

Технічні науки

УДК 681.513

Плосконос Віктор Григорович

*кандидат технічних наук, старший науковий співробітник,
доцент кафедри екології та технології рослинних полімерів
Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"*

Плосконос Виктор Григорьевич

*кандидат технических наук, старший научный сотрудник,
доцент кафедры экологии и технологии растительных полимеров
Национальный технический университет Украины
"Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского"*

Ploskonos Viktor

*Candidate of Technical Sciences, Senior Scientist, Assistant Professor of the
Department of Ecology and Plant Polymers Technology
National Technical University of Ukraine
"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"*

**СИНТЕЗ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ З ВИКОРИСТАННЯМ
КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ З МЕТОЮ ПРОГНОЗУВАННЯ
РІВНІВ ЗАБРУДНЕННЯ ВОДОПОТОКІВ ТЕХНОЛОГІЧНИХ
СИСТЕМ ВИРОБНИЦТВА ПАПЕРУ ТА КАРТОНУ
СИНТЕЗ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ С ЦЕЛЮ
ПРОГНОЗИРОВАНИЯ УРОВНЕЙ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ВОДОПОТОКОВ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРОИЗВОДСТВА БУМАГИ И
КАРТОНА**

SYNTHESIS OF MATHEMATICAL MODELS USING COMPUTER TECHNOLOGIES FOR THE PURPOSE OF PREDICTING WATER POLLUTION LEVELS OF TECHNOLOGICAL SYSTEMS OF PAPER AND CARDBOARD PRODUCTION

Анотація. На основі проведених експериментальних досліджень розроблено комплекс адекватних математичних моделей з метою прогнозування процесів екстракції водорозчинних органічних речовин із волокнистих напівфабрикатів під час виробництва паперу та картону з мінімальним споживанням свіжої води.

Ключові слова: математичні моделі, адекватність моделей, виробництво паперу та картону, органічні водорозчинні речовини.

Аннотация. На основании проведенных экспериментальных исследований разработан комплекс адекватных математических моделей с целью прогнозирования процессов экстракции водорастворимых органических веществ с волокнистых полуфабрикатов при производстве бумаги и картона с минимальным потреблением свежей воды.

Ключевые слова: математические модели, адекватность моделей, производство бумаги и картона, органические водорастворимые вещества.

Summary. Based on the experimental studies conducted, a complex of adequate mathematical models was developed to predict the extraction of water-soluble organic substances from fibrous semi-finished products in the production of paper and cardboard with minimal consumption of fresh water.

Key words: mathematical models, model adequacy, paper and cardboard production, organic soluble substances.

Однією із важливих задач, вирішення яких стосуються також і галузі виробництва целюлозно-паперової продукції, є моделювання складних систем на основі спостережень взаємодії елементів системи між собою та з навколишнім середовищем.

Моделювання в даному випадку необхідне для того, щоб узнати структуру і функції складного об'єкта (задача ідентифікації об'єкта), або визначити відповідні засоби активного впливу на об'єкт (задача управління об'єктом).

Розроблення математичних моделей, за якими з використанням комп'ютерної техніки буде відбуватися процес прогнозування (моделювання) стану об'єкту, що досліджується - найбільш відповідальний етап науково-дослідної роботи. Адже від точності моделей та їх можливостей спрогнозувати стан такого об'єкту, незалежно від ситуації (значення вхідних факторів), залежить кінцевий результат. В нашому випадку – це стан складної технологічної системи, яка піддається реконструкції, або проектується [1].

Таким чином, **метою даної статті** є використання комп'ютерних технологій для синтезу адекватних математичних моделей, які придатні для цілей моделювання, а саме: для прогнозування рівнів забруднення водопотоків виробництва паперу та картону водорозчинними органічними, а також мінеральними компонентами.

В основу задачі структурної ідентифікації (пошук структури моделі та її коефіцієнтів) покладено принцип "чорного ящика", коли причинно-наслідкові зв'язки між вхідними факторами та вихідними параметрами вважаються невідомими [2].

Разом з тим, вважається, що існує певна функція, яка адекватно відображає реакцію об'єкта (його поведінку) на вхідні сигнали.

Задача структурної ідентифікації полягає в побудові оптимальної, в деякому розумінні, моделі за результатами реалізації вхідних і вихідних сигналів [2]. Разом з тим, допускається, що значення вхідних змінних (факторів) є детермінованими, а вихідні характеристики – випадкові

величини в результаті впливу "шумів" (випадкових похибок вимірювань, неврахованих перешкод, що не піддаються контролю і т.п.).

В зв'язку з цим, результатом структурної ідентифікації є оцінки:

$$\tilde{y}_s = \tilde{M} \left[\frac{Y_s}{x} \right] = \tilde{F}_s(x, a), \quad s = \overline{1, L+R}, \quad (1)$$

де $M[\cdot]$ - оцінка математичного очікування s -ої характеристики об'єкта за заданого x .

Y_s - виміряне значення характеристики, яке складається із суми регулярного сигналу y_s і випадкової похибки ξ : $Y_s = y_s + \xi$;

$F[\cdot]$ - оцінка істинної характеристики;

$L+R$ - визначає в просторі вхідних змінних область допустимих рішень з урахуванням функціональних і критеріальних обмежень.

Під час ідентифікації складних багатofакторних систем найбільш ефективним є метод самоорганізації математичних моделей, а саме метод групового урахування аргументів (МГУА) [3], який базується на тому, що оперуючи тільки набором експериментальних даних, які використані для визначення оцінок коефіцієнтів за методом найменших квадратів (МНК), неможливо віднайти найкращу, єдину модель.

Для цього потрібно скористатися деяким зовнішнім критерієм, яким, наприклад, може бути похибка, що вираховується на новій серії експериментальних даних. Мінімум похибки на цих точках може слугувати визначальним моментом того, що отримана модель є модель оптимальної складності.

Процес вирішення задачі структурної ідентифікації можливо надати у вигляді системи взаємопов'язаних ланцюгів [3]:

- 1) постановка задачі і аналіз апіорної інформації;
- 2) проведення експерименту в режимі нормального функціонування об'єкта або у відповідності з деяким планом із множини планів $\chi = \{x_1, x_2, \dots\}$;
- 3) аналіз і попередня обробка результатів експерименту;
- 4) вибір множини можливих аргументів (опорних функцій);
- 5) розробка або вибір генератора складності моделі;

6) вибір способу розбивки таблиці експериментальних даних на навчаючу (A), перевірочну (B) та екзаменаційну (C) вибірки із множини $R = \{r_1, r_2, \dots\}$;

7) самоорганізація моделі, яка задовольняє критеріям оптимальності $Q = \{q_1, q_2, \dots\}$;

8) аналіз та довизначення моделі;

9) практичне використання моделі.

Наведена схема є достатньо загальною і може бути використана для структурної ідентифікації об'єктів будь-якої природи. На практиці ж задачу доводиться членувати.

Перш за все фіксується клас можливих моделей F (дискретні поліноми, диференціальні рівняння та ін.). З врахуванням цього формується матриця X , яка забезпечує можливість об'єктивного порівняння моделей $F \in F$ за критеріями Q за декількома варіантами розбивки на A, B, C послідовності [2].

Практично, як правило, не вдається достатньо повністю вирішити задачу, які поставлені перед конкретними ланцюгами задачі структурної ідентифікації. Це призводить до того, що на виході етапу 7 маємо не одну, а декілька однакових (рівноцінних) моделей, що потребує введення етапу довизначення оптимальної моделі. Необхідність етапу довизначення витікає ще із того, що задача структурної ідентифікації є багатокритеріальною і, таким чином, не може мати однозначного, теоретично обґрунтованого методу практичного вирішення будь-якої задачі.

Тому довизначення є не що інше, як вибір найбільш раціонального рішення (моделі) на базі додаткових зовнішніх критеріїв або експериментальної оцінки моделей.

Таким чином, метод МГУА базується на деяких принципах теорії навчання та самоорганізації, а саме: на принципах "селекції", або спрямованого відбору.

Алгоритм методу МГУА, будучи заснованим на переборі варіантів з використанням зовнішніх критеріїв, надає право комп'ютеру самому

віднайти потрібну інформацію на основі обробки вибірок даних (часто дуже коротких). Особливість МГУА в тому, що індуктивний метод забезпечує об'єктивний характер вибору моделі. Автору ж моделі при цьому достатньо вказати лише, яким зовнішнім критерієм і якій послідовності їх використання повинна задовольняти модель.

В цілому МГУА вирішує задачу шумостійкого об'єктивного вибору моделі оптимальної складності за допомогою перебору варіантів по заданому ансамблю (або ієрархії) зовнішніх критеріїв, вказаних автором.

Розроблення математичних моделей для цілей прогнозування відбувалося на базі матриці (див. табл.1) та отриманих в процесі її реалізації експериментальних даних [4].

В процесі реалізації матриці експериментальних досліджень (див.табл. 1) враховувалося, що фактори X_1 , X_2 , X_3 [4] характеризують волокнисту сировину, і щоб забезпечити задане співвідношення їх рівнів необхідно було варіювати складом волокнистої сировини.

Довелося вносити деякі корективи під час реалізації експериментальних досліджень також і за фактором X_4 в зв'язку з тим, що високий рівень температури, а саме 90°C бажано співвідносити з вторинною волокнистою сировиною :макулатурою, а не з целюлозою, яка, зазвичай, у виробничому процесі не піддається термічній обробці.

Також під час реалізації експериментальних досліджень (див.табл. 1) є розходження між заданими і тими, що реалізуються, рівнями факторів X_7 і X_8 (якість зворотної води). Це визвано тим, що, по-перше, більш чисту воду краще співвідносити з целюлозою, а більш забруднену – з макулатурою (більш реально відповідає виробничим умовам) і, по-друге, забезпечення точно заданої концентрації водорозчинних органічних речовин з витримуванням потрібного співвідношення $\text{ХВК}\backslash\text{БВК}_5$ в лабораторних умовах реалізувати дуже важко.

Таблиця 1

Результати експериментальних досліджень

Номер досліджу	Фактори								Параметри оптимізації		
	Якість сировини			X ₄	Якість маси		Якість води		Y ₁	Y ₂	Y ₃
	X ₁	X ₂	X ₃		X ₅	X ₆	X ₇	X ₈			
1	17,97	2,62	0,84	90	25	0,90	1036,0	3,60	1046,0	290,0	1263,2
2	21,20	2,29	0,20	72	54	3,00	29,0	2,53	194,0	71,4	223,3
3	10,10	3,77	0,48	54	60	3,00	153,0	2,10	277,0	28,0	315,5
4	23,30	6,63	0,28	90	55	0,25	1036,0	3,60	1103,0	360,0	1187,7
5	16,96	1,96	0,58	20	31	2,30	786,0	3,00	793,0	268,0	911,6
6	16,96	5,30	0,39	72	63	0,25	947,0	1,66	819,0	480,0	1004,6
7	14,35	3,07	0,53	36	53	0,90	304,0	4,81	331,0	144,0	404,3
8	28,30	2,82	0,52	36	63	2,30	471,0	1,65	672,0	260,0	956,3
9	32,30	5,55	0,35	18	47	0,90	1014,5	2,31	1077,0	600,0	1566,7
10	25,01	6,83	0,23	36	37	3,00	1014,5	2,31	1178,0	740,0	1697,3
11	24,51	1,42	0,64	22	23	3,00	29,0	2,53	289,0	120,0	312,1
12	23,50	5,63	0,37	36	55	0,25	29,0	2,53	99,0	33,0	109,0
13	50,80	6,15	0,24	90	49	2,30	235,0	4,83	975,5	190,0	1352,4
14	26,10	2,50	0,64	72	23	0,25	235,5	4,83	252,5	130,0	193,2
15	29,20	1,71	0,62	72	34	0,90	786,0	3,00	783,0	276,0	860,0
16	41,10	5,10	0,42	90	46	2,30	662,5	3,20	1285,5	450,0	1629,0
17	19,50	3,38	0,43	30	50	1,60	512,0	4,02	424,0	264,0	857,8
18*	10,10	3,77	0,48	36	39	2,30	301,0	3,70	368,0	82,0	331,5

* - додатковий дослід в "нульовій" точці матриці експерименту

В процесі розроблення математичних моделей в якості параметрів оптимізації (див.табл.1) вибрано наступні показники:

Y₁— масова концентрація водорозчинних органічних речовин, мг\дм³;

Y₂— показник біологічного споживання кисню БСК₅, мг\дм³;

Y₃— показник хімічного споживання кисню ХСК, мг\дм³.

Для самоорганізації моделі статички за показником масова концентрація водорозчинних органічних речовин (Y₁) використовували алгоритм МГУА з набором опорних функцій $\{x_j, \ln x_j\}$, $j = \bar{1}, \bar{m}$ [2].
Порядок полінома обмежено величиною другого порядку.

Селекція моделей виконувалася за комбінованим критерієм: відбір перспективних рішень проводився за мінімумом критерію регулярності $\Delta^2(B)$ [2].

Математична модель за показником масова концентрація водорозчинних органічних речовин має такий вигляд:

$$Y_1 = -273,82 + 1,06 \cdot 10^{-1} \cdot X_7 \cdot \ln(X_7) + 5,28 \cdot X_1 \cdot X_6 + 4,06 \cdot 10^2 \cdot X_3 \cdot \ln(X_2) + \\ + 1,05 \cdot 10^{-1} \cdot X_1^2 + 8,56 \cdot 10^{-2} \cdot X_7 \cdot \ln(X_8) + 6,04 \cdot 10^{-2} \cdot X_4 \cdot \ln(X_7). \quad (2)$$

Проведений аналіз моделі (2) показує практично однакову збіжність на всіх експериментальних точках [2] і це переконливо доказує, що отримана модель може бути з рівнозначним успіхом використана для прогнозування за показником масова концентрація водорозчинних органічних речовин як на початкових етапах функціонування технологічної системи (низька концентрація водорозчинних органічних речовин), так і в умовах високої їх концентрації (в технологічних системах, які наближені до замкнених).

Для самоорганізації моделі статистики за показником БСК₅ (Y_2) використовували алгоритм МГУА з набором опорних функцій $\{x_j, \ln x_j\}$, $j = \overline{1, m}$ і з використанням корекції моделі [2]. Таким чином, порядок полінома за будь-яким фактором може досягати четвертого ступеня.

Селекція моделей, як і у випадку за показником масова концентрація водорозчинних органічних речовин, виконувалася за комбінованим критерієм: відбір перспективних рішень проводився за мінімумом критерію регулярності $\Delta^2(B)$ [2].

Математична модель за показником БСК₅ має такий вигляд:

$$Y_2 = 33,08 + 6,2 \cdot X_1 \cdot X_3 + 4,41 \cdot 10^{-4} \cdot X_1 \cdot X_7 - 5,31 \cdot 10^1 \cdot X_2 \cdot X_3 + \\ + 9,22 \cdot 10^{-2} \cdot X_2 \cdot X_7 + 6,29 \cdot 10^{-1} \cdot X_5 + 3,43 \cdot 10^{-2} \cdot X_6 \cdot X_7. \quad (3)$$

Проведений аналіз моделі (3) показує практично однакову збіжність на всіх експериментальних точках і це, як і випадку з моделлю (2), переконує, що отримана модель може бути з рівнозначним успіхом

використана для прогнозування за показником БСК₅ на всіх етапах функціонування технологічної системи виробництва паперу та картону.

Для самоорганізації моделі статистики за показником ХСК (Y_3), як і у вищенаведених випадках, використовували алгоритм МГУА з набором опорних функцій $\{x_j, \ln x_j\}$, $j = \bar{1}, \bar{m}$ і з використанням корекції моделі [2].

Селекція моделей, як і у вищенаведених випадках, виконувалася за комбінованим критерієм: відбір перспективних рішень проводився за мінімумом критерію регулярності $\Delta^2(B)$ [2].

Математична модель за показником ХСК має такий вигляд:

$$Y_3 = -772,45 + 1,14 \cdot X_7 + 6,15 \cdot 10^1 \cdot X_6 \cdot \ln(X_1) + 1,15 \cdot X_1 \cdot \ln(X_2) + \\ + 1,37 \cdot 10^2 \cdot X_3 \cdot \ln(X_5) + 6,58 \cdot \ln(X_4) \cdot \ln(X_5) + 2,38 \cdot 10^1 \cdot \ln^2(X_8). \quad (4)$$

Проведений аналіз моделі (4) показує практично однакову збіжність на всіх експериментальних точках і це переконує, що отримана модель може з рівнозначним успіхом використана для прогнозування за показником ХСК на всіх етапах функціонування технологічної системи виробництва паперу та картону.

Перевірка на адекватність математичних моделей (2-4) – є їх перевіркою на придатність для вирішення задач прогнозування показників зворотної води картонно-паперового виробництва за певного співвідношення вхідних змінних.

Як відомо, якщо математичні моделі розроблені з використанням класичної математичної теорії експерименту (МТЕ), то перевірка їх на адекватність повинна проводитися з використанням критерію Фішера. Якщо розрахункове значення критерію Фішера (розраховане як відношення похибки адекватності S_{ost}^2 до похибки відтворюваності S_{vospr}^2) виявиться меншим (рівним) за табличне значення критерію Фішера (визначеного за заданих ступені достовірності моделі p і ступенях свободи f_1 і f_2), то приймається версія, що отримані рівняння регресії (моделі) адекватно описують заданий показник. У випадку негативного

наслідку (розраховане значення критерію Фішера більше за табличне), необхідно повторити процедуру, пов'язану з вибором виду моделі, реалізацією експерименту та обробкою експериментальних даних.

Очевидно, що така процедура не є економічною та і, багато в чому, залежить від інтуїції експериментатора.

За розробки математичних моделей з використанням принципів самоорганізації прийоми перевірки адекватності включені в процедуру отримання математичних моделей [2]. Всі параметри обчислювальних алгоритмів методу групового урахування аргументів, що реалізує принципи самоорганізації, а також структура цих алгоритмів, вибираються таким чином, щоб отримати глибокий мінімум основного із критеріїв в процесі селекції математичних моделей [2]. Мінімум критерію засвідчує, що розроблені моделі є моделями оптимальної складності і адекватними.

Припустимо мінімальне значення критерію регулярності залежить від інтенсивності "шуму" і повинно бути порівнянне з порядком похибки вимірюваної величини. Практично – 5-10 %, тому мінімальне значення критерію регулярності на перших етапах селекції повинно бути в таких же межах [2]. Відомо також, що мінімальне значення критерію регулярності знаходиться в зворотній залежності з критерієм Фішера.

Дослідження, проведені на ряду алгоритмів МГУА, показали, що комп'ютер (використовуючи певне програмне забезпечення) спроможний вибрати модель оптимальної складності за виконання наступних умов:

- якщо в алгоритмі МГУА закладений набір опорних функцій, базуючись на яких, за заданими правилами ускладнення виду моделі, комп'ютер спроможний синтезувати модель оптимальної складності;
- рівень "шуму" нижче критичного;
- число експериментальних точок достатньо велике.

Аналіз розроблених математичних моделей (2-4) показує, що вони адекватно описують процеси, що відбуваються, тому що під час їх синтезу отримано мінімум критерію регулярності, що не перевищує величину

$3.0 \cdot 10^{-1} \%$.

Висновки. З метою подальшого дослідження складних процесів, до класу яких відноситься екстракція органічних речовин із волокнистих напівфабрикатів, що використовуються в процесі виробництва паперу та картону, розроблено математичні моделі за наступними показниками:

- масова концентрація водорозчинних органічних речовин;
- показник біологічного споживання кисню БСК₅;
- показник хімічного споживання кисню ХСК.

Для самоорганізації моделей статистики використано алгоритм МГУА.

Алгоритм методу МГУА, будучи заснованим на переборі варіантів з використанням зовнішніх критеріїв, забезпечує об'єктивний характер вибору моделі.

Подальшими етапами виконання роботи є дослідження розроблених математичних моделей з метою їх подальшого використання для цілей моделювання, а саме: для прогнозування рівнів забруднення водопотоків складних технологічних систем виробництва паперу та картону водорозчинними органічними, а також мінеральними компонентами.

Література

1. Плосконос В. Г. Аналіз стану систем картонно-паперового виробництва з мінімальним споживанням свіжої води // Міжнародний науковий журнал "Інтернаука". 2017. №15(37). Т.1. С. 52-55. DOI: 10.25313/2520-2057-2017-15-3055;
2. Кикоть В.С., Плосконос В.Г. Идентификация характеристик сложных проектируемых систем с использованием самоорганизации и топологического метода анализа. Автоматика, 1986. №3. С. 34-42.
3. Ивахненко А.Г. Долгосрочное прогнозирование и управление сложными системами. К.: "Техника", 1976. 311 с.

4. Плосконос В. Г Використання комп'ютерних технологій в розробці планів експериментальних досліджень складних технологічних систем виробництва паперу та картону // Міжнародний науковий журнал "Інтернаука". 2018. № 21(61). Т.3. С. 50-54. DOI: 10.25313/2520-2057-2018-21-4428