varphi(t_0), & t\in[a,b];\\ 0, & t\notin[a,b].\end{cases}$$

Приведенные соотношения позволяют выяснить из уравнения (1) закономерность движения субмарину. Итак, при учете только трения корпуса о среду при перемещении субмарины, дифференциальное уравнение движения принимает вид:

$$M\ddot{U}(t)+\int_0^t\left[m_0\delta_1(t-\tau)+\alpha\right]\ddot{U}(\tau)d\tau=$$

$$=M_0\left[\delta_1(t)-\delta_1(t-1)\right]+\int_0^t\left[m_0\delta_1(t-\tau)+\alpha\right]\left[\delta_1(\tau)-\delta_1(\tau-1)\right]d\tau\,.$$

Преобразуем его:

$$M\ddot{U}(t)+m_0\int_0^t \delta_1(t-\tau)\ddot{U}(\tau)d\tau+\alpha\int_0^t \ddot{U}(\tau)d\tau=$$

$$=M_0\left[\delta_1(t)-\delta_1(t-\tau)\right]d\tau+m_0\int_0^t \delta_1(t-\tau)\delta_1(\tau)d\tau-m_0\int_0^t \delta_1(t-\tau)\delta_1(t-1)d\tau+$$

$$+\alpha\int_0^t\left[\delta_1(\tau)-\delta_1(\tau-1)\right]d\tau .$$

Или в таком виде –

$$(M+m_0)\ddot{U}(t)+\alpha\dot{U}(t)=(M_0+m_0)\left[\delta_1(t)-\delta_1(t-1)\right]+\alpha\left[\delta_0(t)-\delta_0(t-1)\right].$$

Применив теперь преобразование Лапласа, при нулевых начальных условиях, получим -

$$(M+m_0)\rho^2U+\alpha\rho U=(M_0+m_0)\left[1-e^{-\rho}\right]+\alpha\left(\frac{1}{\rho}-\frac{1}{\rho}e^{-\rho}\right).$$

Или другим способом

$$\rho\left[(M+m_0)\rho+\alpha\right]U=\left(1-e^{-\rho}\right)\left(M_0+m_0+\alpha\frac{1}{\rho}\right).$$

Отсюда имеем:

$$U=\frac{\left(1-e^{-\rho}\right)\left(M_0+m_0+\dfrac{\alpha}{\rho}\right)}{\rho\left[(M+m_0)\rho+\alpha\right]}=\frac{\left(1-e^{-\rho}\right)\left[(M_0+m_0)\rho+\alpha\right]}{\rho^2\left[(M+m_0)\rho+\alpha\right]}=$$

$$=\frac{(M_0+m_0)\rho+\alpha}{\rho^2\left[(M+m_0)\rho+\alpha\right]}-\frac{\left[(M_0+m_0)\rho+\alpha\right]e^{-\rho}}{\rho^2\left[(M+m_0)\rho+\alpha\right]}.$$

Представим первую дробь в виде -

$$\frac{(M_0+m_0)\rho+\alpha}{\rho^2\left[(M+m_0)\rho+\alpha\right]}=\frac{A}{\rho^2}+\frac{B}{\rho}+\frac{C}{(M+m_0)\rho+\alpha}.$$

Тогда,

$$(M_0+m_0)\rho+\alpha=A\left[(M+m_0)\rho+\alpha\right]+B\rho\left[(M+m_0)\rho+\alpha\right]+C\rho^2 .$$

Это выражение позволит определить коэффициенты A, B, C:

$$\begin{array}{l|l}
\rho = 0 & A = 1; \\
\rho^2 & 0 = B\left(M + m_0\right) + C; \\
\rho & M_0 + m_0 = M + m_0 + \alpha B; \quad B = \dfrac{M_0 - M}{\alpha}; \quad C = \dfrac{\left(M - M_0\right)\left(M + m_0\right)}{\alpha}.
\end{array}$$

С учетом найденных значений, имеем:

$$U(\rho) = \frac{1}{\rho^2} - \frac{M - M_0}{\alpha} \cdot \frac{1}{\rho} + \frac{M - M_0}{\alpha} \cdot \frac{1}{\rho + \dfrac{\alpha}{M + m_0}} - e^{-\rho} \left(\frac{1}{\rho^2} - \frac{M - M_0}{\alpha} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \frac{1}{\rho + \dfrac{\alpha}{M + m_0}} \right).$$

Обозначим

$$\frac{\alpha}{M + m_0} = \nu$$

и перейдем к оригиналу:

$$U(t) = \left[t - \frac{M - M_0}{\alpha}\left(1 - e^{-\nu t}\right) \right] \delta_0(t) - \left[t - 1 - \frac{M - M_0}{\alpha}\left(1 - e^{-\nu(t-1)}\right) \right] \delta_0(t-1) =$$

$$= \left(t - \frac{M - M_0}{\alpha} + \frac{M - M_0}{\alpha} e^{-\nu t} \right) \delta_0(t) - \left(t - 1 - \frac{M - M_0}{\alpha} + \frac{M - M_0}{\alpha} e^{-\nu(t-1)} \right) \delta_0(t-1).$$

Если множители $\left(1 - e^{-\nu t}\right)$ и $\left(1 - e^{-\nu(t-1)}\right)$ разложить в ряд $(t \geq 1)$:

$$\left(1 - e^{-\nu t}\right) = 1 - \left(1 - \frac{\nu}{1!}t + \nu^2 \frac{t^2}{2!} - \nu^3 \frac{t^3}{3!} + \cdots\right) = \nu \frac{1}{1!} - \nu^2 \frac{t^2}{2!} + \nu^3 \frac{t^3}{3!} - \cdots;$$

$$\left(1 - e^{-\nu(t-1)}\right) = 1 - \left(1 - \nu \frac{t-1}{1!} + \nu^2 \frac{(t-1)^2}{2!} - \nu^3 \frac{(t-1)^3}{3!} + \cdots\right) =$$

$$= \nu \frac{t-1}{1!} - \nu^2 \frac{(t-1)^2}{2!} + \nu^3 \frac{(t-1)^3}{3!} - \cdots;$$

тогда первую и вторую квадратные скобки можно будет записать иначе:

$$\left[t-\frac{M-M_0}{\alpha}\left(\nu t-\nu^2\frac{t^2}{2!}+\nu^3\frac{t^3}{3!}-\cdots\right)\right]=\frac{M_0+m_0}{M+m_0}t+\frac{M-M_0}{M+m_0}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\nu^n\frac{t^{n+1}}{(n+1)!};$$

$$\left[t-1-\frac{M-M_0}{\alpha}\left(\nu\frac{t-1}{1!}-\nu^2\frac{(t-1)^2}{2!}+\nu^3\frac{(t-1)^3}{3!}-\cdots\right)\right]=$$

$$=\frac{M_0+m_0}{M+m_0}t-\frac{M_0+m_0}{M+m_0}+\frac{M-M_0}{M+m_0}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\nu^n\frac{(t-1)^{n+1}}{(n+1)!}.$$

Таким образом, решение исходного дифференциального уравнения примет вид:

$$U(t)=\frac{M_0+m_0}{M+m_0}+\frac{M-M_0}{M+m_0}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\nu^n\frac{t^{n+1}-(t-1)^{n+1}}{(n+1)!},\quad t\ge 1.$$

Этот результат совпадает с формулой, полученной В.В. Новожиловым [12].

Из полученного следует, что при достаточно малом трении корпуса о среду, а также при достаточно большом значении времени движения Т $(\nu T>1)$, перемещения подводного аппарата будет описываться в полной мере первым слагаемым этой формулы, то есть

$$\lim_{t\to\infty}U(t)=\frac{M_0+m_0}{M+m_0};$$

$$U_\infty=\frac{M_0+m_0}{M+m_0}U_\infty^\Phi.$$

Полученный результат поясняется тем, что при единичном смещении

$$U_k(t)\big|_{t>0}=1,$$

для обобщенной силы $F_{ik}(t)$ в реальной жидкости имеет место равенство

$$\lim_{t\to\infty} U = U_\infty = \lim_{t\to\infty} U^\Phi = U_\infty^\Phi = 1;$$

$$U_\infty = U_\infty^\Phi = 1.$$

По прошествии времени t, перемещения субмарины будет уменьшаться, при условии, что $M < M_0$. Или же, наоборот, будет увеличиваться, если $M_0 < M$.

Задачу можно расширить, ограничив состояние субмарины якорем.

Выводы. Анализ полученных результатов доказывает правильность предположения о том, что при действии акустического удара упругие деформации поверхности внешнего жесткого корпуса субмарины не будут влиять на величину окончательного перемещения подводного аппарата в целом, так как величины $M_{ii}, m_{ik}, \alpha_{ik}$ ограничены, а остаточные деформации исчезают, то есть равны нулю, вследствие чего равны нулю и члены, которые им соответствуют.

В том случае, когда функции F_{ik} не интегрируемы, например, для случая реальной жидкости, масса объекта и деформации его поверхности не влияют на предельные перемещения корпуса.

В том случае, когда деформации обоих тел упругие, тогда главные центральные оси, а также их массы (моменты инерции) соответственно совпадают и окончательные перемещения субмарины и "фиктивного" тела (среды при отсутствии подводного аппарата) равны друг другу. Деформации "фиктивного" тела будут упругими, например, при воздействии плоской волны, когда все частицы среды перемещаются на одно и то же расстояние.

В случае положительной плавучести, когда $M < M_0$, окончательные перемещения аппарата в среде будет превышать перемещения частиц идеальной жидкости. При отрицательной плавучести - наоборот, будут меньше перемещения частиц идеальной жидкости. Установлено, что в реальной жидкости масса тела не оказывает влияния на величину окончательного перемещения подводного аппарата.

Мнимое противоречие данного утверждения объясняется тем, что при $t > T$, хотя и медленно, т.е. при незначительном трении корпуса о среду, тело положительной плавучести, получив больше, чем жидкость перемещения, вернется назад настолько, что его перемещение сравнится с перемещением частиц жидкости. То же самое произойдет и с телом отрицательной плавучести.

Установлено, что под действием акустического удара в идеальной среде, т.е. при отсутствии вязкого трения, подводный аппарат с отрицательной, либо положительной плавучестью, будет возвращаться либо дополнительно двигаться, пока перемещения подводного аппарата и идеальной жидкости не совпадут.

Литература

1. Showell Jak The U-Boat Century:German Submarine Warfare 1906–2006. Great Britain: Chatham Publishing, 2006. ISBN 978-1-86176-241-2
2. Ю. И. Александров, А. Н. Гусев Боевые корабли мира на рубеже XX-XXI веков. Часть I. Подводные лодки. Справочник, Санкт-Петербург, "Галея-Принт, 2000. 302 с.
3. 50 лет без дозаправки и шума: американцы совершенствуют подлодки [Электронный ресурс]. zoom.cnews.ru/. URL: http://zoom.cnews.ru/rnd/news/line/50_let_bez_dozapravki_i_shuma_amerikancy_sovershenstvuyut_podlodki. 21.03.2013.
4. URL: https://kursiv.kz/news/obschestvo/2016-08/reyting-luchshikh-podlodok-v-mire Нужен ли военным корабль-подлодка? [Электронный ресурс]. zoom.cnews.ru/. URL: http://zoom.cnews.ru/rnd/news/line/nuzhen_li_voennym_korablpodlodka. 09.12.2011.

5. Karachun V.V., Mel’nick V.N., Korobiichuk I., Nowicki M., Szewczyk R., Kobzar S. The Additional Error of Inertial Sensors Induced by Hypersonic Flight Conditions. Sensors, 2016. 16 (3). 299 p. doi: 10.3390/9 16030299.
6. Мельник В. Волновые задачи в акустических средах [Текст]: моногр / В. Мельник, Н. Ладогубец; Нац. техн. ун-т Украины “КПИ”, Нац. авиац. ун-т. К.: "Корнейчук", 2016. 432 с.
7. Карачун В.В., Мельник В.М. Задачі супроводу та маскування рухомих об'єктів: моногр. / Нац. техн. ун-т України "КПІ". Київ; "Корнійчук", 2011. 264 с.
8. URL: https://kursiv.kz/news/obschestvo/2016-08/reyting-luchshikh-podlodok-v-mire
9. URL: https://kursiv.kz/news/obschestvo/2016-08/reyting-luchshikh-podlodok-v-mire
10. URL:http://zoom.cnews.ru/rnd/news/line/nuzhen_li_voennym_korablpodlodka. - Does the military need a submarine? [in Russisan]
11. URL: https://oxpaha.ru/analytics/podvodnye-hishhniki-top-5-luchshih-apl-mira/
12. Новожилов В. В. О перемещении абсолютно твердого тела под действием акустической волны давления // Прикл. матем. и мех. Т. XXIII. Вып. 4, 1959. С. 794-797.