

Технічні науки

УДК 004.942

**Писаренко Степан Георгійович**

*студент*

*Національного технічного університету України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»*

**Писаренко Степан Георгиевич**

*студент*

*Национального технического университета Украины  
«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»*

**Pysarenko Stepan**

*Student of the*

*National Technical University of Ukraine  
"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"*

**БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ В ЗАДАЧАХ  
УПРАВЛІННЯ МОБІЛЬНИМ РОБОТОМ  
МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ В ЗАДАЧАХ  
УПРАВЛЕНИЯ МОБИЛЬНЫМ РОБОТОМ  
MULTI-OBJECTIVE OPTIMIZATION FOR MOBILE ROBOT  
CONTROL**

*Анотація.* Задачі управління мобільним роботом вирішуються на основі багатокритеріальної оптимізації. Розроблена послідовність дій що формалізують рішення задач управління мобільним роботом. Пропонується три основних методи застосування багатокритеріальної оптимізації заснованих на штучному злитті кількох обраних показників в один. Це метод мінімізації та максимізації, «метод послідовних поступок», і метод, запропонований І. Ніковським.

**Ключові слова:** багатокритеріальна оптимізація, мобільний робот, задачі управління, метод послідовних поступок, злиття показників, система, критерії оптимізації, математичні моделі.

**Аннотація.** Задачи управления мобильным роботом решаются на основе многокритериальной оптимизации. Разработанная последовательность действий, которая формализует решение задач управления мобильным роботом. Предлагается три основных метода применения многокритериальной оптимизации, основанные на искусственном слиянии нескольких выбранных показателей в один. Это метод минимизации и максимизации, «метод последовательных уступок», и метод, предложенный И. Никовским.

**Ключевые слова:** многокритериальная оптимизация, мобильный робот, задачи управления, метод последовательных уступок, слияние показателей, система, критерии оптимизации, математические модели.

**Summary.** A problem of mobile robot control can be solved using multi-objective optimization method. Three methods of multi-objective optimization application are proposed. They are based on synthetic merging of several parameters into one. These are: minimization and maximization methods, “method of successive concessions” and method proposed by I. Nikovski.

**Key words:** multi-objective optimization, mobile robot, control problem, method of successive concessions, merge of parameters, system, optimization criteria, mathematical model.

**Актуальність дослідження.** Звертаючись до класичної постановки задачі математичного програмування, необхідно, в першу чергу, відзначити, що така задача передбачає тільки одну цільову функцію, яка кількісно визначена. Розглядаючи ж реальні системи важливо розуміти, що на роль критерію оптимальності претендують кілька десятків показників.

Так само, бажаним є застосування декількох критеріїв синхронно, причому вони можуть бути взагалі несумісні, зокрема, вимога досягти максимальної ефективності при мінімальних витратах з точки зору математичної постановки задачі є некоректною. Мінімальні витрати – це нульові витрати, які мають місце при повній відсутності будь-яких процесів. Подібна максимальна ефективність може бути досягнута тільки в разі використання певних обсягів ресурсів. Тому коректними є постановки завдань такого типу: досягти максимальної ефективності при заданих витратах або досягти заданого ефекту при мінімальних витратах.

Так як не існує єдиного універсального критерію ефективності, то досить часто вдаються до розгляду багатокритеріальної оптимізації. Хоча завдання управління мобільним роботом передбачає одну цільову функцію, розроблені математичні методи, що дозволяють будувати компромісні плани, тобто здійснювати багатокритеріальну оптимізацію. Однак, на сьогоднішній день, в науковій літературі мало уваги приділено вивченню багатокритеріальної оптимізації в задачах управління мобільним роботом, тому дана робота буде присвячена цьому питанню.

**Постановка проблеми.** На сьогоднішній день, в наукових працях висвітлюються різні аспекти проблем моделей, які вимагають прийняття оптимального рішення. При закономірності одиничного критерію оптимальності, пошук рішення здійснюється досить просто, так як явно є розроблений апарат методів оптимізації. Хоча, досить часто, доводиться приймати таке рішення, яке б синхронно задовольняло безліч цільових функцій, які суперечать один одному. Проблема вибору багатокритеріальної оптимізації в задачах управління мобільним роботом є складною і неоднозначною.

**Аналіз досліджень і публікацій.** Ефективне вирішення завдань управління мобільним роботом стало допустимим завдяки розвитку засобів обчислювальної техніки, інформаційних технологій, методів системного

аналізу, математичного моделювання та теорії оптимізації. Рішенням цих проблем, свого часу займалися такі вчені як: В. Михайлович, В. Волкович [1], І.В. Сергієнко [2], А. Волошин, В. Заславський, І. Ушаков [3], В. Танаєв [4], В. Горелик [5], С.І. Наконечний, С.С. Савіна [6], Ю.М. Кузнецов, В.І. Кузубов, А.Б. Волощенко [7], В.С. Михалевич, А.М. Гупал, В.М. Норкин [8], Б. Муртаф [9], М. М. Поліщук [10, 11].

Підвищення ефективності вирішення завдань управління мобільним роботом призводить до необхідності розглядати некоректні завдання контролю, прогнозування та багатокритеріальної оптимізації в умовах невизначеності. З середини ХХ ст. і до теперішнього часу розроблений широкий спектр різних підходів до вирішення некоректних задач. Базисною основою для досліджень в даній області є наукові праці А.М. Тихонова [12], який став засновником математичної теорії некоректно поставлених задач. Дана теорія представлена методом регуляризації А.М. Тихонова, методом заміни М.М. Лаврентьєва [13] та іншими методами. У той же час, слід звернути увагу, що є величезна кількість розроблених методів регуляції як ітеративної, статистичної та локальної, так і дискриптивної. Дослідження закордонних розробок призводять до широкого спектру праць, основу яких складають різні методи фільтрації. Такі методи є більш точними, однак вимагають величезної кількості додаткової інформації, чого не скажеш про розробки вітчизняних вчених.

**Мета роботи.** Рішення завдання управління мобільним роботом за допомогою багатокритеріальної оптимізації. Розробка послідовності дій, які формалізують рішення задачі управління мобільним роботом. Виведення основних методів застосування багатокритеріальної оптимізації, рішення задач управління мобільним роботом. Наукова значимість даного дослідження полягає в застосуванні багатокритеріальної оптимізації для вирішення задач управління мобільним роботом.

**Виклад основного матеріалу.** Підходячи до дослідження проблеми багатокритеріальної оптимізації завдань управління мобільним роботом, перш за все, потрібно розробити послідовність дій, які дозволять формалізувати і вирішити поставлену задачу.

По-перше, прийmemo що  $\bar{F}_1 = F_1(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$  - критерії, за якими можна оцінити загальний стан системи ( $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  – керуючі дії), тоді необхідно зі всієї безлічі вибрати ті з них, за рахунок зміни яких можливе повне управління системою. По завершенні цього етапу необхідно побудувати математичні моделі поведінки певних критеріїв, аналізуючи, при цьому, наявні в системі статистичні дані. По закінченню першого етапу, можна буде отримати набір функцій цілей  $\bar{f}_i = f_i(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$  з певним напрямом (максимізація або мінімізація), за якими вони повинні наближатися до своїх ідеальних значень  $\bar{f}_i^*(\alpha_1^*, \dots, \alpha_n^*)$  в умовах, які розглядаються.

По-друге, після того, як отриманий набір критеріїв оптимізації, необхідно побудувати загальну модель багатокритеріальної оптимізації, або визначити процедуру, використання якої дозволить отримати найбільш ефективно або оптимальне рішення і визначити обмеження до функцій мети.

По-третє, потрібно визначити коефіцієнти важливості критеріїв  $\rho_i$ , які купуються або експертним методом, або за окремою процедурою їх обчислення, після чого проводиться чисельна багатокритерійна оптимізація.

Даний підхід, можливо, реалізувати за допомогою пакета прикладних математичних досліджень "Mathematica", для цього у вищевказаному програмному забезпеченні відкриваємо розділ багатокритерійна оптимізація, і за допомогою путівника вибираємо необхідний робочий файл. Отримаємо вікно наведене на рис. 1.

Всі параметри моделі задамо інтуїтивно. Дана система розроблена для наочного ознайомлення процесу роботи і виведення інформації рішення задачі управління за допомогою багатокритеріальної оптимізації.

Досить часто, різні способи застосування багатокритеріальної оптимізації об'єднують до штучного злиття декількох обраних показників в один. У загальному випадку таких методів три. Перший метод полягає в наступному. Нехай в задачі віддавши перевагу  $\alpha$  критеріям оптимальності  $F_i (i = \overline{1, n})$ . Тоді, виходячи з цього, загальний критерій може мати вигляд суми окремих показників ефективності з відповідними коефіцієнтами [2]:

$$F^* = F_1 \alpha_1 + \dots + F_n \alpha_n \quad (1)$$

де  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  - позитивні або негативні коефіцієнти. Відповідно позитивні коефіцієнти потрібно максимізувати, а негативні – мінімізувати. Це зумовлює, що абсолютні значення коефіцієнтів  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  відповідають пріоритету того чи іншого показника.

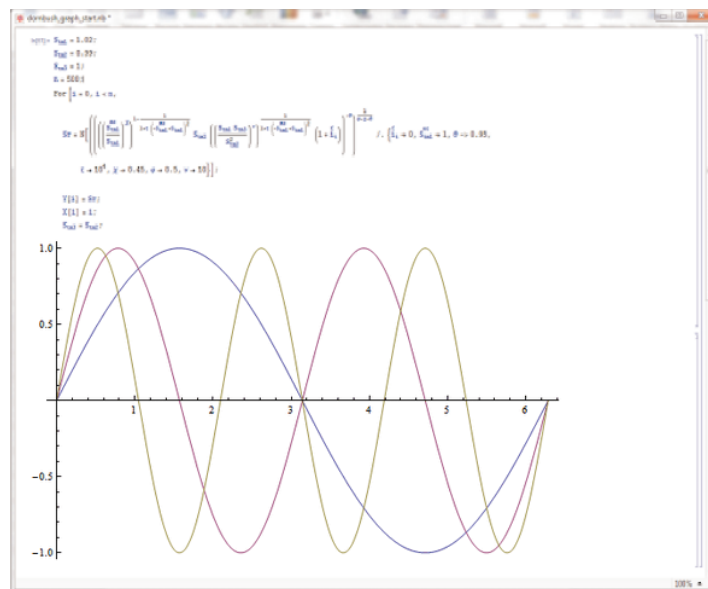


Рис. 1. Вікно робочого простору при багатокритеріальній оптимізації програмного середовища "Mathematica"

Якщо підходити до того твердження з точки зору рішення завдання у сфері мобільних роботів, то з позитивними коефіцієнтами увійдуть такі величини, як швидкість та точність пересування мобільних роботів, з негативними – витрати ресурсів (часу, вартості).

Такий загальний критерій можливий у вигляді дроби, де в чисельнику знаходиться добуток показників, які необхідно максимізувати,

припустимо  $F_1, \dots, F_n$ , а в знаменнику – добуток тих, які потрібно мінімізувати  $F_{n+1}, \dots, F_n$ . Таким чином, вид загального критерію ефективності буде мати вигляд [2]:

$$F^* = \frac{\prod_{i=1}^n F_i}{\sum_{i=n+1}^n F_i} \quad (2)$$

Тотальним пропуском даних критеріїв (1), (2) є те, що існує можливість недостатньої ефективності одного критерію компенсуватися іншим. Тобто, уявімо зниження значення виконання попередніх дій / кроків, може покритися зменшенням використання ресурсів. Так як, деякі величини в чисельнику і знаменнику пропорційно зменшилися, виходячи з цього, значення дроби не змінюється, хоча зібрані на основі таких розрахунків плани можуть привести до цілком незадовільних наслідків.

Переходимо до другого методу застосування багатокритеріальної оптимізації, який запропонував І. Ніковській [14]. Даний метод полягає в тому, що оптимальний план знаходять окремо по кожному з обраних критеріїв, після чого отримують безліч значень цільової функції. І підходячи до заключного етапу, вирішують початкову задачу з одним критерієм виду:

$$\min F = \left| \frac{F_1^* - \bar{F}_1}{F_1^*} \right| = \dots = \left| \frac{F_n^* - \bar{F}_n}{F_n^*} \right| \quad (3)$$

де –  $\bar{F}_i (i = \overline{1, n})$  значення  $i$ -го критерію оптимальності в оптимальному компромісному плані.

Запропонований підхід вирішення завдання зумовлюється за критерієм, що прирівнюється до мінімального значення модуля частинок відхилень значень кожної цільової функції в компромісному плані від їх оптимальних значень в їх же оптимальних значеннях, що робить всі критерії однаково важливими. Виходячи з цього висновку, і для обліку переваг одних критеріїв над іншими досить важливо застосовувати узагальнений критерій такого вигляду [14]:

$$\min F = \alpha_1 \left| \frac{F_1^* - \bar{F}_1}{F_1^*} \right| = \dots = \alpha_n \left| \frac{F_n^* - \bar{F}_n}{F_n^*} \right| \quad (4)$$

Проаналізувавши перші два способи застосування багатокритеріальної оптимізації, шляхом об'єднання до штучного злиття декількох обраних показників в один, слід зазначити деякі недоліки.

Одним з перших недоліків такого підходу є жорстке співвідношення між значеннями відхилень критеріїв оптимальності, що значно звужує безліч допустимих планів. Другий же недолік полягає в тому, що одному значенню деякого критерію може відповідати безліч інших, причому таких, по яких оптимальний план ефективніше. І останній, але не менш важливий аспект це те, що відсутня методика об'єктивного визначення коефіцієнтів  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ .

Однак перехід багатокритеріальної задачі до задачі з одним критерієм може також здійснюватися через виділення з обраного набору показників одного, який вважають найважливішим –  $F_k$  і намагаються досягти його максимального значення (якщо необхідно знайти мінімум, то досить змінити знак показника). Всі інші показники (критерії) є не настільки важливими, і на них накладаються певні обмеження виду:  $F_i \geq g_i$ , де  $g_i$  є нижньою межею значення належного показника, або  $F_i \leq g_i$ , якщо вкрай важливо, щоб значення показника не перевищувало  $g_i$ .

Третім методом важливо виділити «метод послідовних поступок». Основною його відмінністю є те, що всі обрані критерії системи необхідно ранжувати в порядку убуття їх важливості. Це в загальному випадку виглядає наступним чином: вибирається найголовніший, наприклад  $F_1$ , за ним слідує менш важливий  $F_2$ , далі йде ще менш важливий  $F_3$ , і так триває до кінця критеріїв системи. У нашому випадку, будемо вважати, що необхідно досягти максимального значення за всіма критеріями (якщо необхідно знайти мінімум, то змінюють знак показника). Спочатку вирішується завдання з одним головним критерієм (знаходиться значення



$\max F_1$ ), далі необхідно призначити деякий невеликий за абсолютними значенням «поступок»  $\Delta F_1$ , на який можлива зміна (зменшення) значення критерію. Це робиться для того, щоб досягти максимального значення за наступним критерієм  $F_2$ . В даному випадку, величина «поступка» залежить від необхідної точності розрахунків і достовірності вихідних даних. Потім до системи вихідних обмежень завдання приєднують обмеження, які встановлюють рівень можливого відхилення показника [3]:

$$F_1 \leq (\max F_1 - \Delta F_1) \quad (5)$$

і переходять до вирішення нового завдання за критерієм оптимальності  $F_2$  і т. д. Запропонований процес вирішення завдання, таким чином, показує, ціною яких саме «поступок» досягається бажаний результат.

**Висновки.** Виходячи з проведеного дослідження, важливо відзначити, що завдання управління мобільним роботом засновані на багатокритеріальній оптимізації не мають універсального способу вирішення. А вибір і коректне застосування одного з методів застосування багатокритеріальної оптимізації, які об'єднують до штучного злиття декількох обраних показників в один, залишається за суб'єктом прийняття рішень. Таким чином, рішення задачі управління мобільним роботом за допомогою багатокритеріальної оптимізації полягає в забезпеченні необхідної кількості науково обґрунтованої інформації, на підставі якої здійснюється вибір рішення управління.

### Література

1. Михалевич В., Волкович В. Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем. – М., 1982. – 327 с.
2. Сергиенко И. В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации. К.: Наук. думка., 1985. – 384 с.

3. Модели и алгоритмы оптимизации надежности сложных систем / Сост. В. Волкович, А. Волошин, В. Заславский, И. Ушаков / Под ред. В. Михалевича. – К., 1993. – 423 с.
4. Танаев В. Декомпозиция и агрегирование в задачах математического программирования / Под ред. А. Закревского. – М., 1987. – 523 с.
5. Горелик В., Ушаков И. Исследование операций. – М., 1986. – 324 с.
6. Наконечний С. І., Савіна С. С. Математичне програмування: Навч. посіб. – К.: КНЕУ, 2003. – 452 с.
7. Кузнецов Ю.Н., Кузубов В.И., Волощенко А.Б. Математическое программирование. – М.: Высш. школа, 1980. – 300 с.
8. Михалевич В. С., Гупал А. М., Норкин В. М. Методы выпуклой оптимизации. – М.: Наука, 1987. – 326 с.
9. Муртаф Б. Современное линейное программирование. Теория и практика. – М.: Мир, 1984. – 624 с.
10. Поліщук М. М. Оптимізація параметрів крокуючого робота / М. М. Поліщук // Адаптивні системи автоматичного управління. 2017. – №2(31). – С. 62–71.
11. Polishchuk Mikhail. Walking Mobile Robot of Arbitrary Orientation / Mikhail Polishchuk, Mark, Opashnianskyi, Nikita Suyazov. International Journal of Engineering and Manufacturing (IJEM), 2018. – Vol.8. – No.3. – pp.1-11.
12. Тихонов Д. Н. О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации, «Доклады АН СССР», 1963. – т. 151. – № 3
13. Лаврентьев М. М., О некоторых некорректных задачах математической физики, Новосиб., 1962. – 233 с.
14. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. М.: Наука. 1989. – 236 с.