

Технічні науки

УДК 62-52

**Репнікова Наталія Борисівна**

*кандидат технічних наук, доцент,  
викладач факультету інформатики та обчислювальної техніки  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»*

**Репникова Наталия Борисовна**

*кандидат технических наук, доцент,  
преподаватель факультета информатики и вычислительной техники  
Национальный технический университет Украины  
«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»*

**Repnikova Nataliya**

*PhD, Associated Professor of the Faculty of Informatics and Computer Science  
National Technical University of Ukraine  
"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"*

**Гнип Владислав Віталійович**

*студент факультету інформатики та обчислювальної техніки  
Національного технічного університету України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»*

**Гнип Владислав Витальевич**

*студент факультета информатики и вычислительной техники  
Национального технического университета Украины  
«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»*

**Hnyup Vladyslav**

*Student of the Faculty of Informatics and Computer Science of the  
National Technical University of Ukraine  
"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"*

**УЗАГАЛЬНЕННЯ УМОВ ВИКОНАННЯ СИНТЕЗУ  
БАГАТОЗВ'ЯЗНИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ З ЗАДАНОЮ ЯКІСТЮ  
ОБОБЩЕНИЕ УСЛОВИЙ ВЫПОЛНЕНИЯ СИНТЕЗА  
МНОГОСВЯЗНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С ЗАДАНЫМ  
КАЧЕСТВОМ  
GENERALIZING THE CONDITIONS FOR THE SYNTHESIS OF  
MULTICONNECTED CONTROL SYSTEMS WITH A PRESET  
QUALITY**

***Анотація.** Розглядається проблема забезпечення високої якості синтезу певного класу систем керування, що описуються векторно-матричними рівняннями. Пропонується узагальнити умови вибору коренів характеристичного рівняння і розмірності нульових елементів відповідних матриць для синтезу цифрових багатозв'язних систем керування. Приведено результати моделювання з використанням прикладного пакету Matlab/Simulink.*

***Ключові слова:** якість синтезу, векторно-матричні рівняння, розмірність матриць, багатозв'язні цифрові системи.*

***Аннотация.** Рассматривается проблема обеспечения высокого качества синтеза определенного класса систем управления, которые описываются векторно-матричными уравнениями. Предлагается обобщить условия выбора корней характеристического уравнения и размерности нулевых элементов соответствующих матриц для синтеза цифровых многосвязных систем управления. Приведены результаты моделирования с использованием прикладного пакета Matlab/Simulink.*

***Ключевые слова:** качество синтеза, векторно-матричные уравнения, размерность матриц, многосвязные цифровые системы.*

***Summary.** Considered the problem of ensuring high quality synthesis of control systems described with vector-matrix equations. Proposed to generalize*

conditions of choosing the roots of the characteristic equation and dimensionality of the zero elements of the corresponding matrices for synthesis of digital multiconnectional control systems. Shown results of modeling using Matlab / Simulink application package.

**Key words:** synthesis quality, vector-matrix equations, matrix dimensionality, digital multiconnectional systems.

**Вступ.** Як відомо, під терміном «багатозв'язні» розуміють системи з  $r$  входами та  $l$  виходами, які впливають один на одного, що приводить до взаємної залежності каналів керування. Для аналізу та синтезу таких систем в багатьох випадках використовують метод простору станів [1], де динаміка цифрової системи описується рівняннями виду:

$$\begin{cases} \mathbf{x}[n+1] = \mathbf{A}\mathbf{x}[n] + \mathbf{B}\mathbf{u}[n] \\ \mathbf{y}[n] = \mathbf{C}\mathbf{x}[n] + \mathbf{D}\mathbf{u}[n] \end{cases} \quad (1)$$

де  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  і  $\mathbf{D}$  – матриці відповідних розмірностей.

На теперішній час існує багато прикладів синтезу цифрових систем керування з використанням методу простору станів для систем з одним входом та одним виходом та різних модифікацій методу з використанням зворотнього зв'язку за станом. Задача синтезу ускладнюється, коли розглядаються питання створення багатозв'язних систем з забезпеченням високої якості керування.

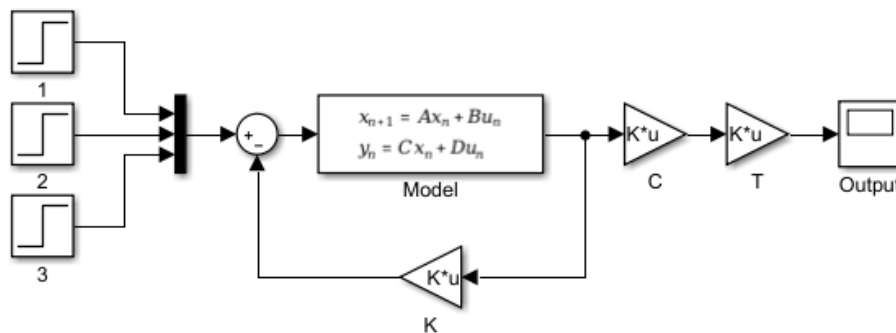
**Основна частина.** Для вирішення задачі синтезу розглядається цифрова система керування, яка описується рівняннями (1), де у загальному вигляді матрицями мають вид:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1r} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nr} \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{l1} & c_{l2} & \dots & c_{ln} \end{bmatrix} \quad (2)$$

При цьому задачею синтезу багатовимірних систем керування є не тільки розташування коренів у наперед задане положення, але й нейтралізація перехресних зв'язків у багатозв'язному об'єкті керування.

Нейтралізація перехресних зв'язків у багатозв'язному об'єкті керування у літературі отримала назву «розв'язання каналів». Необхідно виконати синтез цифрової системи управління, при якому:

- вихідний сигнал при  $n \rightarrow \infty$  дорівнював би вхідній дії,
- перехідний процес замкнутої системи відповідав би бажаним показникам якості: скорочення часу регулювання, нульова похибка в усталеному режимі та нульове перерегулювання,
- виконується умова повної керованості та спостережуваності,
- моделювання досліджуваної системи виконується за допомогою пакету Matlab/Simulink [2] наступної схеми:



**Рис. 1. Схема моделі системи третього порядку з регулятором зворотного зв'язку за станом**

*Джерело: авторська розробка*

Для розрахунку коефіцієнтів зворотного зв'язку за станом використовуємо формулу розрахунку, запропоновану в [3].

$$K = [CB]^{-1}[CA - TC], \quad (3)$$

де  $T$  – матриця з діагональними елементами, які є коренями бажаного характеристичного рівняння.

В якості прикладу розглянемо багатозв'язну цифрову систему керування з відповідними матрицями (4):

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 2 & 9 & 1 \\ 98 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 14 & -2 & -8 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -3 & 0 & -0.2 \\ 122 & 1 & 9 \\ -9 & 1 & 9 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(4)

Виконаємо серію досліджень використовуючи (3) для визначення першої умови можливості виконання синтезу з означеною якістю цифрової системи, а саме, *умови вибору коренів бажаного характеристичного рівняння*.

Пропонується обирати корені кратними та різними. Результати дослідження представлені у таблиці 1.

Таблиця 1

**Вплив коренів на показники якості цифрової системи**

№	K1	K2	K3	Стійкість	Перерегулювання	Помилка регулювання	Час перехідного процесу
1	0.1	0.1	0.1	так	0	0	0.2
2	0.2	0.2	0.2	так	0	0	0.2
3	0.3	0.3	0.3	так	0	0	0.3
4	0.4	0.4	0.4	так	0	0	0.4
5	0.5	0.5	0.5	так	0	0	0.5
10	0.1	0.11	0.12	так	0	-0.68 1.3 -1.955	1.2,0.2,0.2
11	0.3	0.4	0.5	так	0	-2.25 3.6 -4.69	1.7,1.2,0.2
12	0.01	0.02	0.03	так	0	-6.76 7.2 -7.815	1.1,1.1,0.1

Таким чином, як видно з отриманих результатів, хоча різні корені і забезпечують стійкість системи та нульове перерегулювання, але спостерігається достатньо велика помилка. Для забезпечення заданої якості синтезу багатозв'язної цифрової системи необхідно обирати кратні корені характеристичного рівняння.

В якості наступного прикладу будемо розглядати систему з неквадратними матрицями **B** та **C**.

Пропонуємо для виконання вимог синтезу та визначення другої умови, а саме, умови вибору розмірності нульових елементів відповідних матриць, використовувати наступну модель:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \text{Ч} & \text{Ч} & \text{Ч} \\ \text{Ч} & \text{Ч} & \text{Ч} \\ \text{Ч} & \text{Ч} & \text{Ч} \end{bmatrix} & \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} \text{Ч} & \text{Ч} \\ \text{Ч} & \text{Ч} \\ \text{Ч} & \text{Ч} \end{bmatrix} \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} \text{Ч} & \text{Ч} & 0 \\ \text{Ч} & \text{Ч} & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{5}$$

В моделі (5) літерою «Ч» відмічені позиції, де може бути будь-яке за величиною та знаком число. В якості прикладу розглянемо багатозв'язну цифрову систему керування з матрицями:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} -0.3 & 3 & 0.1 \\ -0.1 & -0.5 & 0 \\ 1 & 1 & -0.1 \end{bmatrix} & \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} 1.2 & -0.1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{6}$$

Перевіримо керованість заданої системи, оцінивши ранг матриці керованості (рис. 2).

```
>> P = ctrb(A1,B1)

P =

    2.0000    3.0000   -3.5000    5.2000    2.0400   -4.9700
   -1.0000    2.0000    0.3000   -1.3000    0.2000    0.1300
    1.0000    1.0000    0.9000    4.9000   -3.2900    3.4100

>> rank(P)

ans =

     3
```

**Рис. 2. Матриця керованості та її ранг**

*Джерело: авторська розробка*

Система є керованою, оскільки ранг матриці керованості рівний порядку системи, розраховуємо матрицю коефіцієнтів зворотного зв'язку (рис. 3) та виконаємо моделювання досліджуваної системи.

```
>> K1 = inv(C1*B1)*(C1*A1 - T1*C1)

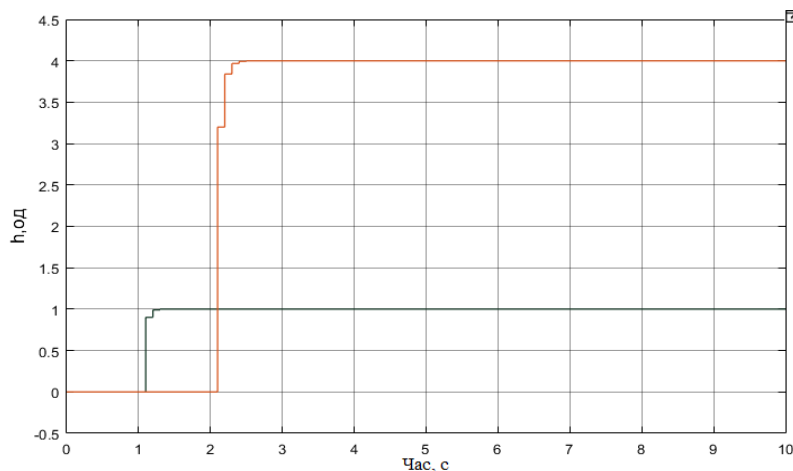
K1 =

   -0.0714    1.1143    0.0286
   -0.0857    0.2571    0.0143
```

**Рис. 3. Матриця регулятора зворотного зв'язку за станом**

*Джерело: авторська розробка*

Графіки перехідних процесів представлені на (рис. 4).



**Рис. 4. Перехідні процеси**

*Джерело: авторська розробка*

Як видно з графіків перехідних процесів, синтезована багатозв'язна цифрова система забезпечує високу якість керування.

**Висновки.** Таким чином, у статті запропоновано узагальнення умов для виконання синтезу заданої якості цифрових багатозв'язних систем керування: умови вибору коренів характеристичного рівняння та умови вибору розмірності нульових елементів відповідних матриць.

Проведені серії експериментальних досліджень показали, що узагальнення умов дозволило синтезувати цифрові багатозв'язні системи з високою якістю не тільки зі стандартними, ай з неквадратними матрицями

### Література

1. Arie Nakhmani. Modern Control: State-Space analysis and design method / McGraw – Hill Education. 2020.
2. Дьяконов В.П. VisSim+Mathcad+Matlab. Визуальное математическое моделирование / В.П. Дьяконов. СОЛОН. Пресс. Москва, 2010.
3. Изерман Р. Цифровые системы управления: Пер. с англ. / Р. Изерман. Москва: Мир, 1984. 541 с.