

УДК 368.1

**Макарусь Василь Леонідович**

*Національний технічний університет України*

*«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»*

**Макарусь Василий Леонидович**

*Национальный технический университет Украины*

*«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»*

**Makarus Vasyl**

*National Technical University of Ukraine*

*"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"*

**Капустян Володимир Омелянович**

*доктор фізико-математичних наук, професор*

*Національний технічний університет України*

*«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»*

**Капустян Владимир Емельянович**

*доктор физико-математических наук, профессор*

*Национальный технический университет Украины*

*«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»*

**Kapustian Volodymyr**

*Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor*

*National Technical University of Ukraine*

*"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"*

## **МОДЕЛЮВАННЯ СТРАТЕГІЙ ДІЯЛЬНОСТІ МАЙНОВОЇ СТРАХОВОЇ КОМПАНІЇ**

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРАТЕГИЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ИМУЩЕСТВЕННОЙ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ MODELING OF ACTIVITY STRATEGIES OF PROPERTY INSURANCE COMPANY**

***Анотація.** У даній статті досліджено підхід до ціноутворення в страховій компанії, зважаючи на еластичність попиту на страхові послуги за ціною, а також інвестиційні можливості страхових компаній. Страхування - двостороння система економічних відносин між страховиками і страхувальниками. Договором страхування страховик зобов'язується виплатити страхувальнику встановлену суму (страхову виплату), при настанні страхового випадку, а страхувальник зобов'язується безумовно заплатити встановлену страхову премію.*

*Страхування є хорошим інструментом захисту свого майна, адже дозволяє відновити його у випадку пошкодження або навіть втрати. Актуальність роботи визначається тим, що ринок страхування майна стабільно зростає, адже розвинена система страхування дозволяє покрити збитки від непередбачуваних подій, тим самим забезпечуючи стабільний розвиток економіки в країні. Також страхові компанії акумулюють значну кількість грошових коштів у вигляді страхових премій, що дозволяє вести активну інвестиційну діяльність, що також сприяє розвитку економіки країни. Об'єктом дослідження є основна та інвестиційна діяльність майнової страхової компанії в Україні. Предметом дослідження є економіко-математичні моделі економічних відносин між суб'єктами страхового ринку в Україні, а також інвестиційна діяльність страхової компанії.*

*В умовах конкурентного ринку важливим питанням для страхових компаній є вибір такої цінової політики, яка буде максимізувати очікуваний прибуток компанії.*

*В статті запропоновано потокову модель страхової компанії. Розглянуто величину корисності клієнта при страхуванні, та його відсутності. Наведено умови, коли клієнту вигідне страхування. Розглянуто підхід до вибору страхового тарифу на основі нетто- та брутто-ставок.*

*Наведено розрахунок попиту на страхові послуги по моделі Гутенберга. На основі даних діяльності страхової компанії "Еталон" було апробовано запропоновану модель. Спрогнозовано страхових випадків за методом ланцюгових сходів, вибрано страховий тариф та інвестиційну стратегію таким чином, щоб отримати максимальний прибуток, а також не порушити умови ліквідності страхової компанії (зберігалась можливість виплат своїх зобов'язань).*

**Ключові слова:** *страхування, нетто-ставка, брутто-ставка, модель Гутенберга, інвестиційна стратегія страхової компанії.*

**Аннотація.** *В данной статье исследовано подход к ценообразованию в страховой компании, учитывая эластичность спроса на страховые услуги по цене, а также инвестиционные возможности страховых компаний. Страхование - двусторонняя система экономических отношений между страховщиками и страхователями. Договору страхования страховщик обязуется выплатить страхователю установленную сумму (страховую выплату), при наступлении страхового случая, а страхователь обязуется безусловно заплатить установленную страховую премию.*

*Страхование является хорошим инструментом защиты своего имущества, поскольку позволяет восстановить его в случае повреждения или даже потери. Актуальность работы определяется тем, что рынок страхования имущества стабильно растет, ведь развитая система страхования позволяет покрыть убытки от непредсказуемых событий, тем самым обеспечивая стабильное развитие экономики в стране. Также страховые компании аккумулируют значительное количество денежных*

*средств в виде страховых премий, позволяет вести активную инвестиционную деятельность, что также способствует развитию экономики страны. Объектом исследования является основной и инвестиционная деятельность имущественного страхового компании в Украине. Предметом исследования являются экономико-математические модели экономических отношений между субъектами страхового рынка в Украине, а также инвестиционная деятельность страховой компании.*

*В условиях конкурентного рынка важным вопросом для страховых компаний является выбор такой ценовой политики, которая будет максимизировать ожидаемую прибыль компании.*

*В статье предложен потоковую модель страховой компании. Рассмотрены величину полезности клиента при страховании, и его отсутствие. Приведены условия, когда клиенту выгодно страхование. Рассмотрен подход к выбору страхового тарифа на основе нетто и брутто-ставок.*

*Приведен расчет спроса на страховые услуги по модели Гутенберга. На основе данных деятельности страховой компании "Эталон" были апробированы предложенную модель. Спрогнозировано страховых случаев по методу цепных лестниц, выбрано страховой тариф и инвестиционную стратегию таким образом, чтобы получить максимальную прибыль, а также не нарушить условия ликвидности страховой компании (сохранялась возможность выплат своих обязательств).*

**Ключевые слова:** *страхование, нетто-ставка, брутто-ставка, модель Гутенберга, инвестиционная стратегия страховой компании.*

**Summary.** *This article explores the approach to pricing in an insurance company, given the price elasticity of demand for insurance services, as well as the investment opportunities of insurance companies. Insurance is a bilateral system of economic relations between insurers and insureds. The insurer undertakes to pay*

*the insurance contract a fixed amount (insurance payment) to the policyholder upon the occurrence of the insured event, and the policyholder is obliged to unconditionally pay the established insurance premium.*

*Insurance is a good tool to protect your property, as it allows you to restore it in case of damage or even loss. The relevance of the work is determined by the fact that the property insurance market is growing steadily, because the developed insurance system makes it possible to cover losses from unpredictable events, thereby ensuring the stable development of the economy in the country. Also, insurance companies accumulate a significant amount of cash in the form of insurance premiums, which allows for active investment activity, which also contributes to the development of the country's economy. The object of the research is the main and investment activities of a property insurance company in Ukraine. The subject of research is the economic and mathematical models of economic relations between the subjects of the insurance market in Ukraine, as well as the investment activities of the insurance company.*

*In a competitive market, an important issue for insurance companies is to choose a pricing policy that will maximize the expected profit of the company.*

*The article proposes a streaming model of an insurance company. Considered the value of the client's utility for insurance, and its absence. The conditions are given when insurance is beneficial to the client. The approach to the choice of the insurance tariff on the basis of net and gross rates is considered.*

*The calculation of the demand for insurance services according to the Gutenberg model is given. Based on the activities of the insurance company Etalon, the proposed model was tested. Predicted insured events using the chain-ladder method, the insurance tariff and investment strategy were chosen in such a way as to obtain maximum profit and not to violate the liquidity conditions of the insurance company (the possibility of paying its obligations).*

**Key words:** *insurance, net rate, gross rate, Gutenberg model, insurance company investment strategy.*

**Постановка проблеми.** Майно громадян – важлива складова національного багатства країни. Проте, завжди існує небезпека його втратити, внаслідок непередбачуваних обставин. Саме тому, важливим є розробка механізму відшкодування отриманих збитків, яким, зазвичай, виступає страхування. Н, страхові премії дозволяють страховим компаніям акумулювати значні кошти, що дозволяє вести активну інвестиційну діяльність. Тому необхідно обрати такий страховий тариф, та розробити таку інвестиційну стратегію, яка дозволяла б страховій компанії покривати збитки клієнтів, а також отримувати прибуток.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Моделюванням основної діяльності страхової компанії займалися: Бридун Є.В., Шматко О.Ю., Онищенко Н.В. та інші. Питання інвестиційної діяльності страхової компанії досліджували: Базилевич В.Д., Василенко А.В., Ткаченко Н.В., Удалов О. С., Арутюнян Р.Р. та інші. У своїх працях науковці розкривають питання формування страхових активів, а також ведення інвестиційної діяльності з врахуванням державного регулювання.

**Постановка завдання.** Розробити економіко-математичні моделі, для вибору стратегій основної та інвестиційної діяльності страхової компанії.

**Виклад основного матеріалу.** Страхування - двостороння система економічних відносин між страховиками (організації, які мають відповідну ліцензію на здійснення страхової діяльності, яку отримали відповідно до законодавства України) і страхувальниками (юридичні та фізичні особи, які уклали договори зі страховиками, відповідно до законодавства України). В Україні страховиками можуть бути виключно її резиденти. Договором страхування страховик зобов'язується виплатити страхувальнику встановлену суму (страхову виплату), при настанні страхового випадку, а страхувальник зобов'язується безумовно заплатити встановлену страхову премію [1].

Окрім страхування, страховики займаються й інвестиційною діяльністю. Цей вид діяльності дозволяє формувати додаткові обсяги страхових резервів, що підвищує якість надання страхових послуг. Саме тому питання оптимізації інвестиційної діяльності страхових компаній є дуже актуальним. Страховик має можливість вести інвестиційну діяльність за рахунок тимчасово вільних від страхових зобов'язань коштів. Інвестиційна стратегія компаній залежить від багатьох факторів: політики компанії, інвестиційної стратегії, розміру та інші [2].

Розглянемо страхову компанію з точки зору клієнта. Його власність оцінюється у  $W$ . З ймовірністю  $p(t)$  клієнт втратить своє майно. Використовуючи функцію корисності фон Неймана - Моргенштерна знайдемо, очікувану вартість майна особи, що не є клієнтом страхової компанії. З ймовірністю  $p(t)$  вартість майна буде рівна 0, в іншому випадку вона залишиться незмінною. Середня корисність розрахована в (1):

$$W_{avg} = p(t) \cdot 0 + (1 - p(t))W = (1 - p(t))W. \quad (1)$$

Страхова компанія за певну плату пропонує клієнту збільшити його очікувану корисність на деяку величину  $R1(t) \geq 0$ . Це досягається за рахунок того, що клієнту більше не загрожує втрата майна. Таким чином, функція корисності клієнта страхової компанії матиме вигляд:

а) з ймовірністю  $p(t)$  настане страховий випадок і клієнт страхової компанії отримає компенсації  $W$ ;

б) з ймовірністю  $(1 - p(t))$  страховий випадок не настане і у клієнта залишиться вартість його майна за винятком величини страхового внеску  $r(t)$  (2):

$$(1 - p(t))(1 - r(t))W. \quad (2)$$

Таким чином, корисність клієнта страхової компанії становить (3):

$$W_{ins} = p(t) \cdot W + (1 - p(t))(1 - r(t))W. \quad (3)$$

Для того, щоб страхування було вигідним для клієнта, очікувана корисність клієнта страхової компанії має бути не меншою, ніж корисність клієнта, який не страхується за даної імовірності настання страхового випадку.

Припустимо, що страхові послуги мають властивості нормального товару. Це означає, що при зміні ціни буде змінюватись і кількість клієнтів компанії. Для знаходження потенційної кількості клієнтів скористаємося модифікованою моделлю Гутенберга (4) для прогнозування зміни попиту при зміні ціни:

$$N(t) = N(t - 1) \left[ 1 - \frac{\text{Sinh} \left[ b \left( 1 - \frac{r(t)}{r(t-1)} \right) \right]}{\text{Sinh} \left[ b \left( 1 - \frac{r_{kr}}{r(t-1)} \right) \right]} \right], \quad (4)$$

Де  $r(t)$  та  $r(t - 1)$  – страхові тарифи в період  $t$  та  $(t - 1)$ ;  $r_{kr}$  – тариф, за якого попит на страхові послуги буде нульовим,  $N(t)$  – прогнозована кількість клієнтів,  $N(t - 1)$  – кількість клієнтів у минулому періоді [4].

Інвестиційну діяльність страхової компанії на основі моделі діяльності комерційного банку (5) :

$$\int_{\tau}^{\bar{\tau}} \alpha(t - \xi) f(x(t - \xi), u(t - \xi), t - \xi) (1 + u(t - \xi)) d\xi - f(x(t), u(t), t), \quad (5)$$

де  $[\bar{\tau} - \underline{\tau}]$  – найбільш вірогідний час повернення інвестицій;  $f(x(t - \xi), u(t - \xi), t - \xi)$  – частка капіталу, яка інвестується;  $u(t - \xi)$  – прибутковість інвестування в час  $t - \xi$ ;  $f(x(t), u(t), t)$  – сукупний інвестований капітал,  $\alpha(\xi)$  – частка повернених інвестицій в кінці періоду інвестування або ж для усунення розриву ліквідності [3].

Отримуємо потокову модель діяльності страхової компанії (6):

$$\dot{x} = N(t)r(t)\dot{W} - M(t)W +$$



$$+ \int_{\tau}^{\bar{\tau}} \alpha(t - \xi) f(x(t - \xi), u(t - \xi), t - \xi) (1 + u(t - \xi)) d\xi - \quad (6)$$

$$- f(x(t), u(t), t)$$

Застосуємо модель для розрахунку діяльності певної страхової компанії.

Страхова компанія займається страхуванням майна протягом чотирьох років. Загальна вартість застрахованого майна, величина страхових виплат указані в таблицях 1 та 2. Останнього кварталу до компанії звернулося 2926 клієнтів, середня вартість майна яких 10 000 грн. Еластичність страхових послуг по ціні становить -3. Вільні кошти компанія може інвестувати з очікуваною прибутковістю 20%/рік. Критичне значення страхового тарифу 0.06. Необхідно обрати такі цінову та інвестиційну політики на рік поквартально, які будуть максимізувати очікуваний прибуток страхової компанії, та будуть вигідні для клієнтів. Грошовий резерв становить 1 500 000 грн. Для відсутності розриву ліквідності страхової компанії, необхідно, щоб неінвестований капітал страхової компанії був більший, ніж 200 000 грн у кожен момент часу.

Таблиця 1

**Загальна вартість застрахованого майна та величина страхових виплат за минулі періоди**

<b>Рік</b>	<b>Збитки, грн.</b>	<b>Вартість майна, грн.</b>
2006	36 788 571.0	812 256 486.8
2007	32 426 314.0	701 648 273.3
2008	20 817 735.0	430 536 912.6
2009	25 171 546.0	527 360 907.6

Джерело: складено автором на основі даних страхової компанії «Еталон»

Таблиця 2

## Трикутник розвитку в кумулятивній формі

Квартал оформлення договору/Квартал, настання збитків	1	2	3	4	5
1 кв. 2006 р.	13	132	348	520	647
2 кв. 2006 р.	19	217	440	618	775
3 кв. 2006 р.	27	214	409	586	742
4 кв. 2006 р.	40	201	382	559	762
1 кв. 2007 р.	17	136	261	409	502
2 кв. 2007 р.	25	164	339	426	509
3 кв. 2007 р.	20	155	239	338	470
4 кв. 2007 р.	21	86	170	255	333
1 кв. 2008 р.	3	14	37	66	95
2 кв. 2008 р.	3	35	102	143	202
3 кв. 2008 р.	6	54	129	205	274
4 кв. 2008 р.	3	55	133	190	253
1 кв. 2009 р.	1	28	80	125	-
2 кв. 2009 р.	0	33	94	-	-
3 кв. 2009 р.	4	53	-	-	-
4 кв. 2009 р.	2	-	-	-	-

*Джерело:* складено автором на основі даних страхової компанії «Еталон»

Порядок наступних дій:

1) З таблиці 1 знайдемо коефіцієнти збитковості, розрахуємо тренд, зробимо інтервальний прогноз на наступні 4 періоди (оскільки тренд розраховувався за рік, то для квартальних розрахунків поділимо приріст на 4 частини), верхня межа прогнозу буде мінімальним значенням страхового тарифу (нетто-ставку). Максимальне значення законодавчо обмежене і становить 120% нетто-ставки:

$$r_{min} := \begin{bmatrix} p \left( 4 + \frac{1}{4} \right) + Hp \\ p \left( 4 + \frac{2}{4} \right) + Hp \\ p \left( 4 + \frac{3}{4} \right) + Hp \\ p \left( 4 + \frac{4}{4} \right) + Hp \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0498851 \\ 0.0501215 \\ 0.0503579 \\ 0.0505943 \end{bmatrix}$$

$$r_{max} := 1.2 \cdot r_{min} = \begin{bmatrix} 0.0598621 \\ 0.0601458 \\ 0.0604295 \\ 0.0607132 \end{bmatrix}$$

Рис. 1, 2. Мінімальне та максимальне значення нетто-ставки

2) Тепер з таблиці за допомогою методу ланцюгових сходів спрогнозуємо кількість випадків, які настануть в поточний період.

$$B = \begin{bmatrix} 13 & 119 & 216 & 172 & 127 \\ 19 & 198 & 223 & 178 & 157 \\ 27 & 187 & 195 & 177 & 156 \\ 40 & 161 & 181 & 177 & 203 \\ 17 & 119 & 125 & 148 & 93 \\ 25 & 139 & 175 & 87 & 83 \\ 20 & 135 & 84 & 99 & 132 \\ 21 & 65 & 84 & 85 & 78 \\ 3 & 11 & 23 & 29 & 29 \\ 3 & 32 & 67 & 41 & 59 \\ 6 & 48 & 75 & 76 & 69 \\ 3 & 52 & 78 & 57 & 63 \\ 1 & 27 & 52 & 45 & 37 \\ 0 & 33 & 61 & 42 & 40 \\ 4 & 49 & 57 & 50 & 47 \\ 2 & 14 & 18 & 16 & 15 \end{bmatrix}$$

Рис. 3. Прогнозована кількість страхових випадків

3) Знайдемо коефіцієнти моделі Гутенберга для страхового ринку. За допомогою МНК з історичних даних діяльності страхової компанії. Виходячи з того, що еластичність страхових послуг по ціні становить -3, при страховому тарифі 5%, а максимальному 6% було обчислено значення  $b \approx 9.38$ .

4) Дискретизуємо модель на 4 квартали (1 рік). Для кожного періоду промодельуємо діяльність компанії, дискретизувавши приріст капіталу у поточний період. Приведемо приклад дискретизації для першого періоду (7).

$$\begin{aligned}
 x(t_1) - x(t_0) = N(t_0 - 1) & \left[ 1 - \frac{\text{Sinh} \left[ b \left( 1 - \frac{r(t_0)}{r(t_0 - 1)} \right) \right]}{\text{Sinh} \left[ b \left( 1 - \frac{r_{kr}}{r(t_0 - 1)} \right) \right]} \right] r(t_0)W - \\
 -W \cdot \sum_{j=t_0}^{t_0+4} B_{i-j,1+j} & + \sum_{i=t_1}^{t_3} (\alpha(i) \cdot f(x(t_1), u(t_1), t_1) \cdot u(t_4 - i)) - \\
 & - f(x(t_1), u(t_1), t_1)
 \end{aligned} \quad (7)$$

При умові відсутності розриву ліквідності (8):

$$\begin{aligned}
 x(t_1) = x(t_0) + N(t_0 - 1) & \left[ 1 - \frac{\text{Sinh} \left[ b \left( 1 - \frac{r(t_0)}{r(t_0 - 1)} \right) \right]}{\text{Sinh} \left[ b \left( 1 - \frac{r_{kr}}{r(t_0 - 1)} \right) \right]} \right] r(t_0)W - \\
 -W \cdot \sum_{j=t_0}^{t_0+4} B_{i-j,1+j} & - f(x(t_1), u(t_1), t_1) > 200\,000
 \end{aligned} \quad (8)$$

Для періодів 2,3 та 4 в обмеженні з'явиться частка інвестований капітал, повернений достроково.

5) Підставимо всі отримані значення в модель, та максимізуємо капітал на кінець року.

6) Отже, за результатами моделювання оптимальними страховими тарифами будуть: 5.25043% від вартості майна у першому кварталі, 5.01215% – у другому, 5.03579% – у третьому та 5.05943% – у четвертому. Щодо інвестування, то за моделлю для максимізації прибутку в першому періоді необхідно інвестувати 83.9% наявного капіталу, у другому 87.7%. Це дозволить отримати в кінці періоду прибуток 1 954 557.46 грн.

**Висновки.** В статті наведено економіку-математичну модель, яка описує основну та інвестиційну діяльність страхової компанії. Дана модель

враховує як інтереси страховиків, так і інтереси страхувальників: корисність страхувальників при умові страхування була не менша, ніж при умові, що особа не страхує своє майно, а страховик максимізує очікуваний прибуток від своєї основної та інвестиційної діяльності.

### **Література**

1. Закон України «Про страхування» від 07.03.1996 №85/96 – ВР (за змінами та доповненнями).
2. Тринчук В. Інвестиційна діяльність страхових компаній України: стратегія та пріоритети / В. Тринчук, А. Василенко // КНТЕУ, Журнал "Страхова справа". – 2006. – №3.
3. Дрозд А. О. Моделювання кредитно-депозитної діяльності комерційного банку із врахуванням несвоєчасного повернення кредитів : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. ек. наук : спец. 08.00.11 "Математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці" / Дрозд Андрій Олександрович – Київ, 2017. – 23 с.
4. Шушкевич С. В. Король рынка - его величие спрос / Светлана Владимировна Шушкевич // Маркетинг и маркетинговые исследования. – 2008. – №3. – С. 216–231.