International Scientific Journal "Internauka" http://www.inter-nauka.com/

Технічні науки

УДК 622.276.53:621.671 (047)

Грудз Ярослав Володимирович

доктор технічних наук, професор професор кафедри газонафтопроводів та газонафтосховищ Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

Грудз Ярослав Владимирович

доктор технических наук, профессор профессор кафедры газонефтепроводов и газонефтехранилищ Ивано-Франковский национальный технический университет нефти и газа Grudz Yaroslav

> Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Gas and Oil Pipelines Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas

Бевз Володимир Володимирович

аспірант Івано-Франківського національний технічний університет нафти і газу Бевз Владимир Владимирович аспирант

Ивано-Франковского национального технического университета нефти и газа Bevz Vladimir

> Graduate Student of the Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ ПАРАМЕТРІВ УСТАНОВКИ ВИДОБУВАННЯ НАФТИ НА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЯХ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ УСТАНОВКИ ДОБЫЧИ НЕФТИ НА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

RESEARCH OF EXPLOITATION PARAMETERS OF INSTALLATION OF OIL PRODUCTION ON MATHEMATICAL MODELS

Анотації. Розглядається динаміка руху штангової системи і плунжера установки свердловинного обладнання для видобутку нафти під дією сил, що діють на елементи конструкції в процесі її експлуатації. В результаті побудовано математичні моделі процесу на різних фазах і приводяться результати їх реалізації числовими методами. Проведений аналіз динаміки робочого процесу дозволив оцінити характер руху колони при різних варіантах величини сил, що діють на систему, що має важливе значення при експлуатації обладнання.

Ключові слова: свердловинне обладнання для видобутку нафти, математична модель, динаміка, характер руху.

Аннотации. Рассматривается динамика движения итанговой системы и плунжера установки скважинного оборудования для добычи нефти под действием сил, действующих на элементы конструкции в процессе ее эксплуатации. В результате построены математические модели процесса на разных фазах и приводятся результаты их реализации численными методами. Проведенный анализ динамики рабочего процесса позволил оценить характер движения колонны при различных вариантах величины сил, действующих на систему, имеет важное значение при эксплуатации оборудования.

Ключевые слова: скважинное оборудования для добычи нефти, математическая модель, динамика, характер движения.

Summary. The dynamics of motion of the boom system and the plunger of the installation of downhole equipment for oil production under the influence of forces acting on the elements of the structure during its operation are considered. As a result, mathematical models of the process in different phases are constructed and the results of their implementation are presented by numerical methods. The analysis of the dynamics of the workflow made it possible to evaluate the nature of the movement of the column under different variants of the magnitude of forces acting on the system, is important in the operation of the equipment.

Key words: downhole equipment for oil production, mathematical model, dynamics, nature of motion.

Аналіз багатьох конструкцій приводів ШНСУ показує, що основною тенденцією їх розвитку є збільшення довжини ходу точки підвіски штанг. Крім цього йде пошук кінематичних схем і конструкцій зрівноважуючи пристроїв, які б дозволили зменшити габарити приводу, зберегти зусилля, які діють на фундамент, підвищити надійність приводу.

Удосконалення установок супроводжується збільшенням числа конструкцій, в яких використовується об'ємний гідропривід, що збільшує його енергоємність і простотою перетворення кругового руху високооборотного двигуна в повільний зворотно-поступовий рух точки підвісу штанг.

Гідравлічний привід, який має високий ККД, дозволяє достатньо просто регулювати окремі параметри циклу подвійного ходу штанг, тобто змінювати прискорення точки підвісу штанг незалежно від числа подвійних ходів, регулювати швидкості ходу штанг вверх і вниз у залежності від властивостей пластової рідини. Однак, вибір раціонального режиму експлуатації системи вимагає чіткого прогнозування технологічних параметрів, що можливо виконати тільки на математичних моделях, в основі яких лежить рівняння руху точки підвісу штанг.

При отриманні диференціальних рівнянь руху точки підвісу штанг приймаємо такі спрощення:

1) рідину в гідросистемі вважаємо нестискуваною;

2) тиск, створюваний гідронасосом – величина стала.

Якщо будуть використовуватися ще й інші спрощення, то про це йтиме мова додатково.

Диференціальне рівняння руху точки підвісу штанг у спрощеному вигляді має такий вигляд:

$$m_{36}\frac{d^2s}{dt^2} = F_{p(36)} - F_{0(36)} \tag{1}$$

де m_{36} - зведена маса всіх рухомих твердих тіл, пластової рідини і рідини гідроприводу при зведенні до точки підвісу штанг;

 $F_{p(36)}$ - зведена рушійна сила при зведенні до точки підвісу штанг;

 $F_{0(36)}$ - зведена сила опору при зведенні до точки підвісу штанг.

Якщо зведена маса m_{36} буде функцією величини переміщення точки підвісу штанг *s*, то рівняння (1) у такому разі повинно бути [1]

$$m_{36}\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \frac{dm_{36}}{ds} = F_{p(36)} - F_{0(36)}$$
(2)

Проте рівняння (1) і (2) являють собою спрощені математичні моделі, які описують динаміку гідравлічного привода. Ці моделі відповідають сталості робочого тиску в циліндрах гідросистеми, сил тертя, корисних навантажень і опору гідро ліній системи. Але, як вказується в роботах [2; 3; 4], ці величини в процесі руху робочого органу гідроприводу суттєво змінюються, що вимагає врахування цих змін при розрахунку гідросистеми.

Перша фаза. Ця фаза руху точки підвісу штанг була вище розбита на дві півфази. Перша півфаза охоплює проміжок часу від початку руху точки підвісу штанг вгору до початку руху плунжера насоса.

Виведемо диференціальне рівняння руху точки підвісу штанг на першій півфазі. Для цього зведемо маси і сили до цієї точки.

Зведена маса на цій півфазі повинна визначатися за формулою

$$m_{36} = \frac{1}{3}m_{uu} + m_T + 2A_r\rho_r + m_{rc}^{(1)}\left(\frac{v_{r1}}{v}\right)^2 + m_{rc}^{(2)}\left(\frac{v_{r2}}{v}\right)^2,\tag{3}$$

де m_{μ} - маса штангової колони довжиною l;

 m_T - маса траверси разом зі штоками і поршнями; A_r - площа поперечного перерізу циліндрів штангових колон; s - віддалення точки підвісу штанг від її нижнього положення; ρ_r - густина робочої рідини гідравлічної системи; $m_{rc}^{(1)}$ - маса рідини у нагнітальній гідравлічній лінії між насосом і місцем розгалуження труб нагнітальної лінії до поршнів в циліндрах штангових колон; v_{r1} , v_{r2} , v - швидкості руху відповідно рідини в нагнітальній лінії до місця розгалуження, після місця розгалуження труб і точки підвісу штанг. Швидкість точки підвісу штанг дорівнює швидкості руху поршнів в гідравлічних колонах, тобто $v = v_n$

Визначимо зведену масу колони штанг на першій півфазі. Приймаємо, як і в роботах [1; 2], що швидкість перерізів штанг на цій півфазі руху точки підвісу штанг змінюється за лінійним законом. Зведена маса колони штанг при зведенні до точки їх підвісу визначається із такого рівняння:

$$m_{36}^{(u)} \frac{v^2}{2} = \int_0^l \frac{V_x^2 dm}{2}, \quad dm = \rho_{ul} A_{ul} d_x, \quad V_x = \frac{V_x}{l},$$

де ρ_{u} , A_{u} - густина матеріалу штанг і площа їх поперечного перерізу.

Підставляючи вирази для dm і V_x, отримаємо

$$m_{36}^{(u)} = \frac{m_{u}}{3}$$

Встановимо залежності V_{r1}/V , V_{r2}/V . Позначимо витрату рідини у нагнітальній лінії до місця розгалуження труб через Q_1 . В місці розгалуження маємо дві вітки нагнітальної лінії, по яких робоча рідина подається в циліндри гідравлічних колон. Витрату рідини через кожну із цих двох віток позначимо Q_2 . Очевидно, що $Q_2 = Q_1/2$. Величини Q_1 і Q_2 можна записати так

$$Q_1 = A_{rc} \cdot V_{r1}, \quad Q_2 = A_{rc} \cdot V_{r2}$$

Оскільки $Q_2 = Q_1/2$, то $V_{r2} = V_{r1}/2$ (діаметри труб нагнітальної лінії до і після розгалуження однакові). Крім того, можна записати

$$Q_2 = A_r \cdot V_{\Pi},$$

Tomy
$$\frac{V_{r2}}{V_{II}} = \frac{A_r}{A_{rc}}$$
, $\frac{V_{r1}}{V_{II}} = \frac{2A_r}{A_{rc}}$.

Підставляємо ці результати у (3)

$$m_{36} = m_{ul}/3 + m_T + 2A_r \rho_r s + m_{rc}^{(1)} \left(\frac{2A_r}{A_{rc}}\right)^2 + m_{rc}^{(2)} \left(\frac{A_r}{A_{rc}}\right)^2 \tag{4}$$

Оскільки зведена маса є функцією від віддалення точки підвісу штанг, то необхідно приймати до уваги диференціальне рівняння (4). У нашому випадку

$$\frac{dm_{36}}{ds} = 2A_r \rho_r \tag{5}$$

Зведена рушійна сила в кожному із циліндрів

$$F_{p(36)} = p_p \cdot A_r \tag{6}$$

*p*_p - тиск рідини в циліндрі під поршнем при його русі вверх.

Знайдемо величину p_p . Нагнітальну лінію розіб'ємо на дві ділянки: перше ділянка – від насоса до місця розгалуження трубопроводів і друга – від місця її розгалуження до поршнів гідравлічних колон.

Між витратою рідини в трубопроводі і перепадом тиску в ньому існує така залежність [3]:

$$Q = \mu A \sqrt{\frac{2}{\rho_r} \Delta p},\tag{7}$$

де μ - коефіцієнт витрати рідини; A - площа поперечного перерізу трубопроводу; Δp - перепад тиску при русі рідини в трубопроводі.

Втрату тиску робочої рідини на першій та другій ділянках нагнітальної лінії можна записати у вигляді

$$\Delta p_{(1)} = \left(\sum_{i=1}^{n_1} \lambda_i \frac{l_i}{d_i} V_i^2 + \sum_{j=1}^{n_2} \xi_j V_j^2\right) \frac{\rho_r}{2} + \Delta \rho_{po3},\tag{8}$$

$$\Delta p_{(2)} = \left(\sum_{i=1}^{n_3} \lambda_i \frac{l_i}{d_i} V_i^2 + \sum_{j=1}^{n_4} \xi_j V_j^2\right) \frac{\rho_r}{2}$$
(9)

де ξ_j, λ_i - коефіцієнти втрат напору по довжині трубопроводу і місцевих втрат; l_i, d_i - довжина і внутрішній діаметр трубопроводу; V_j, V_i - швидкості потоку рідини в трубопроводах і місцевих опорах; $\Delta \rho_{pos}$ - втрата напору в розподільнику; n_1, n_3 - кількість трубопроводів різних діаметрів на

першій та другій ділянках нагнітальної лінії; n_2, n_4 - кількість місцевих опорів на першій та другій ділянках нагнітальної лінії.

Перепад тиску рідини на розподільнику можна виразити, користуючись залежністю (7) і враховуючи, що $Q_1 = V_{pos} \cdot A'_{pos}$

$$\Delta \rho_{po3} = \frac{\rho_r V_{po3}^2}{2\mu_{po3}^2}$$
(10)

де $A'_{pos} = \phi(t)$ - площа прохідного отвору розподільника, μ_{pos} - коефіцієнт витрати через нього; V_{pos} - швидкість рідини в прохідному отворі розподільника.

Цю залежність доцільно привести до швидкості в трубопроводі V_{r1} , що підходить до місця розгалуження, виходячи з рівняння нерозривності потоку

$$V_{po3} = \frac{4V_{r1}A_{rc}}{\pi d^2 X_p}$$
(11)

тут d - діаметр отвору розподільника; A_{rc} - площа поперечного перерізу отвору трубопроводу першої дільниці, що підходить до місця розгалуження, $X_p = \phi(t)$ - величина відкриття отвору розподільника (цю функцію можна прийняти лінійною, а саме $X_p = t/t_1 + (1 - t/t_1)S(t - t_1)$, $S(t - t_1)$ - одинична функція Хевісайда [5],

$$S(t - t_1) = \begin{cases} 1, & t > t_1, \\ \frac{1}{2}, & t = t_1,; \\ 0, & t < t_1 \end{cases}$$

 t_1 -час, протягом якого повністю розкривається отвір розподільника.

Через проміжок часу t_1 від моменту початку відкривання отвору розподільника $X_p = 1$ (отвір розподільника буде повністю відкритий).

Таким чином, перепад тиску в розподільнику

$$\Delta \rho_{po3} = \frac{\rho_r}{2} \frac{16A_{rc}^2}{\left(\pi d^2 X_p \mu_{hjp}\right)^2} V_{r1}^2$$
(12)

Підставляємо (12) у (9) і отримуємо

International Scientific Journal "Internauka" <u>http://www.inter-nauka.com/</u>

$$\Delta p_{(1)} = \left(\sum_{i=1}^{n_1} \lambda_i \frac{l_i}{d_i} V_i^2 + \sum_{j=1}^{n_2} \xi_j V_j^2\right) \frac{\rho_r}{2} + \frac{\rho_r}{2} \frac{16A_{rc}^2}{\left(\pi d^2 X_p \mu_{hjp}\right)^2}$$
(13)

Приведемо рівняння (13) і (9) до трубопроводу одного перерізу; рівняння (13) до трубопроводу з перерізом A_{rc} , а рівняння (9) до перерізу A_r циліндрів гідравлічних колон. При цьому будемо мати

$$\Delta p_{(1)} = \frac{\rho_r}{2} \left[\sum_{i=1}^{n_1} \lambda_i \frac{l_i}{d_i} + \sum_{j=1}^{n_2} \xi_j + \frac{16A_{rc}^2}{\left(\pi d^2 X_p \mu_{hjp}\right)^2} \right] V_{r1}^2 \tag{14}$$

$$\Delta p_{(2)} = \frac{\rho_r}{2} \left(\sum_{i=1}^{n_3} \lambda_i \frac{l_i}{d_i} + \sum_{j=1}^{n_4} \xi_j \right) V_{II}^2, \tag{15}$$

а тому з (14) і (15) одержимо

$$V_{r1} = \sqrt{\frac{2\Delta\rho_{(1)}}{\rho_r \left[\sum_{i=1}^{n_1} \lambda_i \frac{l_i}{d_i} + \sum_{j=1}^{n_2} \xi_j + \frac{16A_{rc}^2}{\left(\pi d^2 X_p \mu_{hjp}\right)^2} \right]},$$
(16)
$$V_{II} = \sqrt{\frac{2\Delta\rho_{(2)}}{\left(\pi d^2 X_p \mu_{hjp}\right)^2}}$$
(17)

$$\sqrt{\frac{\rho_{\kappa}\left(\sum_{i=1}^{n_{3}}\lambda_{i}\frac{c_{i}}{d_{i}}+\sum_{j=1}^{n_{4}}\xi_{j}\right)}}$$
Витрата рідини через трубопровід першої ділянки і через кожну і

Витрата рідини через трубопровід першої ділянки і через кожну із двох віток другої ділянки нагнітальної лінії відповідно буде:

$$Q_{1} = A_{rc} \sqrt{\frac{2}{\rho_{r} \left[\sum_{i=1}^{n_{1}} \lambda_{i} \frac{l_{i}}{d_{i}} + \sum_{j=1}^{n_{2}} \xi_{j} + \frac{16A_{rc}^{2}}{\left(\pi d^{2} X_{p} \mu_{hjp}\right)^{2}} \right]}} \sqrt{\Delta \rho_{(1)}}, \qquad (18)$$

$$Q_{2} = A_{r} \sqrt{\frac{2}{\left(\frac{2}{1 + 1} + \sum_{j=1}^{n_{2}} \xi_{j} + \frac{16A_{rc}^{2}}{\left(\pi d^{2} X_{p} \mu_{hjp}\right)^{2}} \right]}} \sqrt{\Delta \rho_{(2)}}, \qquad (19)$$

$$Q_{2} = A_{r} \sqrt{\frac{2}{\rho_{\kappa} \left(\sum_{i=1}^{n_{3}} \lambda_{i} \frac{l_{i}}{d_{i}} + \sum_{j=1}^{n_{4}} \xi_{j}\right)}} \sqrt{\Delta \rho_{(2)}},$$
(19)

Позначимо

$$A_{rc} \sqrt{\frac{2}{\rho_r \left[\sum_{i=1}^{n_1} \lambda_i \frac{l_i}{d_i} + \sum_{j=1}^{n_2} \xi_j + \frac{16A_{rc}^2}{\left(\pi d^2 X_p \mu_{hjp}\right)^2} \right]}} = G_1,$$
(20)

$$A_{r} \sqrt{\frac{2}{\rho_{\kappa} \left(\sum_{i=1}^{n_{3}} \lambda_{i} \frac{l_{i}}{d_{i}} + \sum_{j=1}^{n_{4}} \xi_{j}\right)}} = G_{2},$$
(21)

Величини G₁ і G₂ - гідравлічні провідності відповідно першої та другої ділянок нагнітальної лінії гідроприводу [3].

На першій та другій ділянках нагнітальної лінії гідроприводу перепади тиску можна записати

$$\Delta p_{(1)} = p_H - p_{pose}, \quad \Delta p_{(2)} = p_{pose} - p_p \tag{22}$$

Тут p_{po3r} - тиск рідини в місці розгалуження труб нагнітальної лінії; p_p - тиск на поршень в гідроколонках. До другої ділянки нагнітальної лінії відносимо і циліндри гідравлічних колон, оскільки переміщення поршнів від їх нижніх положень до верхніх є значними.

Враховуючи рівняння (18)-(22), можна отримати у свою чергу такі два рівняння:

$$Q_1^2 = G_1^2 (p_H - p_{pose}), Q_2^2 = G_2^2 (p_{pose} - p_p)$$
(23)

Трубопроводи, які йдуть від місця розгалуження до циліндрів гідравлічних колон ϵ однаковими, тому можна вважати $Q_1 = 2Q_2$. Приймаючи до уваги останню рівність, після перетворення рівнянь (23) отримаємо

$$p_p = p_H - Q_2^2 \left(\frac{4}{\epsilon^2 G_1^2} + \frac{1}{\epsilon^2 G_2^2} \right)$$
(24)

Витрата рідини $Q_2 = A_r \cdot V_{\Pi} = A_c \frac{ds}{dt}$, тому

$$p_p = p_H - A_r^2 \left(\frac{4}{\epsilon^2 G_1^2} + \frac{1}{\epsilon^2 G_2^2}\right) \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \tag{25}$$

Зведена рушійна сила, що створюється в двох циліндрах гідроприводу

$$F_{p(36)} = 2p_H \cdot A_r - 2A^3 \quad \left(\frac{4}{\vec{\epsilon} \cdot G_1^2} + \frac{2}{\vec{\epsilon} \cdot G_2^2}\right) \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \tag{26}$$

До сил опору на першій півфазі відносяться сили $F_{T1}, F_{T2}, G'_{uu}, G_T$ (G_T вага траверси разом зі штоками і поршнями), а також частина ваги стовпа рідини G'_p . Вага штанг у пластовій рідини G'_{uu} прикладена до точки підвісу штанг ще до початку її руху вверх, а сили F_{T1} і F_{T2} виникають тільки під час руху точки підвісу штанг. Оскільки нами прийнятий лінійний закон зміни швидкості руху перерізів колони штанг по її довжині, то зводячи ці сили до точки підвісу штанг отримаємо

$$dF_{T(36)} = \frac{F_{T1} + F_{T2}}{l} \frac{V_x}{V} dx = \frac{F_{T1} + F_{T2}}{l} \frac{V_x}{V} dx$$
$$dF_{T(36)} = \int_0^l \frac{F_{T1} + F_{T2}}{l^2} x dx = 0.5(F_{T1} + F_{T2})$$
$$dF_{T(36)} = 0.5(F_{T1} + F_{T2})$$

Як відзначалося вже вище на першій півфазі при переміщенні точки підвісу штанг вгору на штанги передається частина ваги стовпа рідини G'_p , але одночасно з тим відбувається зменшення навантаження на цю ж величину на розтягнуту колону НКТ. В результаті цього колона НКТ вкорочується, її перерізи рухаються вгору і вгору рухається плунжер насоса при відсутності їх відносного руху. Тому абсолютна текуча деформація колони штанг буде

$$\Delta l'_{u(a)} = s - \Delta l'_{mp} \tag{27}$$

або

$$\frac{G_{p}^{'}l}{EA_{uu}} = s - \frac{G_{p}^{'}l}{EA_{mp}}$$
(28)

Із (28[/]) одержуємо

$$G'_p(s) = \frac{sEA_w \cdot A_{TP}}{(A_w + A_{TP})l}$$
(29)

Таким чином, при врахуванні диференціального рівняння (29) і величин, що в нього входять, для першої фази матимемо таке рівняння:

$$m_{36} \frac{d^2 s}{dt^2} + A_r \rho_r \left(\frac{ds}{dt}\right)^2$$

= $2p_H \cdot A_r - 2A_r^3 \left(\frac{4}{G_1^2} + \frac{1}{G_2^2}\right) \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 - G'_u - 0.5(F_{T1} + F_{T2})$
 $-G'p(s) - G_T$ (30)

або перепишемо це рівняння у вигляді

$$m_{36}\frac{d^{2}s}{dt^{2}} + \left[A_{r}\rho_{r}\left(\frac{ds}{dt}\right)^{2} = 2p_{H}\cdot A_{r} - 2A_{r}^{3}\left(\frac{4}{G_{1}^{2}} + \frac{1}{G_{2}^{2}}\right)\right]\left(\frac{ds}{dt}\right)^{2} + G'p(s) = 2p_{H}\cdot A_{r} - G_{u} - 0.5(F_{T1} + F_{T2}) - G_{T}$$
(31)

Для розв'язання записаного рівняння маємо такі початкові умови

$$s_{H=0} - 0, \quad \frac{ds}{dt_{H=0}} = 0$$
 (32)

В рівнянні (31) величини $m_{_{36}}$, G₁, G₂, G'_p знаходяться формулами (3), (20) і (29).

В результаті розв'язку рівняння (31) знаходиться функція s(t), а також і швидкість ds/dt. Зафіксуємо момент часу, коли

$$s(t_1) = \Delta l_{uu} + \Delta l_{mp} = \frac{G_{\text{pl}}}{E} \left(\frac{1}{A_{uu}} + \frac{1}{A_{mp}} \right)$$
(33)

Це є той момент, при якому вся вага пластової рідини над плунжером передається на колону штанг. Штанги при цьому розтягнулися під всією вагою пластової рідини. В наступний невеликий проміжок часу повинен початися рух плунжера насоса вверх.

Початок руху плунжера насоса вгору буде ще супроводжуватися деформацією колони штанг, оскільки верхні кінець колони штанг має певну швидкість $V = \frac{ds}{dt}/t = t_1$, а нижній кінець, біля плунжера, є в цей момент нерухомий. Скласти диференціальне рівняння, яке б враховувало одночасно і деформацію колони штанг і рух колони штанг з плунжером і пластовою рідиною як недеформівними тілами не вдасться. Тому використаємо такий наближений метод: колону штанг з моменту $t = t_1$ вважатимемо недеформованою, а між колоною штанг і плунжером розмістимо пружний елемент, жорсткість якого дорівнює жорсткості всієї колони штанг. В результаті цього отримуємо двомежову механічну систему: колона штанг разом з траверсою, штоками і поршнями і з другої сторони плунжер насоса і вся пластова рідина, що тисне на нього. Між цими двома масами знаходиться пружний елемент.

Коливний процес, що виникає в колоні штанг в момент початку руху плунжера насоса вверх, буде розглянуто окремо.

На рисунку 1а зображено двомасову механічну систему. Маса 1 – це маса колони штанг разом з масами траверси, штоків, поршнів, а також зведеною масою рідини всієї гідравлічної системи. Маса 2 – це маса плунжера і всього стовпа пластової рідини, що знаходиться під ним. Очевидно, що рівняння руху першої маси повинно бути виду (2).

Зведена маса у цьому випадку запишеться так:

$$m_{36} = m_{ut} + m_T + 2A_r \rho_r s + m_{rc}^{(1)} \left(\frac{2A_r}{A_{rc}}\right)^2 + m_{rc}^{(2)} \left(\frac{A_r}{A_{rc}}\right)^2$$
(34)

оскільки тут врахуємо, що вся колона штанг рухається з однаковою швидкістю, що звісно не відповідає дійсності. Але проміжок часу до початку



1 – перша маса; 2 – друга маса; 3 – пружний елемент

Рис. 1. Двомасова механічна система при русі плунжера вверх (а) і вниз(б)

Формула (32) відрізняється від (5) тільки першим доданком, руху плунжера насоса залишається незначним, тому цілком допустимо погодитися на цю неточність.

Похідна $dm_{_{3B}}/ds$ визначається, як і раніше, за формулою (5), а рушійна сила за формулою (32). Сили опору будуть $G_{u}^{'} + F_{T1} + F_{T2} + G_T$. Крім того, зі сторони пружного елемента маємо реакцію

$$R_1 = c\left(S(t) - S_{-0} - S_2\right)$$

де с - жорсткість всієї колони штанг;

 $S(t) - S_0$ - абсолютна деформація колони штанг;

 $S_0 = \frac{G_p l}{EA_{tp}}$ - деформація абсолютна колони НКТ, викликана зняттям

навантаження від всього стовпа рідини.

Таким чином, рівняння руху маси 1 приймає такий вигляд:

$$m_{36}\frac{d^{2}s}{dt^{2}} + A_{r}\rho_{r}\left(\frac{ds}{dt}\right)^{2} = 2p_{H} \cdot A_{r} - 2A_{r}^{3}\left(\frac{4}{G_{1}^{2}} + \frac{1}{G_{2}^{2}}\right)\left(\frac{ds}{dt}\right)^{2} - G_{u}^{'} - F_{T1}$$
$$-F_{T2} - R_{1}(s) - G_{T}$$
(35)

Початкові умови ($t_0 = t_1$):

$$s = s(t)/t = t_1$$
, $V = \frac{ds}{dt}/t = t_1$

Початкові умови для розгляду руху маси $1 \in$ результатом розв'язку диференціального рівняння (35) при початкових умовах (32) для моменту часу $t = t_1$.

Рівняння руху маси 2

$$m_{36}\frac{d^2s_2}{dt^2} = R_1(S) - G_{II} - G_P - F_{T3} - F_{T4}$$
(36)

де S_2 - переміщення плунжера від його нижнього положення; G_{Π} - вага плунжера у рідині; G_P - вага стовпа рідини над плунжером; F_{T3} , F_{T4} - сили тертя відповідно між плунжером і циліндром і сила тертя, обумовлена гідравлічним опором в трубах.

Початкові умови для диференціального рівняння (36)

$$S_2/t = t_0 = 0, \ \frac{ds_2}{dt}/t = t_0 = 0$$
 (37)

В результаті розв'язку задачі (35)-(37) для двомасової системи знайдемо момент часу $t = t_2$, при якому почнеться рух плунжера насоса вверх. Цей момент часу є кінцем першої півфази руху вгору точки підвісу штанг. Одночасно розв'язок задачі (35)-(37) визначає рух точки підвісу штанг на її другій півфазі, тобто при розв'язання вказаної задача знайдемо й

величину усталеної швидкості точки підвісу штанг, а також момент часу, в який наступає усталена швидкість її руху. Якщо бути точним, то усталеної швидкості точки підвісу штанг при її русі верх не буде, оскільки зведена маса постійно збільшується (збільшується кількість рідини під поршнями гідроколон). Але цей вплив не буде значним.

В момент початку руху плунжера насоса вгору виникають значні пружні коливання поперечних перерізів штанг, викликані різницею швидкостей точки підвісу штанг і плунжера насоса, а також тим фактором, що разом з плунжером насоса свій рух вгору починає і весь стовп рідини, який знаходиться над плунжером. Ці коливання збільшать навантаження на колону штанг.

З метою визначення вказаних коливань використаємо постановку задачі, аналогічну постановці А. С. Вирновського [1; 2]. Розглядаємо рухому систему координат, початок якої знаходиться у точці підвісу штанг. Вісь координат напрямлена вниз. В результаті цього точка підвісу штанг розглядається як нерухома, тобто відсікається рух колони штанг як абсолютно твердого тіла, а розглядається тільки відносний рух перерізів колони штанг.

Переміщення перерізів колони штанг u залежно від їх координати x і часу t описуються хвильовим рівнянням

$$a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{38}$$

Тут час t = 0 відповідає часу t_1 - початку руху плунжера насоса вверх.

Початкові умови цієї задачі

$$u/y = 0 = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}/t = 0 = v \frac{x}{t}$$
(39)

тут *v* - швидкість точки підвісу штанг в момент початку руху плунжера насоса вверх.

Граничні умови

$$u/t = 0 = 0$$

Для нижнього кінця колони штанг (x = 1) гранична умова залишається у вигляді

$$A_{uu}E\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{G_p}{g}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2},$$

тобто сила, що виникає у з'єднанні колони штанг з плунжером, дорівнює інерційній силі, що створюється масою G_p/g . Останнє рівняння можна записати так:

$$A_{uu}g\rho lE\frac{\partial u}{\partial x}=-G_p\rho l\frac{\partial^2 u}{\partial t^2},$$

Оскільки $A_{\rm m}g\rho lE = G_{\rm m}$, а $E/\rho = a^2$, то гранична умова для нижнього кінця колони штанг буде

$$a^2 \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{G_p}{G_u} l \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

Позначимо

$$\frac{G_p}{G_{uu}}=m,$$

тоді формула прийме кінцевий вигляд

$$a^{2} \frac{\partial u}{\partial x} \Big/_{x} = l = -ml \frac{\partial^{2} u}{\partial t^{2}} \Big/_{x} = l$$
(40)

Рівняння (38) описує вільні незатухаючі коливання в колоні штанг. Але реально коливання в колоні штанг є затухаючими. Причиною такого явища є неідеальна пружність матеріалу штанг, зовнішнє тертя стержня, що коливається. У випадку внутрішнього в'язкого тертя замість диференціального рівняння (38) матимемо [3]

$$a^{2}\frac{\partial^{2}u}{\partial x^{2}} + \frac{k}{\rho}\frac{\partial^{3}u}{\partial x^{2}\partial t} = \frac{\partial^{2}u}{\partial t^{2}},$$
(41)

де *k* - коефіцієнт в'язкості матеріалу штанг (коефіцієнт внутрішнього тертя в матеріалі, Па[·]С).

Друга фаза руху точки підвісу штанг – це рух з постійною швидкістю вгору (близькою до постійної, про це говорилося вище). У цьому випадку рушійна сила, що створюється в обох гідравлічних колонах, повинна бути рівною

$$F_{p(360} = G_P + F_{T1} + F_{T2} + F_{T3} + F_{T4} + G'_{u} + G_T + G_{II}$$
(42)

де G_T - вага траверси разом зі штангами і поршнями.

Третя фаза руху точки підвісу штанг — це фаза гальмування. Вона починається в момент часу $t = t_4$.

Це є момент, в який починається закриття напірної лінії гідроприводу.

Диференціальне рівняння руху точки підвісу штанг на цій фазі матиме такий вигляд:

$$m_{36} \frac{d^2 s}{dt^2} + A_r \rho_c \left(\frac{ds}{dt}\right)^2$$

= $2p_H A_r - 2A_r^3 \left(\frac{4}{G_1^2} + \frac{1}{G_2^2}\right) \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 - G_p - F_{T1} - F_{T2} - F_{T3}$
 $-F_{T4} - G'_{uu} - G_T - G_{II}$ (43)

при початкових умовах

$$s = {}^{S}/t = t_{4}; \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dt}/t = t_{4}$$

$$\tag{44}$$

Рівняння (43) при початкових умовах (44) розв'язується тільки в тому випадку, коли точка підвісу штанг і плунжер рухаються з однаковими швидкостями.

Величини
$$s = \frac{s}{t} = \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dt} = \frac{s}{t_4}$$
 відповідають моменту

включення верхніх кінцевих перемикачів, тобто моменту закінчення руху точки підвісу штанг з постійною швидкістю. Величини, що входять у (43) визначаються за вищенаведеними формулами (m_{3B} - за формулою (32), G_2 -

за формулою (21) і т.д.). Тільки у формулі (20) для G_1 величина x_p має інший математичний вираз, а саме

$$x_p = \frac{t_5 - t}{t_5 - t_4} \left(1 - s(t - t_5) \right), \quad t \ge t_4 \tag{45}$$

де t_5 - момент часу, в який отвір розподілювача буде повністю закритий (величина t_5 визначається так: $t_5 = t_4 + \Delta t_3$, Δt_3 - час закриття отвору розподілювача).

В момент часу $t = t_5$ (і взагалі при гальмуванні) прискорення всієї системи напрямлено вниз, що викличе додаткове навантаження в точці підвісу штанг.

Далі має місце четверта фаза циклу роботи установки – точка підвісу штанг нерухома. Це є невеликий проміжок часу від моменту повного закриття нагнітальної лінії гідроприводу до початку відкриття скидової лінії цього привода ($\Delta t_n = t_6 - t_5$), t_6 - час від моменту початку циклу роботи установки до моменту початку відкривання його скидової лінії.

На цій фазі напруження у точці підвісу штанг визначається двома силами, а саме: вагою штанг у пластовій рідині $G'_{\rm m}$ і вагою пластової рідини G_p , що находиться над плунжером.

П'ята півфаза охоплює проміжок часу від моменту початку руху точки підвісу штанг вниз до початку руху плунжера насоса вниз (на цій фазі відбувається вкорочення розтягнутої колони штанг).

Виведемо диференціальне рівняння руху точки підвісу штанг на цій фазі. Рівняння, які на першій півфазі першої. буде виду (2). Зведена маса всіх рухомих тіл визначається за формулою (5). Тільки у цій формулі $m_{rc}^{(1)}$ і $m_{rc}^{(2)}$ означають масу рідини гідроприводу у першій і другій ділянках його складової лінії, тобто між резервуаром для рідини і точкою розгалуження цієї лінії і поршнями гідроциліндрів. Рушійними силами у цьому випадку будуть: вага колони штанг у пластовій рідині $G'_{\rm m}$, вага траверси зі штоками G_T , вага частини пластової рідини G'_p , яка по мірі вкорочення штанг зменшується. Силами опору при русі колони штанг вниз є сили тертя F_{T1} , F_{T2} , а також сили опору рідини при її русі у скидовій лінії.

Вага частини пластової рідини, яку сприймає колона штанг при своєму вкороченні (рух точки підвісу штанг вниз), визначається так:

$$G_p' = G_p - \frac{\Delta SEA_m A_{TP}}{(A_m + A_{TP})l}$$

$$\tag{46}$$

де $\Delta s = s_{max}$; s_{max} - максимальне віддалення точки підвісу штанг від її нижнього положення.

При переміщенні точки підвісу штанг від її верхнього положення на величину

$$\Delta s = \frac{G_p l}{E} \left(\frac{1}{A_{uu}} + \frac{1}{A_{TP}} \right) \tag{47}$$

колона штанг стає розвантаженою від ваги пластової рідини.

Тиск, який створюють рушійні сили на поршні циліндрів гідравлічних колон,

$$p = \frac{4(G'_{uu} + G_T + G'_p)}{\pi D_{\Pi}^2}$$
(48)

тут D_{Π} - діаметр поршнів гідравлічних колон.

Як і у випадку першої півфази (формула (23)) витрату рідини на першій та другій ділянках скидової лінії можна подати у вигляді

$$Q_3^2 = G_3^2 \Delta p_{(3)}, Q_4^2 = G_4^2 \Delta p_{(4)}$$
(49)

де $\Delta p_{(3)}, \Delta p_{(4)}$ - перепади тиску на 1-ій та 2-ій ділянках скидової лінії; G_3, G_4 - провідності на 1-ій та 2-ій ділянках скидової лінії.

Перепади тиску на вказаних ділянках скидової лінії

$$\Delta p_{(3)} = p'_{po3} - p_{po3}, \quad \Delta p_{(4)} = p - p_{po3}$$
(50)

 p'_{po3} - тиск в розгалуженнях трубопроводів скидової лінії; p_{po3} - тиск в резервуарі ($p_{no3} = 0$).

Провідності на ділянках скидової лінії записуються так:

$$A_{\rm rc} \sqrt{\frac{2}{\rho_r \left[\sum_{i=1}^{n_5} \lambda_i \frac{l_i}{d_i} + \sum_{i=1}^{n_6} \xi_i + \frac{16A_{rc}^2}{(\pi d^2 X_p \mu_{pos})^2}\right]}} = G_3$$
(51)

$$A_{\rm rc} \sqrt{\frac{2}{\rho_r \left[\sum_{i=1}^{n_7} \lambda_i \frac{l_i}{d_i} + \sum_{i=1}^{n_8} \xi_i\right]}} = G_4 \tag{52}$$

де λ_i, ξ_i - коефіцієнти втрат напору по довжині трубопроводу і місцевих втрат скидової лінії;

 l_i, d_i - довжина і внутрішній діаметр і-го трубопроводу скидової лінії, n_5, n_7 - кількість трубопроводів різних діаметрів на першій та другій ділянках скидової лінії, n_6, n_8 - кількість місцевих опорів на першій та другій ділянках скидової лінії.

Величина Х_р записується у вигляді

$$X_p = \frac{t - t_6}{t_1} + \left(1 - \frac{t - t_6}{t_1}\right)S(t - t_6 - t_1)$$
(53)

де t_1 - проміжок часу, протягом якого у розподільнику відкривається скидова лінія.

Враховуючи вище сказане, по аналогії з рівнянням (30) будемо мати

$$m_{36}\frac{d^{2}s}{dt^{2}} + A_{r}\rho_{c}\left(\frac{ds}{dt}\right)^{2} = -G_{u}' - G_{T} - G_{p}' + 2A_{r}^{3}\left(\frac{4}{G_{3}^{2}} + \frac{1}{G_{4}^{2}}\right)\left(\frac{ds}{dt}\right)^{2} + 0.5(F_{T1} - F_{T2})$$
(54)

В (54) $t' = t - t_6$, де t - час від моменту початку першої фази руху установки. Як і при русі точки підвісу штанг вгору вісь координат напрямлена вгору і *s* відраховується від нижнього положення точки підвісу штанг

Початкові умови для диференціального рівняння (54) є

$$s'_{t'=0} = s \frac{ds}{dt}_{t'=0}$$
 (55)

Розв'язавши диференціальне рівняння (54) при використанні початкових умов (3.68), отримаємо функцію s(t), що відповідає початковому проміжку часу руху точки підвісу штанг вниз.

Як і при русі точки підвісу штанг вгору фіксуємо момент часу, в який

$$s^* = S(t_6 + \Delta t) = s(\Delta l_{u} + \Delta l_{\text{TP}}) \frac{G_p l}{E} \left(\frac{1}{A_{uu}} + \frac{1}{A_{TP}}\right)_{max}$$
(56)

Це є момент часу, при якому вся вага пластової рідини над плунжером передається на колону НКТ. Штанги при цьому вкоротилися (розвантажилися від ваги рідини), а колони НКТ розтягнулися під вагою пластової рідини. Далі повинен наступити момент, в який плунжер почне свій рух вниз.

Початок руху плунжера насоса вниз буде ще супроводжуватися деформацією колони штанг (деформацією стиску), оскільки верхній кінець колони штанг має певну швидкість, яка напрямлена вниз, а нижній кінець в цей момент нерухомий. Аналогічно, які при русі точки підвісу штанг вгору для подальшого дослідження її руху використовуємо такий наближений метод: колону штанг з моменту $t = t_6 - \Delta t$ вважаємо недеформівною, а між колоною штанг і плунжером розмістимо пружній елемент, жорсткість якого дорівнює жорсткості всієї колони штанг. В результаті цього отримуємо двомасову механічну систему: колона штанг разом з траверсою. штоками і поршнями з однієї сторони, а з другої плунжер насоса і пластова рідина, що знаходиться у контакті з ним. Між цими двома масами знаходиться пружній елемент. В момент початку руху плунжера насоса вниз контакт між плунжером і пластової рідиною розривається.

Коливний процес, що виникає у колоні штанг у момент початку руху плунжера насоса вниз (в момент розриву контакту між плунжером і пластовою рідиною), буде розглянуто окремо.

На рисунку 16 зображено двомасову механічну систему. Маса 1 – це маса колони штанг разом з масами траверси, штоків, поршнів, а також зведеною масою рідини всієї скидової лінії гідравлічної системи. Маса 2 – це маса плунжера і маса пластової рідини, що знаходиться над ним (у момент початку руху плунжера).

Величина першої маси (зведеної) визначається за формулою

$$m_{36} = m_{ul} + m_T 2A_r \rho_r s + m_{rc}^{(3)} \left(\frac{2A_r}{A_{rc}}\right)^2 + m_{rc}^{(4)} \left(\frac{2A_r}{A_{rc}}\right)^2$$
(57)

де $m_{rc}^{(3)}$ - маса рідини у скидовій лінії гідросистеми між резервуаром для рідини і місцем розгалуження скидової лінії; $m_{rc}^{(4)}$ - маса рідини у скидовій лінії гідросистеми між місцем розгалуження цієї системи і гідравлічними колонами. Зведена маса m_{36} у формулі (50) визначається за формулою (57).

До першої маси прикладені рушійні сили $G'_{\rm m}$ і G_T , сили опору F_{T1} і F_{T2} , а також реакція зі сторони пружного елемента $R_2(s) = (s^* - s(t))c$

Рівняння руху першої маси має такий вигляд:

$$m_{36}\frac{d^{2}s}{dt^{2}} + A_{r}\rho_{2}\left(\frac{ds}{dt}\right)^{2} = -G_{u}^{'} - -G_{T} + 2A_{r}^{3}\left(\frac{4}{G_{3}^{2}} + \frac{1}{G_{4}^{2}}\right)\left(\frac{ds}{dt}\right)^{2} + 0.5(F_{T1} - F_{T2}) + R_{2}(s)$$
(58)

при початкових умовах ($t_7 = t_6 + \Delta t$)

$$s'_{t'=0} = s^*; \frac{ds}{dt} / t' = 0 = v^*$$
(59)

Швидкість v^* визначається із розв'язку (54), (55) для моменту часу $t = t_7$.

Для маси 2 матимемо задачу:

$$m_2 \frac{d^2 s}{dt^2} = -G_{\Pi} - R_2(s) + F_{T3}$$
(60)

$${}^{S_2}/t' = 0 = {}^{S_{2\max}}; \frac{\frac{ds_2}{dt'}}{t'} = 0 = 0$$
 (61)

де $s_{2\text{max}}$ - максимальне віддалення плунжера від його нижнього положення; m_2 - маса плунжера разом з масою рідини, що знаходиться над плунжером.

Розв'язуючи системи рівнянь (58)-(61), знайдемо момент часу $t' = \Delta t_1$, в який почнеться рух плунжера насоса вниз, тобто момент часу $t = t_7 + \Delta t_1$. Позначимо $t_7 + \Delta t_1 = t_8$. Таким чином, рівняння (54)-(55) разом із

системою рівнянь (58)-(61) описують рух точки підвісу штанг на її п'ятій фазі.

На шостій фазі руху точки підвісу штанг також розглядаємо двомасову систему, але у рівнянні (60) замість маси m_2 необхідно брати масу m_n . Система рівнянь (58)-(61) прийме вигляд

$$m_{36}\frac{d^{2}s}{dt^{2}} + A_{r}\rho_{c}\left(\frac{ds}{dt'}\right)^{2} = -G_{u}' - G_{T} + 2A_{r}^{3}\left(\frac{4}{G_{3}^{2}} + \frac{1}{G_{4}^{2}}\right)\left(\frac{ds}{dt'}\right)^{2} + 0.5(F_{T1} - F_{T2}) + R_{2}(s) (62)$$

$$\frac{s}{t'} = 0 = \frac{s^{**}}{t'} \frac{\frac{ds}{dt}}{t'} = 0 = v^{**}$$

$$(63)$$

$$m_{\Pi} \frac{d^2 s}{dt^2} = -G_{\Pi} - R_2(s) + F_{T3}$$

В рівнянні (63) *s*^{**}; *v*^{**} - віддалення точки підвісу штанг від її нижнього положення в момент початку руху плунжера насоса вниз і швидкість руху точки в цей момент.

$${}^{s_2}/t' = 0 = s_{2\max}; \frac{ds_2}{dt'}/t' = 0 = 0$$

В момент початку руху плунжера насоса вниз також виникають пружні коливання, які викликані різницею швидкостей точки підвісу штанг і у з'єднанні плунжера зі штангами. Крім того, в момент початку руху плунжера маса пластової рідини від'єднується від плунжера. Для розгляду вказаних коливань знову використаємо рухому систему координат, початок якої знаходиться у точці підвісу штанг. В результаті цього точка підвісу штанг розглядається як нерухома, тобто відсікається рух колони штанг як абсолютно твердого тіла, а розглядається тільки відносний рух перерізів колони штанг.

Переміщення перерізів колони штанг u залежно від їх координати x і часу t описується хвильовим рівнянням

$$a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{64}$$

Початкові умови задачі

International Scientific Journal "Internauka" http://www.inter-nauka.com/

$$u/t' = 0 = 0; \frac{\partial u}{\partial t}/t = 0 = -v\frac{x}{t}$$
(65)

де *v* - швидкість точки підвісу штанг в момент початку руху плунжера насоса вниз.

Граничні умови

$$u'_{x=0} = 0$$
 (66)

Гранична умова на другому кінці запишеться так:

$$a^{2} \frac{\partial u}{\partial x} \Big/_{x = l} = -ml \frac{\partial^{2} u}{\partial t^{2}} \Big/_{x = l} (1 - s_{+}(t))$$
(67)

де $s_+(t)$ - асиметрична одинична функція

$$\left(s_{+}t = \begin{cases} 0 & npu & t \leq 0 \\ 1 & npu & t > 0 \end{cases} \right)$$

Гранична умова (67) відрізняється від граничної умови (40) тим, що при *t* > 0 права частина в (67) дорівнює нулю.

При розв'язанні системи рівнянь (62)-(65) фіксуємо момент часу $t_9 = t_8 + \Delta t_2$, в якій включаються нижні кінцеві перемикачі (Δt_2 - проміжок часу від моменту початкового руху плунжера насоса вниз до моменту включення нижніх кінцевих перемикачів). В момент $t = t_9$, очевидно,

повинна бути справедливою рівність
$$\frac{ds}{dt'}/t' = \Delta t_2 = \frac{ds_2}{dt'}/t' = \Delta t_2$$
. Це означає,

що на сьомій фазі (гальмуванні руху точки підвісу штанг вниз) можемо розглядати одномасову систему, рівняння якої матиме вигляд

$$m_{36}\frac{d_{1}^{2}s}{dt'^{2}} + A_{r}\rho_{c}\left(\frac{ds}{dt'}\right)^{2} = -G_{u}' - G_{T} + 2A_{r}^{3}\left(\frac{4}{G_{3}^{2}} + \frac{1}{G_{4}^{2}}\right)\left(\frac{ds}{dt'}\right)^{2} + F_{T1} + F_{T2} + F_{T3},$$
(68)

початкові умови

$$s'_{t'=0} = s_{HK\Pi}; \frac{ds}{dt'} / t' = 0 = v_{HK\Pi}$$
 (69)

Зведена маса визначається за формулою

$$m_{36} = m_{ut} + m_T + 2A_r \rho_r s + m_{rc}^{(3)} \left(\frac{2A_r}{A_{rc}}\right)^2 + m_{rc}^{(4)} \left(\frac{2A_r}{A_{rc}}\right)^2 + m_n \qquad (70)$$

а $s_{\rm HK\Pi}$ і $v_{HK\Pi}$ - відповідно віддалення точки підвісу штанг від його нижнього положення в момент включення нижніх кінцевих перемикачів і швидкість руху цієї точки.

В (69) провідність скидової лінії визначається за формулою (51), а величина x_p , що характеризує закриття каналу розподільника

$$x_p = \frac{t - t_9}{\Delta t_2} [1 - S(t - t_9 - \Delta t_2)], \tag{71}$$

де Δt_2 - проміжок часу, протягом якого закривається скидова лінія гідросистеми.

Рівняння (64), (65) застосовуються в тому випадку, коли точка підвісу штанг і плунжер рухаються із однаковими швидкостями, в іншому випадку необхідно розв'язувати двомасову систему.

В результаті розв'язку рівняння (64) при початкових умовах (65) отримаємо закономірність гальмування руху очки підвісу штанг.

На восьмій фазі точка підвісу штанг перебуває у нижньому положенні. Після цього цикл повторюється

Рух колони підвісних штанг описується диференційним рівнянням другого порядку. Існують різні методи їх рішення. В роботі вибрано числовий метод розв'язування рівняння руху точки підвісу штанг і плунжера насоса при їх русі вгору із нижнього положення і руху вниз із верхнього положення вниз.

На основі розробленої математичної моделі установки для видобутку нафти створено алгоритми і програми при русі колони коли діють сили розтягу прикладені до неї і отримано результати розрахунку. Моделі створені для різних фаз роботи устаткування Це фази піднімання нафти із пласту на поверхню і фази руху підвісу штанг вниз. Побудовано графіки залежності руху точки підвісу штанг в часі (її переміщення, швидкість і прискорення). При цьому розрахунки проводились із врахуванням різних ситуацій роботи устаткування: просте переміщення; рух вгору без плунжера; рух вгору із плунжером; рух вниз без плунжера; рух вниз із плунжером

На рисунку 2 показано переміщення, швидкість та прискорення руху точки підвісу штанг.



Рис. 2. Залежність переміщення, швидкості та прискорення точки підвісу від часу

Аналіз графіків показує, що точка переміщення підвісу штанг у часі змінюється по закону S=0.0044+1.0491*t, а швидкість її зростає по законі V=0.0044+1.0491*t, в той же час прискорення на початку руху різко падає, а потім плавно знижується по закону W=0.4859+0.1881/t.

Таким чином, для визначення законів руху елементів установки побудовано математичну модель гідропривідної свердловинної установки і

на її основі проведено аналітичні дослідження точки руху колони штанг вгору і вниз без плунжера і з плунжером, що дозволяє розробити раціональні режими експлуатації.

Література

- 1. Вирновский А. С. Теория и практика глубиннонасосной добычи нефти. Избранные труды [Текст] / А. С. Вирновский. М.: Недра, 1971. С. 184.
- Вопросы эксплуатации и изготовления бурильных, обсадных и насосно-компрессорных труб [Текст] // Обзор зарубежной литературы, сер. Бурение, ВНИИГОЭНГ. М. 1968. 101 с.
- Гідроприводи та гідропневмоавтоматика [Текст] / [В. О. Федорець, М. Н. Педченко, В. Б. Струтинський і ін]. К.: Вища школа, 1995. 163 с.
- Симкин В. Я. Определение динамических нагрузок при автоколебаниях бурильной колонны [Текст] / В. Я. Симкин // Машины и нефт.обор. научно-техн.сб. 1968. №10. С. 3-7.
- 5. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров [Текст] / Г. Корн, Т. Корн-М.: Наука, 1970. С. 720.