

Фізико–математичні науки

УДК 539.3

**Бессмертный Ярослав Олегович**

*аспірант кафедри будівельної механіки та опору матеріалів  
Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*

**Bessmertnyi Yaroslav**

*аспирант кафедры строительной механики и сопротивления материалов  
Приднепровской государственной академии строительства и архитектуры*

**Bessmertnyi Yaroslav**

*PhD-Student of the*

*Structural Mechanic and Strength of Material Department*

*Prydniprovs'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture*

**ПОВЕДІНКА ПОЛОГИХ ТОНКОСТІННИХ КОНІЧНИХ  
ОБОЛОНОК ПРИ ВІТРОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ ТА  
НЕОДНОРІДНОМУ НАПРУЖЕНО–ДЕФОРМОВАНОМУ СТАНІ  
ПОВЕДЕНИЕ ПОЛОГИХ ТОНКОСТЕННЫХ КОНИЧЕСКИХ  
ОБОЛОЧЕК ПРИ ВЕТРОВОЙ НАГРУЗКЕ И НЕОДНОРОДНОМ  
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ  
BEHAVIOR OF SHALLOW THIN-WALLED CONICAL SHELLS IN  
CASE OF WIND LOAD AND NON-UNIFORM STRESS-STRAIN STATE**

*Анотація.* Досліджена поведінка пологих тонкостінних конічних оболонок при дії вітрового навантаження у вигляді нерівномірно розподіленого нормального тиску при неоднорідному напружено-деформованому стані (НДС). Необхідність дослідження вітрового впливу на конічну оболонку обумовлена відсутністю детальної інформації по цій темі в нормативних документах України. Характер розподілення та знак напрямку дії нормального тиску відповідає тригонометричній залежності,

*що є гібридною моделлю між схемою дії на циліндр та двосхиле покриття. Моделювання поведінки оболонок проводилося у середовищі програмного комплексу ANSYS 14.5 у рамках статичного лінійного розрахунку стійкості (біфуркація) та геометрично нелінійного статичного розрахунку деформування оболонки, результати яких порівнювались з даними у ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження та впливи».*

**Ключові слова:** *неоднорідний напружено-деформований стан, вітрове навантаження, нерівномірно розподілений тиск, тригонометрична залежність, програмний комплекс ANSYS.*

**Анотація.** *Исследовано поведение пологих тонкостенных конических оболочек при действии ветровой нагрузки в виде неравномерно распределённого давления при неоднородном напряженно-деформированном состоянии (НДС). Необходимость исследования ветрового воздействия на коническую оболочку обусловлена отсутствием детальной информации по этой теме в нормативных документах Украины. Характер распределения и знак направления действия нормального давления отвечает тригонометрической зависимости, что является гибридной моделью между схемой воздействия на цилиндр и двускатное покрытие. Моделирование поведения оболочки проводилось в среде программного комплекса ANSYS 14.5 в рамках статического линейного расчёта устойчивости (бифуркация) и геометрически нелинейного расчёта деформирования оболочки, результаты которых сравнивались с данными в ДБН «Нагрузки и воздействия».*

**Ключевые слова:** *неоднородное напряженно-деформированное состояние, ветровая нагрузка, неравномерно распределённое давление, тригонометрическая зависимость, программный комплекс ANSYS.*

**Summary.** *This article is devoted to the study of behavior of shallow thin-walled conical shells under action of wind load in case of non-homogeneous stress-strain state (SSS). The necessity of investigation of wind load influence on the shallow conical shell behavior is due to the lack of detailed information in regulatory documents of Ukraine. The distribution pattern and direction sign of normal pressure action corresponds to the trigonometric dependency that is hybrid model of pattern of wind influence on cylinder and gable roof. The behavior of shell has been modelled using software ANSYS 14.5 either during linear static stability calculation (buckling) or geometrically non-linear calculation of deformation of shell.*

**Key words:** *non-uniform stress-strain state, wind load, non-uniform pressure, trigonometric dependency, software ANSYS.*

**Загальні положення.** Тонкостінні пологі конічні пружні замкнуті металеві оболонки здобули широке застосування в промисловому та цивільному будівництві, аерокосмічній, хімічній і нафтопереробній сфері, в якості деталей машин і механізмів. Часткове або повне порушення працездатності конструкцій даного типу може привести до значних проблем, тому слід проводити детальне дослідження поведінки конічних оболонок та сферичних сегментів при дії різних типів навантажень, що сприятиме подальшому проектуванню конструкцій.

Згідно ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження та впливи», при визначенні вітрового навантаження для будівель і споруд складної конструктивної або геометричної форми (включаючи вантові і висячі покриття, оболонки, антени і полотна) необхідно проводити спеціальні динамічні розрахунки для визначення впливу пульсаційної складової навантаження [1, с. 24], а в необхідних випадках – обдування моделей в аеродинамічній трубі. Процес динамічного та квазістатичного розрахунку вітрового впливу можливо

проводити як ручним методом, так і з використанням програмних комплексів (ANSYS, ABAQUS, ЛІРА, СКАД) [2-3].

Вітровий вплив на споруду слід розглядати як сукупність:

- а) нормального тиску, прикладеного до зовнішньої поверхні споруди або елемента;
- б) сил тертя, спрямованих по дотичній до зовнішньої поверхні і віднесених до площі її горизонтальної (для шедових або хвильових покриттів, кривель з ліхтарями) або вертикальною (для стін з лоджіями і подібних конструкцій) проекції;
- в) нормального тиску, прикладеного до внутрішньої поверхні споруд з вітропроникними огорожами і прорізами, які відкриваються або постійно відкриті.

Сукупність зазначених сил може бути подана у формі нормального тиску, обумовленого загальним опором споруди в напрямку осей  $x$  і  $y$  та умовно прокладеного в проекції споруди на площину, перпендикулярну до відповідної осі.

В рамках числового дослідження стійкості тонкостінної пологої конічної оболонки, вплив вітрового навантаження буде усереднено і зведено до нормального поперечного тиску згідно тригонометричної залежності

$$q = f(\alpha), (5.1)$$

де  $f$  – тригонометрична функція  $f = \cos(\alpha)$ .

**Мета дослідження.** Метою даної роботи є дослідження деформування та стійкості пологої конічної оболонки при впливі вітрового навантаження, створення розрахункової схеми для знаходження значення критичного навантаження, а також аналіз методів розрахунку вітрового впливу в ПК ANSYS. У ході виконання чисельного експерименту

необхідно створити модель впливу вітрового навантаження на оболонку на основі існуючих моделей [1].

**Постановка задачі.** Чисельний аналіз задачі стійкості пружних замкнених пологих конічних оболонок проводився шляхом їх розрахунку в широкому діапазоні зміни геометрії. При цьому відношення радіусу основи оболонки до її товщини змінювалося в межах  $R/h = 100 \div 500$ . Кут нахилу твірної конуса до площини його основи становив  $\alpha = 2, 4, 10$  та  $15^\circ$ , товщина оболонок  $h = 4 \div 20$  мм. Матеріал оболонок – легована сталь (Х18Н9н, модуль Юнга  $E = 2 \times 10^5$  МПа; коефіцієнт Пуассона –  $\nu = 0.3$ ; умовна межа текучості –  $\sigma_{02} = 800$  МПа). Навантаження здійснювалося нерівномірно розподіленим по всій поверхні конуса зовнішнім поперечним тиском ( $q$ ), який змінюється в окружному напрямку згідно тригонометричної залежності ( $f = \cos(\alpha)$ ). Граничні умови оболонок при виконанні розрахунку приймалися як шарнірно-нерухоме закріплення.

Слід зазначити, що, в залежності від кута  $\alpha$  і умов закріплення оболонки, можливі два механізми втрати стійкості, які відображаються двома розрахунковими моделями. Лінійна модель (біфуркація), що відображує зміну вихідного вісесиметричного деформування оболонки суміжними формами невісесиметричної рівноваги, і нелінійна модель, що пов'язана з переходом оболонки до несуміжних форм рівноваги, які, згідно з традиційними поглядами на проблему, для пологої оболонки являють собою «виворотку».

Згідно до нормативних вимог, представлених у ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження та впливи», вітрове навантаження розкладається на складові в залежності від виду конструкції і ряду інших чинників – тип поверхні конструкції, наявність допоміжних елементів конструкції, наявність у структурі конструкції елементів, що пропускають вітер (вікна та щілини, які можуть відкриватися періодично або бути постійно відкритими, світло-аераційні ліхтарі, пористі та ґратчасті конструкції,

огороджувальні та загороджувальні конструкції, елементи радіо- і телевізійного зв'язку та інші допоміжні елементи). Вітрове навантаження розкладається на три складові – тиск, що діє по нормалі до поверхні оболонки, сила тертя від руху повітряних мас по дотичній до поверхні оболонки і внутрішній тиск при наявності в конструкції елементів, що пропускають вітер.

Вимоги ДБН В.1.2-2:2006 поширюються на будівлі і споруди простої форми (до яких відносяться і пологі конічні оболонки), висота яких не перевищує 200 м. Згідно з нормативним документом, для аналізу вітрового впливу враховуються два розрахункових значення навантаження: граничне та експлуатаційне.

Граничне розрахункове вітрове навантаження розраховується за формулою:

$$W_m = \gamma_{fm} W_0 C \quad (1)$$

Експлуатаційне розрахункове вітрове навантаження розраховується за формулою:

$$W_e = \gamma_{fe} W_0 C \quad (2)$$

У формулах (1, 2):  $W_m$  – граничне розрахункове вітрове навантаження;  $W_e$  – експлуатаційне розрахункове вітрове навантаження;  $\gamma_{fm}$ ,  $\gamma_{fe}$  – коефіцієнти надійності;  $W_0$  – значення вітрового навантаження для певного регіону України;  $C$  – коефіцієнт, який розраховується окремо, відповідно до вимог. За умови, що оболонка знаходиться в несприятливих умовах (регіон з найбільшим значенням  $W_0$ , місцевість I типу, висотність будівлі до 50 м), граничне та експлуатаційне значення вітрового навантаження становить  $W_m = \pm 880$  Па,  $W_e = \pm 220$  Па. Знак значення тиску визначає напрямок дії вітру по нормалі до поверхні оболонки (рис. 1).

В рамках проведеного експерименту, вітровий вплив на пружну положу конічну тонкостінну оболонку враховувався у вигляді нормального

до поверхні оболонки тиску, який змінюється в окружному напрямку згідно з наведеною раніше залежністю у вигляді функції  $q = f(\alpha) = \cos(\alpha)$ .

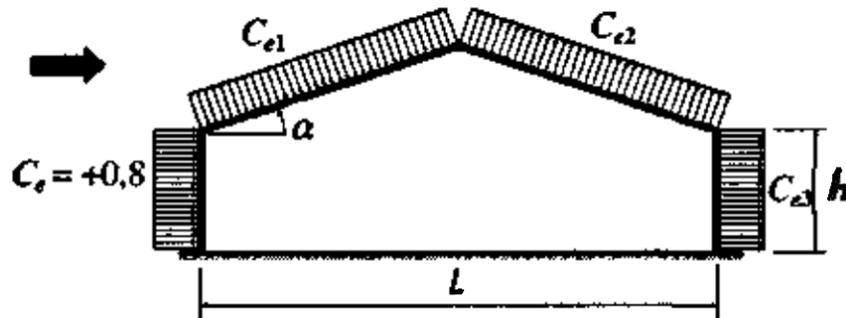


Рис. 1. Схема дії вітрового навантаження на споруду з двосхилою крівлею

Джерело: [1, с. 63]

Друга складова – сила тертя, спрямована по дотичній до поверхні оболонки, має малий вплив на оболонку у зв'язку з високим ступенем пологості оболонки і ідеалізованої гладкої поверхні оболонки, а також відсутністю різних допоміжних елементів на поверхні оболонки. Тому подальший вплив сил тертя від руху повітряних мас по дотичній до поверхні оболонки не буде враховуватися.

Третя складова – внутрішній тиск у зв'язку з вітропроникністю конструкції, – не враховується з причини відсутності даного показника у випробуваної оболонки. Модельована оболонка є ідеальною і не має у своєму складі отворів, щілин, пористих матеріалів або ґратчастих конструкцій.

Таким чином, вітровий тиск моделюється в розрахунках як нормальний до поверхні оболонки тиск, що змінюється в окружному напрямку згідно до тригонометричної залежності (3).

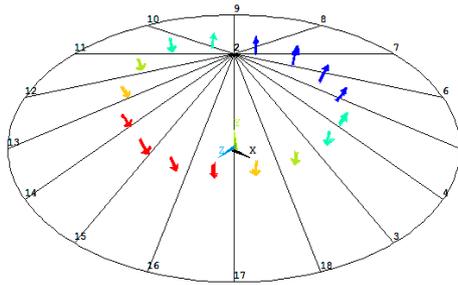
Моделювання оболонки в ПК ANSYS проводилося наступним чином:

- 1) шляхом обертання утворюючої навколо головної осі  $Y$  створювалася ідеальна модель оболонки, розділена на 16 ділянок (рис. 2);

2) кожна ділянка розбивалася на рівну кількість скінчених елементів, загальним числом 2816 скінчених елементів (176 СЕ на кожному ділянку);

3) до кожної ділянки прикладається тиск, який має максимальне значення на умовному «піку» прикладеного вітрового навантаження і зменшується відповідно до тригонометричної залежності в окружному напрямку (рис. 2).

При створенні моделі пологої конічної тонкостінної оболонки в середовищі ПК ANSYS використовується чотирикутний скінчений елемент СЕ SHELL 281, який має вісім основних точок та шість ступенів свободи в кожній.



**Рис. 2. Моделювання оболонки в ПК ANSYS**

*Джерело: розробка автора*

### **Лінійне рішення (СЕ SHELL 281)**

Результатом розв'язання лінійної задачі втрати стійкості є критичний тиск  $q^{cr}$ , що представляє собою мінімальну величину тиску спектру власних значень лінійної задачі стійкості, а також відповідна форма випинання у вигляді нерегулярних вм'ятин і випин, витягнутих вздовж твірної [2-3].

При моделюванні вітрового впливу на конічну пологу тонкостінну оболонку слід розуміти, що місце розташування найбільших вм'ятин і випин збігається з місцем розташування тиску, що має найбільше значення в залежності від залежності (3).

При рішенні задачі на власні значення враховується лінійне докритичне деформування оболонки.

З метою детального аналізу отриманих значень лінійної задачі для пологих конічних оболонок, у табл.1 наведені величини критичного тиску для оболонок заданої геометрії.

В даній таблиці відображені величини критичного тиску  $q^{cr}$  в залежності від параметра тонкостінності конструкції  $R/h$  для оболонки з кутом підйому утворюючої над горизонтальною площиною  $\alpha = 4^\circ$  і  $10^\circ$ . Слід відзначити збільшення значення критичного тиску в 12 разів для оболонки з  $\alpha = 4^\circ$  і в 59 разів для оболонки з  $\alpha = 10^\circ$  (при зміні параметра тонкостінності конструкції від 500 до 100). Значення критичного тиску  $q^{cr}$  перевищують значення граничного та експлуатаційного вітрового навантаження, отриманого по нормативним формулам (1-2).

Таблиця 1

**Значення критичного навантаження  $q_{cr}$  в залежності від відношення радіусу основи до товщини оболонки  $R/h$**

$\alpha$	$R/h$	500	400	300	200	100
$4^\circ$	$q^{cr}, \text{кПа}$	2.4	3.361	5.251	9.759	29.304
$10^\circ$	$q^{cr}, \text{кПа}$	9.344	16.21	33.558	91.851	550.1

**Геометрично нелінійне рішення (CE SHELL 281)**

Результатом рішення нелінійної задачі втрати стійкості є граничний тиск  $q^{lim}$ , що представляє собою величину, при якій відбувається перехід до суміжної формі рівноваги оболонки, що супроводжують великі відносно товщини стінки оболонки переміщення (більш, ніж  $0.5t$ , де  $t$  – товщина стінки оболонки), а також відповідна форма втрати стійкості у вигляді вм'ятин і випин поверхні оболонки [2-3].

Вивчення поведінки оболонки при вітровому впливі в нелінійній задачі здійснювалося згідно з двома варіантами. Перший варіант передбачає моделювання вітрового тиску як статичний тиск на оболонку

згідно до раніше прийнятої залежності (3). В такому випадку, рішення нелінійної задачі стійкості проводиться згідно з методом Ньютона-Рафсона, який закладений в основі програмного комплексу ПК ANSYS. Другий варіант передбачає моделювання вітрового тиску шляхом використання вбудованих функцій ПК ANSYS, які дозволяють задавати вітровий вплив не як статичне навантаження, і як потік газу, і оболонка піддається аеростатичному тиску при русі повітряної маси. У цьому випадку задаються фізичні характеристики повітряної маси, такі як щільність, в'язкість і швидкість (прискорення) руху повітряної маси.

Таблиця 2

**Значення граничного навантаження  $q_{lim}$  в залежності від відношення радіусу основи до товщини оболонки  $R/h$**

$\alpha$	$R/h$	500	400	300	200	100
$4^\circ$	$q^{lim}, \text{кПа}$	4.631	7.029	11.09	25.99	123.1
$10^\circ$	$q^{lim}, \text{кПа}$	9.617	16.212	33.82	178.8	612.7

При розв'язанні нелінійної задачі згідно до першого варіанту постановки нелінійної задачі були отримані значення граничного тиску  $q^{lim}$ . З метою детального аналізу отриманих значень нелінійної задачі для пологих конічних оболонок, у табл.2 наведені значення граничного тиску для оболонок заданої геометрії.

В даній таблиці відображені величини граничного тиску  $q^{lim}$  в залежності від параметра  $R/h$ , який змінюється в межах  $R/h = 100...500$ , для оболонок з кутом нахилу твірної відносно площини основи  $\alpha = 4^\circ$  і  $10^\circ$ . Слід відзначити значне збільшення величини граничного тиску в 26 разів для оболонки з  $\alpha = 4^\circ$  і в 63 рази для оболонки з  $\alpha = 10^\circ$ . Значення граничного тиску  $q^{lim}$  перевищують значення граничного та експлуатаційного вітрового навантаження, отриманого по нормативним формулам (1, 2).

Вдалося здійснити моделювання вітрового впливу на положу конічну тонкостінну оболонку використовуючи вбудовану функцію ПК ANSYS, яка дозволяє проводити розрахунок оболонки в потоці газу. Протягом всього процесу розрахунку деформацій конічної оболонки при дії на неї потоку газу, який рухається горизонтально, перпендикулярно осі обертання твірної оболонки і паралельно площині основи оболонки, відбувається плавне деформування поверхні оболонки.

### **Аналіз результатів чисельного експерименту**

При рішенні лінійної і нелінійної задачі втрати стійкості були отримані значення критичного і граничного тиску, а також відповідні їм форми втрати стійкості оболонки.

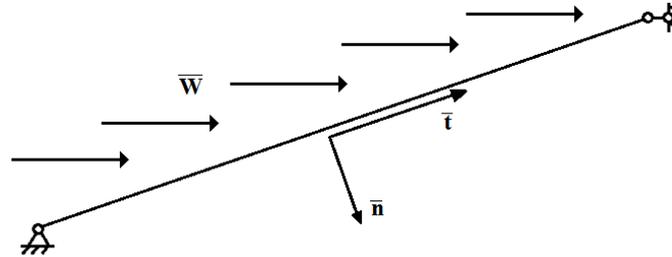
Також, в табл.1-2 приведені залежності між значенням критичного тиску  $q^{cr}$ , граничного тиску  $q^{lim}$  і параметром тонкостінності оболонки  $R/h$  для оболонок з кутом нахилу твірної  $\alpha = 4^\circ$  і  $10^\circ$ .

Як видно з даних табличних залежностей, небезпечним тиском для конічної оболонки з заданою геометрією є критичний тиск. Це говорить про те, що форма втрати стійкості оболонки буде визначатися рішенням лінійної задачі. Слід відзначити значне зближення значень критичного і граничного тиску у конічної оболонки при параметрі  $R/h = 300...500$ .

### **Адаптація отриманих результатів в умовах, наближених до реальних до діючих норм**

В даній роботі, згідно до нормативних документів, було прийнято положення, згідно з яким вітровий вплив на положу тонкостінну конічну оболонку розкладається на складові, серед яких: 1) складова, що діє по нормалі до поверхні оболонки, 2) складова, що діє по дотичній до поверхні оболонки, 3) складова, що створює внутрішній тиск усередині конструкції. В рамках проведеного експерименту було прийнято рішення розглядати виключно нормальну до поверхні складову у зв'язку з ідеалізацією випробуваної моделі оболонки.

На рис.3 схематично зображено узагальнену нормальну і дотичну складову вітрового впливу на поверхню оболонки з метою наочної демонстрації вищесказаного допущення.



**Рис. 3. Схематичне зображення узагальнених нормальної та дотичної складової вітрового впливу**

*Джерело: розробка автора*

При необхідності адаптації отриманих в результаті проведення чисельного експерименту значень критичного і граничного тиску, що діють на оболонку по нормалі до поверхні, слід керуватися наступними нижчезазначеними геометричними залежностями.

$$W = n / \cos(90^\circ - \alpha - \beta), \quad (3)$$

де  $W$  – величина вітрового тиску, що діє на оболонку,

$n$  – нормальна складова вітрового тиску,

$\alpha$  – кут нахилу твірної оболонки до площини підстави,

$\beta$  – кут нахилу вітрового впливу відносно площини підстави оболонки.

Також, з метою інтерпретації отриманих величин критичного і граничного тиску до діючих норм, слід керуватися першим наближенням за Савицькому для опису властивостей вітрового впливу:

$$W = \rho * V * V, \quad (4)$$

де  $W$  – сила вітрового впливу на 1 м<sup>2</sup> поверхні,

$\rho$  – густина повітряного потоку,  $V$  – швидкість вітрового потоку.

Слід зазначити, що перше наближення (4) відноситься до вітрового впливу, що надає тиск на поверхню, яка перпендикулярна до осьової лінії вітрового потоку. Тоді як залежність вітрового тиску від нормальної складової (3) дає нам змогу приблизно оцінити величину вітрового тиску, що впливає на конічну оболонку, то залежність (4) дозволяє нам виявити наближену швидкість чинного вітрового потоку, при якому є можливим реалізація втрати стійкості досліджуваної моделі оболонки.

Таким чином, використовуючи дані залежності є можливим інтерпретувати отримані результати чисельного експерименту для оболонок заданої геометрії з метою їх подальшого порівняння та аналізу в рамках експериментів, що проводяться в реальних і наближених до реальних умов.

**Висновки.** Створено лінійну та нелінійну модель розрахунку стійкості оболонки при впливі вітрового навантаження, згідно до яких відбувався розрахунок під час дослідження. Створено перше нелінійне наближення для моделювання вітрового навантаження як статичний тиск, що характеризує нелінійну дію потоку вітру на розглянуту оболонку. Розглянуто поведінку оболонки при розв'язанні нелінійної задачі в двох варіантах – шляхом моделювання вітрового впливу як у вигляді статичного тиску, так і у вигляді потоку газу. Наведені залежності критичного і граничного тиску в залежності від параметра тонкостінних  $R/h$  для оболонок заданої геометрії, а також відповідні форми втрати стійкості. Визначено механізм втрати стійкості для пологих конічних тонкостінних оболонок при параметрі  $R/h = 100...500$  і  $\alpha = 4^\circ$  і  $10^\circ$ .

### Література

1. ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження та впливи. Норми проектування».
2. ANSYS Inc. Academic Research, Release 14.5, Help System, Mechanical Analysis Guide.

3. Varianichko M. A. Resistance of flat structures made of conical shells / M. A. Varianichko, D. V. Nagorny, I. V. Stukalova // Stability of structures. XI<sup>th</sup> Polish symposium. – 2006. – P. 463-471.