

Технические науки

УДК 536.24

Прокопов Виктор Григорьевич

доктор технических наук, профессор, ведущий научный сотрудник

Институт технической теплофизики НАН Украины

Prokopov Viktor

Doctor of Technical Sciences, Professor, Leading Researcher

Institute of Engineering Thermophysics of NAS of Ukraine

Фиалко Наталия Михайловна

доктор технических наук, профессор, заведующая отделом,

член-корреспондент НАН Украины

Институт технической теплофизики НАН Украины

Fialko Nataliia

Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department,

Corresponding Member of the NAS of Ukraine

Institute of Engineering Thermophysics of NAS of Ukraine

Шеренковский Юлий Владиславович

кандидат технических наук, старший научный сотрудник,

ведущий научный сотрудник

Институт технической теплофизики НАН Украины

Sherenkovskiy Julii

Candidate of Technical Sciences (PhD),

Senior Scientific Researcher, Leading Researcher

Institute of Engineering Thermophysics of NAS of Ukraine

Меранова Наталия Олеговна

*кандидат технических наук, старший научный сотрудник,
ведущий научный сотрудник*

Институт технической теплофизики НАН Украины

Meranova Nataliia

Candidate of Technical Sciences (PhD),

Senior Scientific Researcher, Leading Researcher

Institute of Engineering Thermophysics of NAS of Ukraine

**ОСОБЕННОСТИ ЛОКАЛИЗАЦИИ ВЛИЯНИЯ ГРАНИЧНЫХ
УСЛОВИЙ НА ПРОТЕКАНИЕ УСТОЙЧИВЫХ МНОГОМЕРНЫХ
ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА
FEATURES OF LOCALIZATION OF THE INFLUENCE OF BOUNDARY
CONDITIONS ON THE COURSE OF STABLE MULTIDIMENSIONAL
TRANSPORT PROCESSES**

***Аннотация.** Анализируются закономерности протекания многомерных процессов переноса, связанные с проявлением эффектов локализации влияния граничных условий. Рассматриваются различные теории, принципы, положения, базирующиеся на учете данных закономерностей.*

***Ключевые слова:** локализация влияния граничных условий; многомерные процессы переноса; зоны локализации влияния.*

***Summary.** The patterns of multidimensional transport processes associated with the manifestation of localization effects of the influence of boundary conditions are analyzed. Various theories, principles, and provisions based on the accounting of these laws are considered.*

Key words: *localization of the influence of boundary conditions; multidimensional transfer processes; influence localization zones.*

Введение. В устойчивых многомерных процессах переноса, протекающих в сплошных средах, наблюдаются закономерности, связанные с явлением локализации влияния особенностей условий однозначности [1-3]. Представляет интерес рассмотрение таких закономерностей применительно к различным условиям однозначности.

Цель работы заключается в анализе особенности протекания многомерных процессов переноса, связанных с проявлением эффектов локализации влияния граничных условий.

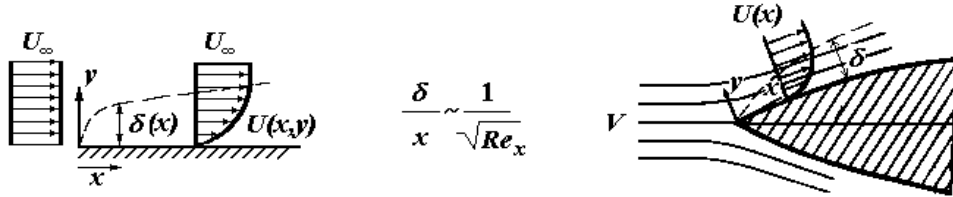
Результаты и обсуждение. Анализ литературных данных показывает, что для многомерных процессов переноса различной физической природы установлены определенные закономерности, непосредственно обусловленные эффектами локализации влияния особенностей граничных условий. Эти закономерности послужили основой для построения различных теорий, формулировки принципов, положений и пр. В качестве примеров отметим некоторые из них: теория пограничного слоя Л. Прандтля, метод Т. Гудмена, принцип стабильности теплового потока А.И. Вейника, принцип В. Сен-Венана, явления гидродинамической и тепловой стабилизации течения и теплообмена в каналах и т.д.

Характерным примером учета локализации влияния граничных условий является теория пограничного слоя. Действительно, в этой теории используется, как известно, то обстоятельство, что задание на обтекаемой поверхности в качестве граничного условия скорости равной нулю ($U|_r = 0$) оказывает влияние на изменение продольной скорости в поперечном к потоку направлении лишь в относительно тонком, так называемом пограничном слое

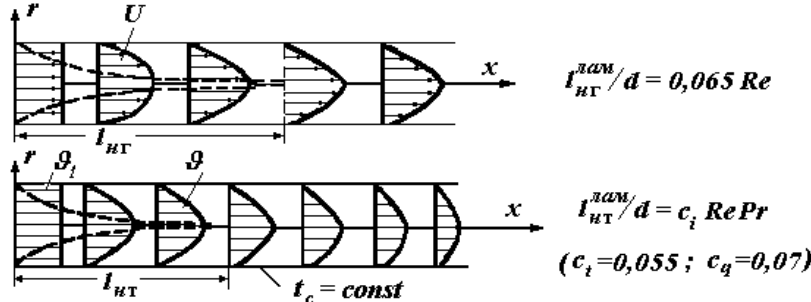
– слое трения толщиной δ (рис. 1). В области же вне пограничного слоя поток оказывается практически невозмущенным. В случае безотрывного обтекания пластины величина δ/x обратно пропорциональна $\sqrt{Re_x}$, где x – расстояние от переднего края кромки до рассматриваемого сечения; Re_x – число Рейнольдса, $Re_x = U^* \cdot x / \nu$, U^* – скорость внешнего течения, ν – кинематическая вязкость. То есть здесь реализуется пространственная локализация влияния граничных условий. При этом могут быть выделены две подобласти: зона пограничного слоя, в которой необходимо учитывать силы трения, и зона за пределами пограничного слоя, в которой силами трения можно пренебречь. Именно благодаря такому разделению поля течения на две зоны оказывается возможным, как известно, существенное упрощение теоретических исследований течения жидкостей с малой вязкостью.

Следующим наглядным примером пространственной локализации влияния граничных условий может служить явление стабилизации профиля скорости по длине канала. Как известно, на достаточном удалении от входа в канал профиль скорости практически не зависит от распределения скорости во входном сечении.

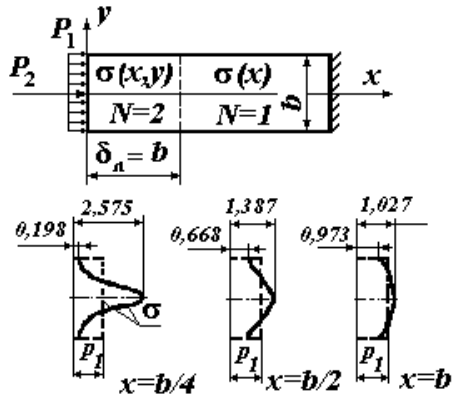
ЛОКАЛИЗАЦИЯ ВЛИЯНИЯ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ
ТЕОРИЯ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ



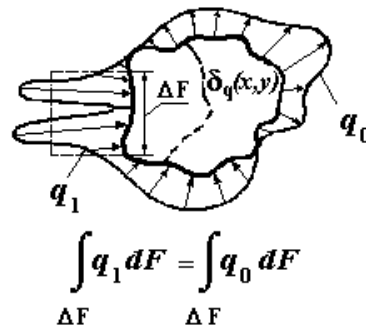
ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ И ТЕПЛОВАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ



ПРИНЦИП СЕН - ВЕНАНА



ПРИНЦИП СТАБИЛЬНОСТИ ТЕПЛОВОГО ПОТОКА



МЕТОД ГУДМЕНА

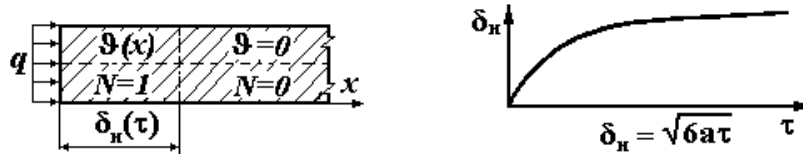


Рис. 1. Примеры использования эффектов локализации влияния граничных условий

Здесь также могут быть выделены две зоны, последовательно расположенные друг за другом: гидродинамический начальный участок длиной l_{HT} и участок стабилизированного течения (рис. 1). В пределах первой

из них реализуется локализация влияния особенностей входного профиля скорости.

Аналогичным предшествующему примеру является свойство тепловой стабилизации потока в каналах. Соотношения, определяющие длины гидродинамического и термического начальных участков $l_{НГ}^{лам}$, $l_{НТ}^{лам}$ для ламинарного течения жидкости, представлены на рис. 1. (Здесь d – диаметр трубы; $Re = \bar{U} \cdot d / \nu$; \bar{U} – средняя скорость жидкости; Pr – число Прандтля, $Pr = \nu / a$. Индексы c_t и c_q отвечают теплообмену при граничных условиях первого и второго рода соответственно, $t|_Г = const$; $q|_Г = const$).

Примером отражения того же свойства пространственной локализации может служить явление вырождения эффекта начальной закрутки потока по длине канала.

Свойство пространственной локализации влияния граничных условий лежит также в основе широко используемого в теории упругости принципа Сен-Венана. Согласно одной из формулировок этого принципа, замена системы усилий, действующих на небольшом участке поверхности упругого тела, статически эквивалентной системой усилий оказывает заметное влияние на напряжения лишь в непосредственной близости от места приложения нагрузки; в тех же частях тела, которые находятся от нагруженного участка на расстоянии, значительном по сравнению с линейными размерами этого участка, напряжения существенных изменений не претерпевают. В соответствии с второй формулировкой принципа Сен-Венана статически эквивалентная нулю система усилий, приложенная к небольшому участку поверхности тела, не оказывает существенного влияния на части тела, находящиеся вблизи упомянутого участка. Очевидно, что если указанная статически эквивалентная нулю система усилий является единственным

воздействием, приложенным к телу, то область за пределами участка, расположенного в непосредственной близости от места приложения усилий, оказывается практически невозмущенной. Следует отметить, что использование свойства локализации эффекта нагружения, отраженного в принципе Сен-Венана, позволяет, как известно, существенно упростить решение задач упругости за счет изменения граничных условий и рассмотрения системы сил, эквивалентной заданной. Это обстоятельство иллюстрирует рис. 1. Согласно полученным данным, в случае простого сжатия напряжения σ , обусловленные равномерно распределенной нагрузкой P_1 и предельно сосредоточенной P_2 , уже на расстоянии δ_n , равном толщине стержня, отличаются несущественно. Очевидно, в случае круглого стержня при предельно сосредоточенной нагрузке в зоне локализации поля искомой функции σ являются двумерными ($N=2$), за ее пределами – одномерными ($N=1$, N – размерность поля напряжений).

Примером учета пространственной локализации влияния граничных условий является также принцип стабильности теплового потока А.И. Вейника, в котором использована аналогия с принципом Сен-Венана. Свойство стабильности теплового потока заключается, как известно, в следующем. Изменение распределения условий охлаждения на небольшой части поверхности твердого тела ΔF при неизменном по величине тепловом потоке, проходящем через его (тела) поверхность ($\int_{\Delta F} q_1 dF = \int_{\Delta F} q_0 dF$), вызывает существенное местное изменение температурного поля тела и не оказывает существенное влияние на распределение температуры в точках, удаленных на достаточно большое расстояние по сравнению с линейными размерами поверхности, на которой были изменены условия охлаждения. Здесь q_1 , q_0 – заданная по постановке и измененная плотность теплового потока. Таким

образом, в этом случае также реализуется зона локализации, прилегающая к участку границы тела ΔF и ограниченная поверхностью δ_q (см. рис. 1). Указанное свойство стабильности теплового потока применяется при решении задач теплопроводности для тел сложной формы.

В качестве примера использования пространственно-временной локализации влияния граничных условий можно привести метод Гудмена. Здесь вводится понятие так называемой глубины проникновения δ_H , определяющей в каждый момент времени границу подобласти, за пределами которой поле исследуемой физической величины (например, избыточной температуры ϑ), может считаться практически невозмущенным. То есть за пределами указанной подобласти (глубины проникновения), влияние граничных условий считается пренебрежимо малым. Эта относительно небольшая пространственно-временная подобласть представляет собой зону локализации влияния граничных условий. И поскольку в начальный период процесса размеры данной зоны относительно невелики, то в ее пределах оказывается допустимой аппроксимация искомой функции с требуемой для практических расчетов точностью степенным полиномом. Это обстоятельство позволяет существенно упростить процесс нахождения решения. Рисунок 1 иллюстрирует изменение глубины проникновения δ_H во времени для ситуации, отвечающей одномерной нестационарной задаче теплопроводности. (Здесь $\vartheta = t - t_0$, t_0 - начальная температура).

Выводы. Выполнен анализ учета эффектов локализации влияния граничных условий в различных теориях, принципах, положениях и пр. Показано, что применение указанных теоретических построений позволяет существенно упрощать исследования устойчивых многомерных процессов переноса различной природы как на стадии постановки задачи, так и при ее решении, а также при анализе получаемых результатов.

Литература

1. Прокопов В.Г., Фиалко Н.М., Шеренковский Ю.В. Основные принципы теории локализации // Доповіді Національної академії наук України, 2002/ №6. С. 98-104.
2. Прокопов В.Г., Фиалко Н.М., Шеренковский Ю.В. Основной принцип теории локализации // Технологические системы 2002. Вип.2. С. 137-140.
3. Прокопов В.Г., Фиалко Н.М., Шеренковский Ю.В. Основы теории локализации. Киев, ИТТФ НАНУ, 2003. 214 с.