

Педагогічні науки

УДК 378.147

**Нестеренко Ольга Борисівна**

*кандидат фізико-математичних наук,*

*доцент кафедри вищої математики*

*Київський національний університет технологій та дизайну*

**Нестеренко Ольга Борисовна**

*кандидат физико-математических наук,*

*доцент кафедры высшей математики*

*Киевский национальный университет технологий и дизайна*

**Nesterenko Olha**

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences,*

*Associate Professor of the Department of Mathematics*

*Kyiv National University of Technologies and Design*

**ДЕЯКІ АСПЕКТИ ВИКЛАДАННЯ МАТРИЧНОЇ АЛГЕБРИ  
СТУДЕНТАМ ЕКОНОМІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ  
НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ПРЕПОДАВАНИЯ  
МАТРИЧНОЙ АЛГЕБРЫ СТУДЕНТАМ ЭКОНОМИЧЕСКИХ  
СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ  
SOME ASPECTS OF MATRIX ALGEBRA TEACHING FOR  
STUDENTS OF ECONOMIC SPECIALTIES**

*Анотація.* У роботі визначено роль і значення професійно орієнтованої математичної підготовки студентів економічних спеціальностей. Розглянуто деякі проблеми вивчення матричної алгебри. Висвітлено широке застосування матриць в різних дисциплінах. Запропоновано принципи підбору задач і наведено приклади, які

*демонструють застосування матричної алгебри в задачах економічного змісту.*

**Ключові слова:** *матрична алгебра, математичні методи, професійно орієнтовані задачі.*

**Аннотація.** *В работе определены роль и значение профессионально ориентированной математической подготовки студентов экономических специальностей. Рассмотрены некоторые проблемы изучения матричной алгебры. Показано широкое применение матриц в различных дисциплинах. Предложены принципы подбора задач и приведены примеры, демонстрирующие применение матричной алгебры в задачах экономического содержания.*

**Ключевые слова:** *матричная алгебра, математические методы, профессионально ориентированные задачи.*

**Summary.** *The article is also identified the growth and importance of professionally oriented mathematical education for students of economic specialties. Some problems of studying matrix algebra are considered. The widespread use of matrices in various disciplines are noted. Principles of the selection of tasks are proposed. Examples that demonstrate the use of matrix algebra in the problems of economic content are presented.*

**Key words:** *matrix algebra, mathematical methods, professionally oriented problems.*

Метою вищої освіти є розвиток гармонійно і всебічно розвиненої особистості, в якій сплітаються фундаментальні знання, творчі здібності і практичні навички. Мова йде про випускника закладу вищої освіти, який здатен адаптуватись до умов розвитку сучасного суспільства, які швидко змінюються. У зв'язку з цим, значно посилюється увага до проблеми професійної спрямованості навчання студентів.

Кожна навчальна дисципліна має свій внесок у формування фахівця. Особлива роль в цьому процесі належить і математиці, яка є для майбутнього економіста і формальним описом та аналізом реальних процесів економічної діяльності, і інструментом аналізу, організації та управління, і можливістю вирішення організаційно-управлінських завдань. Професійний рівень сучасного фахівця багато в чому залежить від того, наскільки він опанував математичний апарат і вміє ним користуватися.

Курс вищої математики покликаний забезпечити всі умови для отримання студентами якісної професійної освіти, повноцінного оволодіння ними дисциплінами, що вивчаються протягом усього періоду навчання. Математична підготовка повинна бути професійно орієнтованою. Викладач математики повинен показати студенту важливість обраної професії в сучасному суспільстві, використовуючи завдання з професійною спрямованістю.

Викладання чистої математики в досить великому обсязі для економістів є неефективною справою. Математика стає несприйнятою наукою для економістів і, якщо вони не бачать можливостей для використання її в майбутній роботі, у них складається враження, що математика в подальшому їм абсолютно не потрібна. Відсутність мотивації у вигляді практичної користі сильно гальмує процес засвоєння математики.

Викладання математики для студентів економічних спеціальностей повинно передбачати доступне теоретичне викладення класичних розділів математики і ілюстрацію тісних зв'язків математики з економікою, коли основні математичні поняття і методи застосовуються для розв'язання актуальних завдань ринкової економіки.

Вивчення математики передбачає, що студент повинен вміти виконувати набуті знання при розв'язуванні конкретних прикладних задач. Цьому повинне сприяти застосування математичних методів у спеціальних економічних курсах, тобто повинно бути ефективне співробітництво у

сферах, де збігаються інтереси математичних і спеціальних кафедр. В сучасних умовах успішна робота економіста неможлива без застосування математичних методів [1].

Вивчення математики для більшості студентів не є самоціллю. Вони потребують інформації, в якій пов'язуються математичні знання з їх майбутньою професією, показується математика, як безпосередній помічник при вирішенні ними різних економічних проблем.

До найбільш важливих для економістів розділів математики відноситься, мабуть, лінійна алгебра і, особливо, матрична алгебра. Матрична алгебра - розділ алгебри, присвячений правилам дій над матрицями - одному з найважливіших і змістовних понять в математиці.

Як окрема теорія, теорія матриць отримала свій активний розвиток в середині XIX століття в роботах ірландського математика і фізика Вільяма Гамільтона (1805 - 1865) і англійського математика Артура Келі (1821 - 1895). Фундаментальні результати в теорії матриць належать також німецьким математикам Карлу Вейерштрасу (1815 - 1897), Фердинанд Георг Фробеніус (1849 - 1917) і французькому математику Марі Енмон Каміль Жорданія (1838 - 1922). Сучасна назва "матриця" було введено англійським математиком Джеймсом Сильвестром (1814 - 1897) в 1850 році.

Отже, у математичних підходах XIX ст. під «матрицею» розуміли «закономірний порядок розстановки чисел», які згодом стали називати «визначниками» або «детермінантами» [2].

Унікальність матриць в тому, що вони дозволяють оперувати не однією цифрою, числом або групою чисел, а цілими масивами, які можуть описувати дані різної природи.

Тема матриць була досліджена і розширена роботами багатьох математиків, які знайшли численні застосування матриць в різних дисциплінах. Наприклад, матриці використовуються в механіці і теоретичній електротехніці при дослідженні малих коливань механічних і

електричних систем, в квантовій механіці. Широке застосування матриці знаходять при розрахунках споруд, з використанням сучасної обчислювальної техніки. Матриці виявилися дуже затребуваною структурою даних в програмуванні і, взагалі, в інформаційних технологіях. Сьогодні без матриць є немислимою тривимірною комп'ютерна графіка, в якій необхідно приводити в дію сотні і тисячі об'єктів. У хімії - якщо для опису кінетики хімічних реакцій застосувати апарат матричної алгебри, процес складання математичної моделі в значній мірі полегшується.

Матриці проникли майже в усі галузі людської діяльності. Матриці дуже зручні для формалізації багатьох ситуацій в бізнесі і житті взагалі. Завдяки простоті форми і широкому економічному змісту, матричні методи знаходять широке застосування в економічній практиці: статистичні розрахунки, організація нормативного господарства, скорочення документообігу, організація внутрішньовиробничого госпрозрахунку і для економічного аналізу. Матричні методи можна також використовувати для моделювання економіки галузей народного господарства країни. Матриці даного типу називаються матрицями міжгалузевого балансу і широко застосовуються у плануванні і статистиці.

Застосування матриць не тільки дозволяє формалізувати поставлену проблему, а й, що істотно важливіше, використовувати в економічних розрахунках досягнення матричної алгебри. Інформація, записана в матричній формі компактна, наочна і легко обробляється. Наприклад,

*Таблиця 1*

**Розподіл ресурсів по окремих галузях економіки (ум. од.)**

Ресурси	Галузь економіки	
	Промисловість	Сільське господарство
Трудові ресурси	6,8	4,2
Електроенергія	9,2	6,1
Водні ресурси	5	4,5

Дану таблицю можна представити у вигляді матриці розподілу ресурсів по галузям

$$A = \begin{pmatrix} 6,8 & 4,2 \\ 9,2 & 6,1 \\ 5 & 4,5 \end{pmatrix}.$$

Чомусь вважається, що матриці є найлегшою темою в курсі вищої математики. Студенти, зазвичай, вільно оперують даними, записаними в таблицях. Але саме при вивченні цієї теми найчастіше у них виникає питання: "Навіщо нам все це потрібно?", і, саме ця тема, як правило, розглядається студентами як абстрактна і нудна через неприйнятність до повсякденного життя.

Є очевидним, що у деяких студентів відсутня мотивація до оволодіння предметом і, як наслідок цього, ефективність засвоєння матеріалу залишає бажати кращого.

Аналіз літератури по матричній алгебрі показує, що у багатьох підручниках справді добре описані методи і дана відповідь на питання: «Як це робити?». Але недостатньо розробленою є база дидактичних матеріалів професійної тематики, в яких висвітлюється відповідь на питання: «Що означає кожне з отриманих в ході розрахунків чисел?». Але ж, навіть в проміжних обчисленнях, будь-яке число має якийсь власний сенс. Потрібний ретельний підбір готових прикладних задач і видозміна завдань, що використовуються в процесі засвоєння навчального матеріалу, з метою надання їм професійної значущості.

Важливо звернути увагу і на те, щоб прикладні задачі відповідали рівню сприйняття студентами першого курсу. Якщо задачі не будуть доступними для розуміння, підвищення математичної компетентності студента не відбудеться. Нажаль, оволодіти багатьма математичними

методами студенти першого курсу не в змозі, оскільки у них поки немає необхідних знань, як з математики, так і з економіки.

Наведемо принципи підбору задач з професійним змістом:

- чітке математичне формулювання;
- доступність змісту для розуміння даних і розрахунків;
- реальні дані, що відповідають сучасним вимогам економіки.

Безумовно слід враховувати, що задачі економічного змісту слід розглядати лише після того, як студенти отримають достатню математичну базу за темою, що вивчається.

Відзначимо, що розв'язування задач, які ілюструють застосування математичної теорії в економіці, дає можливість студентам на конкретних прикладах побачити, як абстрактні математичні поняття і факти можна ефективно застосовувати до вирішення питань у профільній для них дисципліні. Крім того, використання прикладних задач економічного змісту на заняттях з математики, сприяє реалізації багатьох цілей навчання математики, зокрема розвитку пізнавального інтересу, творчих та інтелектуальних здібностей студентів, а також здатності до актуалізації знань, активізації мислення [3, с. 9].

Розглянемо приклади застосування матричної алгебри при вирішенні завдань економічним змісту.

Задача 1. Підприємство виготовляє 2 типи виробів, використовуючи 3 види сировини. Норми витрат  $a_{ij}$  сировини  $i$ -го виду для виробництва одиниці продукції  $j$ -го типу задані матрицею витрат

$$A = (a_{ij}) = \begin{matrix} \begin{matrix} \text{тип 1} & \text{тип 2} \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{сировина 1} \\ \text{сировина 2} \\ \text{сировина 3} \end{matrix} \end{matrix} .$$

План випуску виробів кожного типу задано матрицею

$$B = \begin{pmatrix} 30 & 50 \end{pmatrix}.$$

Вартість одиниці сировини кожного виду в грошових одиницях (гр. од.) задано матрицею

$$P = \begin{pmatrix} 100 & 120 & 80 \end{pmatrix}.$$

Знайти: 1) матрицю  $C$  витрат сировини при заданому плані випуску виробів;  
2) загальну вартість  $S$  необхідної сировини.

*Розв'язання.*

$$1) C = A \cdot B^T = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 30 \\ 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 30 + 3 \cdot 50 \\ 4 \cdot 30 + 1 \cdot 50 \\ 5 \cdot 30 + 3 \cdot 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 210 \\ 170 \\ 300 \end{pmatrix},$$

тобто при заданому плані випуску (матриця  $B$ ) потрібно 210 од. сировини 1-го виду, 170 од. сировини 2-го виду і 300 од. сировини 3-го виду.

2)

$$S = P \cdot C = \begin{pmatrix} 100 & 120 & 80 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 210 \\ 170 \\ 300 \end{pmatrix} = \\ = (100 \cdot 210 + 120 \cdot 170 + 80 \cdot 300) = (65400).$$

Отже, загальна вартість необхідної сировини складає 65400 (гр.од.)

Задача 2. Швейне підприємство використовує три види тканини  $T_1$ ,  $T_2$  і  $T_3$  для виробництва трьох моделей суконь  $M_1$ ,  $M_2$  і  $M_3$ . Потреби тканини (у метрах) для кожної моделі сукні наведено у таблиці:

Таблиця 2

		Сукні		
		$M_1$	$M_2$	$M_3$
Тканина	$T_1$	2	3	4
	$T_2$	1	1	2
	$T_3$	3	2	1



Визначити кількість суконь кожної моделі, які можна виробити, з використанням 29, 13 і 16 метрів трьох видів тканини відповідно.

*Розв'язання.*

Нехай  $x$  - кількість суконь моделі  $M_1$ ,  $y$  - кількість суконь моделі  $M_2$  та  $z$  - кількість суконь моделі  $M_3$ . Складаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 29, \\ x + y + 2z = 13, \\ 3x + 2y + z = 16. \end{cases}$$

Розв'яжемо дану систему методом Гауса:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 29 \\ 1 & 1 & 2 & 13 \\ 3 & 2 & 1 & 16 \end{array} \right) \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 13 \\ 2 & 3 & 4 & 29 \\ 3 & 2 & 1 & 16 \end{array} \right) \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 13 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & -5 & -23 \end{array} \right) \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 13 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & -5 & -20 \end{array} \right)$$

Далі, із останньої матриці записуємо систему рівнянь і знаходимо значення невідомих  $x$ ,  $y$  та  $z$ :

$$\begin{cases} x + y + 2z = 13, \\ y = 3, \\ -5z = -20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2, \\ y = 3, \\ z = 4. \end{cases}$$

Отже, із запропонованої кількості метрів трьох видів тканини можна виготовити 2 сукні моделі  $M_1$ , 3 сукні моделі  $M_2$  і 4 сукні моделі  $M_3$ .

Таким чином, для посилення професійної спрямованості навчання математики необхідним є удосконалення змісту теоретичного матеріалу та професійно орієнтованих математичних задач, умови і вимоги яких визначають собою модель деякої ситуації, що виникає в професійній діяльності економіста, а дослідження цієї ситуації засобами математики сприяє професійному розвитку особистості студента.

Налагодження тісних міжпредметних зв'язків між математичними та базовими економічними дисциплінами сприятиме поліпшенню

фундаментальної підготовки фахівців, яка значною мірою визначає кваліфікаційний рівень спеціаліста і його здатність самовдосконалюватися.

### **Література**

1. Лісовська В. П., Нестеренко О. Б., Зінькевич О. П. Важливість мотивації при вивченні та викладанні математики / В. П. Лісовська, О. Б. Нестеренко, О. П. Зінькевич // Формування ринкової економіки: зб. наук. пр. – К.: КНЕУ, 2014. – № 32. – С. 413–420.
2. Юшкевич А. П. Історія математики в середні століття / А. П. Юшкевич. – М., 2002. – С. 25-26.
3. Гончарова О. М. Міжпредметний підхід до навчання студентів економічних спеціальностей / О. М. Гончарова // Вісник Черкаського університету імені Богдана Хмельницького. Педагогічні науки. – Черкаси: Черкаський університет імені Богдана Хмельницького, 2011. – Частина II, Випуск 199. – С. 6-10.