

Технические науки

УДК 539.3

Варяничко Марина Александровна

*кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры строительной механики и сопротивления материалов
Приднепровская Государственная академия
строительства и архитектуры*

Varyanichko Marina

*Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,
Associate Professor at the Department of
Structural Mechanics and Resistance of Materials
Pridneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture*

Вовченко Николай Григорьевич

*кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры строительной механики и сопротивления материалов
Приднепровская Государственная академия
строительства и архитектуры*

Vovchenko Nikolay

*Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,
Associate Professor at the Department of
Structural Mechanics and Resistance of Materials
Pridneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture*

Нагорный Дмитрий Валерьевич

*кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры строительной механики и сопротивления материалов
Приднепровская Государственная академия
строительства и архитектуры*

Nagorny Dmitry

*Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,
Associate Professor at the Department of
Structural Mechanics and Resistance of Materials
Pridneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture*

**МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ КРИТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ
ПОЛОГИХ ЗАМКНУТЫХ УПРУГИХ КОНИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК
THE METHOD OF CRITICAL PRESSURE DEFINITION FOR THE
CLOSED SHALLOW ELASTIC CONICAL SHELLS**

***Аннотация.** Предложен простой метод определения критического давления для замкнутых пологих упругих конических оболочек. Метод основан на анализе и обобщении результатов численных исследований устойчивости оболочек такого типа. Численные исследования проводились с использованием программного комплекса ANSYS.*

***Ключевые слова:** пологие конические оболочки, критическое давление, метод конечных элементов, ANSYS.*

***Summary.** A simple method of critical load definition for the closed elastic closed shallow conical shells under external pressure is proposed. The method is based on the analysis and generalization of numerical investigations of stability of this kind of shells. The numerical investigations were performed using finite element complex ANSYS.*

***Key words:** shallow conical shell, finite element method, critical pressure, ANSYS.*

В классе замкнутых упругих гладких круговых конических оболочек, находящихся под действием внешнего давления, наиболее полно изучена

устойчивость непологих конструкций, у которых угол наклона образующей к плоскости основания $\alpha > 20^\circ$ (см. схему на рис.1).

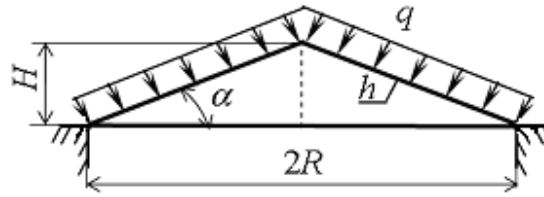


Рис. 1. Расчетная схема замкнутой конической оболочки при внешнем давлении

Анализ достаточно обширных экспериментальных и расчетных данных показывает, что для таких оболочек при наиболее распространенных в практике граничных условиях критические нагрузки вполне удовлетворительно могут быть определены в рамках классической линейной теории устойчивости [2-3; 7-8]. Деформирование и выпучивание пологих конических оболочек, у которых, согласно [2], относительная стрела подъема – $H/2R \leq 0,2$ ($\alpha \leq 21^\circ, 8$), изучены в значительно меньшей степени, в особенности это касается очень пологих конструкций с $\alpha \leq 10^\circ$. В то же время такие оболочки из-за простоты изготовления получили широкое распространение в качестве силовых и ограждающих элементов различных конструкций и объектов строительства, машиностроения, авиационной и ракетной техники, поэтому проблема уточнения их расчета на прочность и устойчивость была и остается актуальной [2; 5; 7].

В настоящей работе предлагается простая методика расчета на устойчивость замкнутых жестко защемленных пологих конических оболочек при внешнем давлении, полученная на основе анализа и обобщения численных исследований с использованием программного комплекса (ПК) ANSYS.

Известно, что для пологих оболочечных конструкций возможны два механизма потери устойчивости: в виде бифуркации (переход к смежным формам равновесия) и в виде прощелкивания вследствие достижения в

процессе нелинейного деформирования оболочки предельной точки (переход к несмежным формам равновесия). В настоящем исследовании на основе линейного и нелинейного расчетов было установлено, что устойчивость жестко заземленных замкнутых конических оболочек, в широком диапазоне изменения их относительной толщины (h/R), в случае $\alpha > 2^\circ$ определяется величиной критического давления, полученного в результате решения бифуркационной задачи (q^{cr}). Частично результаты этих исследований были приведены в статье [1].

В работе [4] было проведено сравнение значений q^{cr} , полученных на основе ПК ANSYS, с данными достаточно обширного физического эксперимента (порядка 100 лабораторных испытаний малогабаритных качественных пологих конических оболочек, у которых величина α изменялась в пределах от $2^\circ,5$ до 25° , а $R/h=183-452$). На рис.2 представлены значения q^{cr} для одной из серий обсуждаемых испытаний ($R/h=452$, светлые кружки – критические нагрузки, темные кружки – предельное давление). Здесь же приведены расчетные зависимости, полученные с использованием ПК ANSYS, для критического давления q^{cr} (кривая 1 – шарнирное опирание, кривая 2 – жесткая заделка) и предельные нагрузки (кривая 3 – шарнирное опирание, кривая 4 – жесткая заделка), а также расчетные зависимости, полученные в рамках линейной теории: П. Сейд [6] – кривая 5; А.В.Кармишин, В.А.Лясковец, В.И. Мяченков и А.Н. Фролов [8] – кривая 6 (шарнирное опирание), кривая 7 (жесткая заделка); СНиП – кривая 8. Оказалось, что в наилучшем соответствии с экспериментом во всем рассматриваемом диапазоне изменения α является расчет на основе ПК ANSYS.

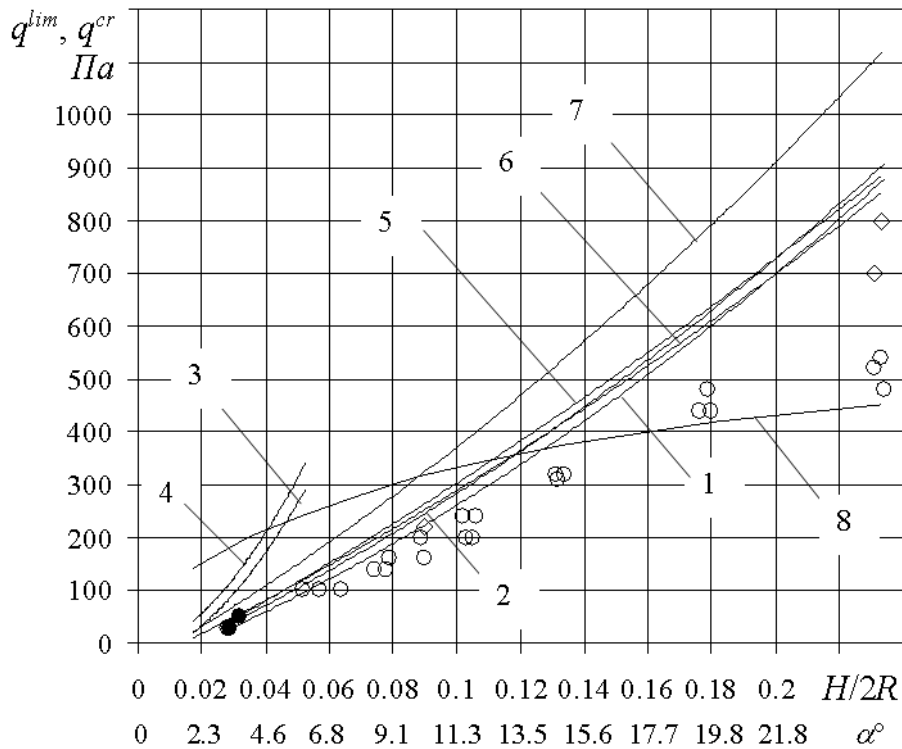


Рис. 2. Зависимости экспериментальных и расчетных критических и предельных давлений от $H/2R$ (α , °)

Заметим, что результаты теоретических исследований устойчивости конических оболочек указанных авторов являются наиболее известными. К ним следует также отнести и результаты исследований И.И.Трапезина [2]. В этих исследованиях были предложены расчетные зависимости для q^{cr} , которые хорошо соответствовали экспериментальным данным для оболочек с $\alpha \geq 20^\circ$. Следует отметить, что формулы для q^{cr} замкнутой конической оболочки, полученные П.Сейдом и И.И.Трапезиным, при абсолютно одинаковой структуре отличаются только числовыми коэффициентами. Обобщенная формула для q^{cr} имеет вид

$$q_c^{cr} = C E \frac{(\sin \alpha)^{3/2} \cos \alpha}{(1 - \nu^2)^{3/4}} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2}, \quad (1)$$

где $C=2,85$ (П.Сейд) и $C=2,8$ (И.И.Трапезин). Формула (1) применима, как пишет А.С.Вольмир [2], «...при угле α , не близком ни к нулю, ни к $\pi/2$. Эксперименты показывают, что этими формулами можно

пользоваться при угле, лежащем в пределах $20^\circ \leq \alpha \leq 80^\circ$ ». Кривые 6 и 7 построены по зависимостям, приведенным в монографии [8]. Эти зависимости получены путем анализа линейных уравнений устойчивости при безмоментном докритическом состоянии и пригодны для оболочек с любым углом конусности. Критическое давление, согласно этим зависимостям, определяется по формуле

$$q_k^{cr} = \xi^*(Z) q_c^{cr}. \quad (2)$$

Здесь q_c^{cr} вычисляется по формуле (1) при $C=2,42$, а $\xi^*(Z)$ представляет собой числовой коэффициент, зависящий от параметра Z

$$Z = \frac{(1-\nu^2)^{1/4} (2 \sin \alpha)^{1/2}}{\cos \alpha} \left(\frac{R}{h} \right)^{1/2} \quad (3)$$

и граничных условий, для определения величины которого использовались графические зависимости, приведенные в [8] на рис. 10.1.

Использование параметра Z и формулы (1) позволило объединить результаты расчетов q^{cr} для пологих конических оболочек, выполненные в настоящей работе.

Методом конечных элементов на базе универсального ПК ANSYS (использовался четырехугольный оболочечный элемент с 4 узловыми точками, каждая из которых имела 6 степеней свободы) с учетом линейного докритического деформирования на основе технической теории оболочек с использованием стандартных опций ПК определялось значение q^{cr} для оболочек с постоянным значением $R/h=100, 200, 300, 400, 500, 750, 1000, 1500, 2000$ и переменном значении угла α , который изменялся от 2° до 20° с шагом 2° . Расчеты проводились в упругой стадии деформирования материала с характеристиками: модуль Юнга - $E=2 \times 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона - $\nu=0,3$. При полученном значении $q_c^{cr} = q^{cr}$ по формуле (1) для каждой оболочки вычислялось значение коэффициента C , а также по

формуле (3) определялось значение параметра Z . На основании этих данных для каждого значения R/h строились зависимости « $C-Z$ ».

При объединении полученных зависимостей в рамках одного координатного поля была получена единая кривая, которую можно рекомендовать для практических расчетов при определении критического давления жестко защемленных замкнутых пологих конических оболочек в диапазоне $R/h=100\div 2000$ и $\alpha=2^\circ\div 20^\circ$ (рис.3).

Так, например, решая задачу об устойчивости замкнутой конической оболочки с $R=2$ м, $h=2$ мм ($R/h=1000$), изготовленной из стали, вычислим критическое давление, используя кривую, приведенную на рис.3. В этом случае параметр $Z=35,66$, соответствующее значение $C=3,1$. Подставляя коэффициент C в формулу (1), получим $q^{cr}=6442$ кПа. Вычисляя критическое давление с использованием ПК ANSYS, для этой же оболочки будем иметь $q^{cr} = 6443$ кПа.

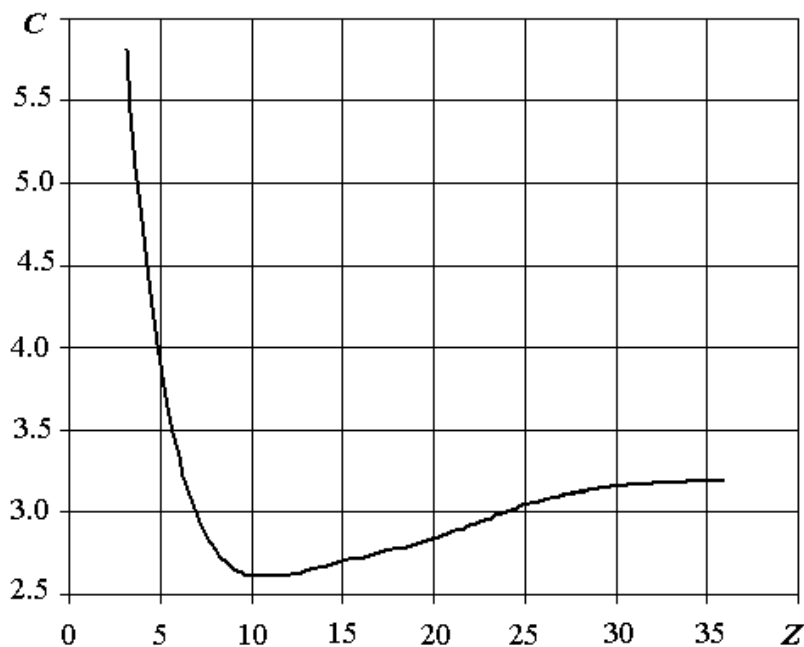


Рис.3. Зависимость « $C - Z$ » для определения q^{cr} пологих конических оболочек с $R/h=100\div 2000$

Литература

1. Варяничко М.А. Влияние условий закрепления на несущую способность пологих осесимметричных покрытий при внешнем давлении // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – Дн-ськ: ПДАБтаА. – 2004 – № 10 – С. 25-31.
2. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1967. – 498 с.
3. Григолюк Э.И., Кабанов В.В. Устойчивость оболочек. – М.: Наука, 1978. – 359 с.
4. Красовский В., Прокопало Е., Варяничко М. Экспериментальное и теоретическое исследование устойчивости замкнутых пологих оболочек при внешнем давлении // Теоретические основы строительства. – Дн-вск.: – 2005 – №13. – С.175-188.
5. Лессиг Е.Н., Лилеев А.Ф., Соколов А.Г. Листовые металлические конструкции. – Москва: Стройиздат, 1970. – 488 с.
6. Мюрсепп П.В. Об определении критической нагрузки конической и цилиндрической оболочек // Теория оболочек и пластин. Тр. IV Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин. – Ереван: Из-во АН Армянской ССР. -1964. –С. 733-737.
7. Преображенский И.Н., Грищак В.З. Устойчивость и колебания конических оболочек. – М.: Машиностроение, 1986. – 240 с.
8. Статика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций / Кармишин А.В., Лясковец В.А., Мяченков В.И., Фролов А.Н. - М.: Машиностроение. -1975. - 376 с.