

Технические науки

УДК 629.1.05

Мельник Виктория Николаевна

доктор технических наук, профессор,

заведующий кафедры биотехники и инженерии

Национальный технический университет Украины

"Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского"

Mel'nick Victoria

Doctor of Technical Sciences, Professor,

Head of the Department of Bioengineering and Biotechnics

National Technical University of Ukraine

"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

**ВОЗДЕЙСТВИЕ ЗВУКОВЫХ ВОЛН НА КОНСТРУКЦИИ
КОРАБЕЛЬНЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК
IMPACT OF SOUND WAVES ON THE DESIGN OF SHIP ENERGY
INSTALLATIONS**

***Аннотация.** Проводится анализ возмущенного состояния плоских и оболочечных элементов конструкций корабельных энергетических установок под действием звуковых волн. Построены расчетные модели и проанализированы особенности изгибного движения поверхности. Сформулированы условия возникновения локальных особенностей – пространственно-частотный и частотный резонансы.*

***Ключевые слова:** пластина, резонанс, звуковая волна, оболочка, акустическая прозрачность.*

***Summary.** The analysis of a perturbed state of flat and shell members of designs of ship propulsive plants under operating of acoustic radiation is carried conducted. The computational models are constructed and the features of flexural*

motion of a surface are parsed. The conditions of originating of local features - spatial-frequency and frequency resonances are formulated.

Key words: *plate, resonance, sound wave, shell, acoustic transparency.*

Работа корабельных энергетических установок, наряду с другими, имеет ту особенность, что является источником акустической нагрузки на элементы своей собственной конструкции, а также на окружающее оборудование и обслуживающий персонал. Оставляя в стороне вопросы анализа природы возникновения акустических полей, остановимся более подробно на выяснении причин изменения физико-механических свойств элементов конструкции.

В качестве объекта исследований выберем плоские и оболочечные реализации, как наиболее часто встречаемые. При этом будем полагать, что энергия колебательного движения полностью поглощается данным элементом без трансляции ее на сопряженные конструкции. Это упрощение позволит, с одной стороны, рассматривать соединительные швы как шарнирные, с другой – выбрать более простые механические расчетные модели, а именно, плоскую неограниченную по протяженности пластину и круговую цилиндрическую оболочку. Кроме того, предполагаем эти элементы тонкими, для чего считаем, что по их толщине укладывается не менее 10 длин волн.

Падающая на механическую преграду звуковая волна генерирует в последней изгибные колебания, которые при определенных условиях могут привести к возникновению локальных особенностей и, как следствие, к появлению необратимых деформаций и трещин. Речь идет о наличии волнового совпадения.

Возникающие изгибные колебания приводят к нарушению свойств элементов конструкции, уменьшению надежности и долговечности узлов и механизмов в целом. Особенно актуальным представляется решение данной

задачи для носителей кинетического момента, когда в условиях качающегося основания проявляются дополнительные вредные моменты на осях.

Решение задачи прохождения звуковой волны давления через плоскую преграду проиллюстрируем на широко используемой в акустике механической модели в виде изотропной упругой пластины постоянной жесткости и неограниченной по протяженности, разделяющей два акустических полупространства с одинаковыми характеристиками, например, воздух (рис.1). На лицевую поверхность пластины под углом θ падает плоская монохроматическая волна давления [1]

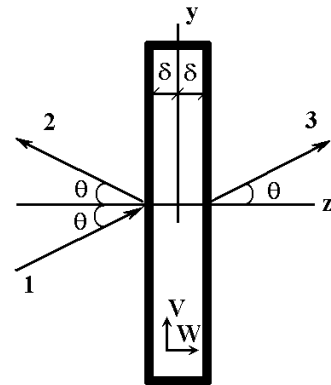


Рис. 1. Схема прохождения звуковой волны через

$$P_1 = P_{10} \exp i \left\{ \omega t - k_0 \left[(z + \delta) \cos \theta + y \sin \theta \right] \right\},$$

где ω – круговая частота в c^{-1} ; $k_0 = \omega c^{-1}$ – волновое число; c – скорость звука в воздухе; t – время; P_{10} – амплитуда давления в падающей звуковой волне; 2δ – толщина пластины; z – координата в направлении толщины пластины.

При принятых предположениях движение пластины будет происходить только в плоскости yOz , так как вдоль оси Ox давление на пластину постоянно и, таким образом, имеет место плоская ее деформация.

Давление P_2 в отраженной и P_3 прошедшей волнах определяется соответственно выражениями –

$$P_2 = P_{20} \exp i \left\{ \omega t - k_0 \left[-(z + \delta) \cos \theta + y \sin \theta \right] \right\};$$

$$P_3 = P_{30} \exp i \left\{ \omega t - k_0 \left[(z - \delta) \cos \theta + y \sin \theta \right] \right\}.$$

Для рассматриваемого случая математическая модель движения пластины может быть представлена в форме Ламе:

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial \xi}{\partial y} + \mu \nabla^2 V = \rho_c \frac{\partial^2 V}{\partial t^2};$$

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial \xi}{\partial z} + \mu \nabla^2 W = \rho_c \frac{\partial^2 W}{\partial t^2},$$

где $\xi = \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z}$; $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$; V и W – смещения в направлении осей Oy

и Oz ; ρ_c – плотность материала пластины; $\lambda = E\tau[(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)]^{-1}$,

$\mu = E[2(1 + \sigma)]^{-1}$ – упругие постоянные Ламе; σ – коэффициент Пуассона;

E – модуль Юнга.

При принятых упрощениях изгибное движение пластины записывается в виде –

$$W = P_{10} \rho^{-1} \exp i(\omega t - k_0 y \sin \theta - \varphi) (\rho_1 \mu_1 \exp i \varphi_1 + \rho_2 \mu_2 \exp i \varphi_2),$$

где $\rho, \rho_1, \rho_2, \mu_1, \mu_2, \varphi, \varphi_1, \varphi_2$ – параметры движения [1].

Анализ структуры изгибного движения пластины при фиксированном угле $\theta = 0,985 \text{ рад}$ ($56,25^\circ$), дает возможность утверждать, что длина

изгибной волны λ в

пластине с увеличением

частоты ω непрерывно

изменяется и имеет сложную

зависимость с локальными

экстремумами, при этом

оставаясь симметричной

относительно оси ординат

(рис. 2, кривая 1). Между

экстремумами длина

изгибной волны убывает до

0,1 м (при $\omega = 20 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$ и $\omega = 25 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$).

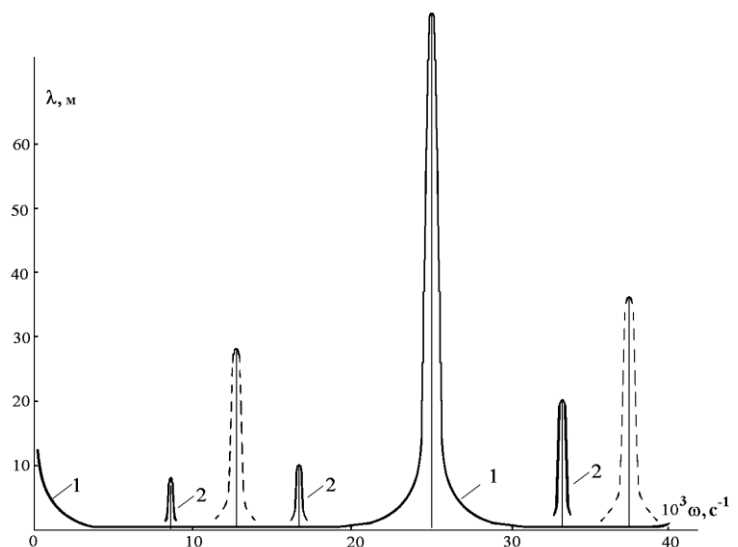


Рис. 2. Длина изгибной волны в пластине при акустическом нагружении

Факт существования нескольких локальных экстремумов связан, с одной стороны, с волновым характером процесса акустического нагружения, с другой – с наличием в математической модели комплексных величин (например, модуля Юнга, цилиндрической жесткости, коэффициента потерь). Очевидно, что средняя мощность процесса изгибных колебаний распределяется неравномерно по частоте ω падающей волны. Так, например, при $\omega = 8,4 \cdot 10^3 \text{ c}^{-1}$, $\omega = 16,6 \cdot 10^3 \text{ c}^{-1}$ и $\omega = 33,4 \cdot 10^3 \text{ c}^{-1}$ в спектре генерируемых колебаний наблюдается наложение двух форм, отличающихся по амплитуде и протяженности (рис. 2, кривые 2).

Пунктирная линия на рис. 2 определяет моменты прохождения резонансных областей на частотах $\omega = 12,6 \cdot 10^3 \text{ c}^{-1}$ и $\omega = 37,6 \cdot 10^3 \text{ c}^{-1}$. Здесь наблюдается модуляция изгибных колебаний основной частоты другой периодической функцией.

При частоте $\omega = 0,4 \cdot 10^3 \text{ c}^{-1}$ фаза колебаний пластины изменяется на π рад.

С ростом частоты падающей волны амплитуда изгибных колебаний убывает по экспоненциальному закону, а при увеличении угла θ растет по абсолютному значению, что объясняется усилением влияния антисимметричной составляющей звукового давления и, как следствие, неизбежной «раскачкой» пластины в направлении нормали к ее поверхности. Интенсификация изгибного движения вызывает более мощную перекачку звуковой энергии из одного полупространства в другое.

На практике редко приходится иметь дело с акустическим воздействием в виде одной волны. Более приближенным к натурным условиям есть случай диффузного поля. Проведя осреднение по Пэрису, можно обобщить полученные результаты, то есть определить, что

$$W_{\text{диф}} = 2 \int_0^{7,5\pi/16} W \cos \theta \sin \theta d\theta.$$

Чтобы уточнить структуру генерируемых в пластине колебаний с учетом ее геометрических размеров, достаточно ее прогиб $W(x, y)$ представить двойным рядом по нормальным функциям [2]

$$W(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (m=1, 2, \dots; n=1, 2, \dots)$$

где m, n – числа полуволен изгиба вдоль осей Ox и Oy . Тогда уравнения собственного и вынужденного движения пластины примут вид –

$$\begin{aligned} \mu \ddot{W}_{mn} + D\pi^4 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 W_{mn} &= 0; \\ \mu \ddot{W}_{mn} + D\pi^4 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 W_{mn} &= Q_{mn}, \end{aligned}$$

где $D = E(2\delta)^3 [12(1 - \sigma^2)]^{-1}$ – цилиндрическая жесткость пластины; μ –

масса единицы площади; $Q_{mn} = \int_0^a \int_0^b P_1(x, y, t) \sin \frac{m_1\pi x}{a} \sin \frac{n_1\pi y}{b} dx dy$; m_1 и n_1 –

числа полуволен акустического воздействия.

Из условия экстремальных свойств колеблющейся пластины, без учета диссипации энергии, получим закон изгибных колебаний для трех случаев энергетического состояния:

- $m_1 = m$; $n_1 = n$ (пространственно-частотный резонанс)

$$W = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} P_{10} \rho(t) \left[\mu (\omega_{mn}^2 - \omega^2) A_1 \right]^{-1} A_2 \exp i\varphi_1 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b};$$

- $m_1 = m$; $n_1 \neq n$ (неполный пространственно-частотный резонанс)

$$W = P_{10} \rho(t) \left[\pi \mu (\omega_{mn}^2 - \omega^2) (n^2 - n_1^2) A_1 \right]^{-1} 2A_2 n \sin \frac{n_1}{\pi} \exp i\varphi_2 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b};$$

- $m_1 \neq m$; $n_1 \neq n$ (частотный резонанс)

$$\begin{aligned} W &= 4P_{10} \rho(t) \left[\pi^2 \mu (\omega_{mn}^2 - \omega^2) (m^2 - m_1^2) (n^2 - n_1^2) A_1 \right]^{-1} \times \\ &\times A_2 m n \sin \frac{m_1}{\pi} \sin \frac{n_1}{\pi} \exp i\varphi_1 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, \end{aligned}$$

где $\omega_{mn} = \pi^2 [D\mu^{-1}]^{\frac{1}{2}} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)$ – собственная частота изгибных колебаний

пластины; $\rho_t = \left[(\cos \omega t - \cos \omega_{mn} t)^2 + \left(\sin \omega t - \frac{\omega}{\omega_{mn}} \sin \omega_{mn} t \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$; A_1, A_2 – полиномы [2].

Числовой анализ показывает, что пластина имеет максимальные прогибы на первой форме колебаний ($m = m_1 = 1$; $n = n_1 = 1$) (рис.3). Высшие формы имеют более сложную геометрию. Так, при $m = m_1 = 1$, пластина имеет два разнополярных экстремума (рис.4), а при $m = m_1 = 1$, $n = n_1 = 3$ – три (рис.5). Очевидно, что число экстремумов определяется произведением mn .

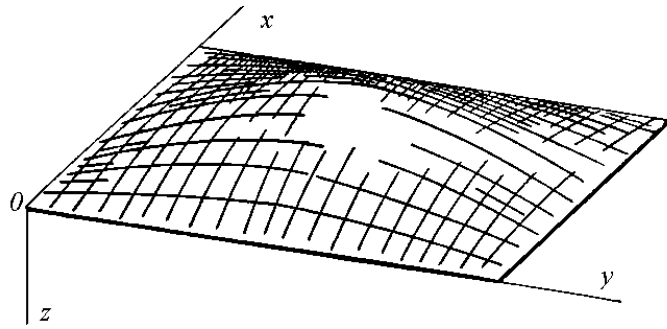


Рис. 3. Прогиб пластины на первой форме колебаний: $m = m_1 = 1$; $n = n_1 = 1$

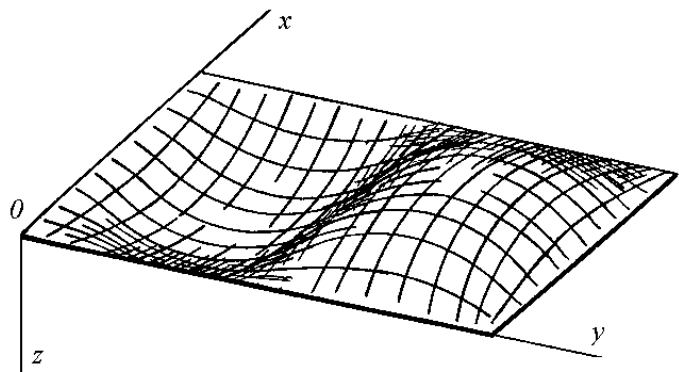


Рис. 4. Прогиб пластины на второй форме колебаний: $m = m_1 = 1$; $n = n_2 = 2$

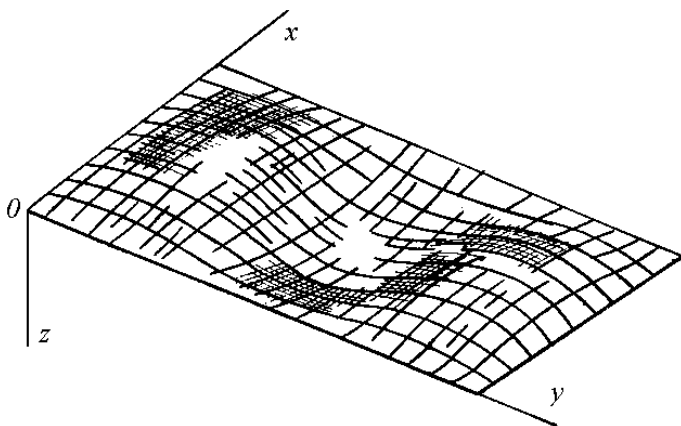


Рис. 5. Прогиб пластины на третьей форме колебаний: $m = m_1 = 1$; $n = n_3 = 3$

Нечетные формы колебаний способствуют более интенсивной перекачке звуковой энергии из одного полупространства в другое, а с наступлением равенства $\omega_{mn} = \omega$ пластина становится акустически прозрачной.

С увеличением номера формы колебаний амплитуда изгибной волны

имеет тенденцию к уменьшению. Сравнительный анализ для трех случаев энергетического состояния показывает, что изгиб пластины при пространственно-частотном резонансе в среднем в 10^7 раз больше, чем при частотном резонансе. Неполный пространственно-частотный резонанс занимает промежуточное положение.

Рассмотрим динамическое состояние цилиндрической оболочки в более общем случае воздействия на нее акустического возмущения, а именно – при наклонном падении под произвольным углом θ на наружную ее поверхность плоской звуковой волны давления.

Для простоты будем предполагать идентичность физико-механических свойств среды внутри и снаружи оболочки. С этой целью считаем равными волновые числа k_i и значения акустического сопротивления обеих сред, т.е. $k_1 = k_2 = k = \frac{\omega}{c}$, $\rho_1 c_1 = \rho_2 c_2 = \rho c$ (здесь ω – круговая частота падающей волны; $c_{1,2}$ – скорости распространения звука соответственно во внутренней и внешней областях; $\rho_{1,2}$ – плотности сред).

При описании математической модели деформируемого состояния оболочки используем цилиндрическую систему координат. Ось z (ось аппликата) совместим с продольной осью оболочки, а угол φ (азимут) будем отсчитывать от базового радиуса нулевого поперечного сечения. С учетом малости толщины полярный радиус r считаем равным радиусу средней линии оболочки.

Дифференциальные уравнения движения тонкой упругой цилиндрической оболочки при падении на нее под произвольным углом плоской звуковой волны давления имеют вид[3]:

$$\begin{aligned} \omega^2 \rho_M U^* + E_1 \left[\frac{\partial^2 U^*}{\partial z^2} + (2r^2)^{-1} (1 - \sigma) \frac{\partial^2 U^*}{\partial \varphi^2} + (2r)^{-1} (1 + \sigma) \frac{\partial^2 V^*}{\partial \varphi \partial z} + \sigma r^{-1} \frac{\partial W^*}{\partial z} \right] = \\ = 2^{-1} (1 - \sigma)^{-1} i \omega \sigma \frac{\partial P_c}{\partial z}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \omega^2 \rho_M V^* + E_1 \left[r^{-2} \frac{\partial^2 V^*}{\partial \phi^2} + 2^{-1} (1 - \sigma) \frac{\partial^2 V^*}{\partial z^2} + (2r)^{-1} (1 + \sigma) \frac{\partial^2 U^*}{\partial \phi \partial z} \right] + \\
 & + [8r^4 (1 - \sigma)]^{-1} E_1 h^2 \sigma \left(\frac{\partial^3 W^*}{\partial \phi^3} + \frac{\partial W^*}{\partial \phi} \right) = [2r(1 - \sigma)]^{-1} i \omega \sigma \frac{\partial P_c}{\partial \phi}; \\
 & \omega^2 \rho_M W^* - E_1 \left[r^{-1} \sigma \frac{\partial U^*}{\partial z} + r^{-2} \frac{\partial V^*}{\partial \phi} + r^{-2} W^* \right] - 24^{-1} (1 - \sigma)^{-1} h^2 E_1 \times \\
 & \times \left[2(1 - \sigma) \left(\frac{\partial^4 W^*}{\partial z^4} + 2r^{-1} \frac{\partial^4 W^*}{\partial \phi^2 \partial z^2} + z^{-4} \frac{\partial^4 W^*}{\partial \phi^4} + r^{-4} \right) \times \right. \\
 & \quad \left. \times (4 - \sigma) \frac{\partial^2 W^*}{\partial \phi^2} + (2 + \sigma) r^{-4} W^* \right] = \\
 & = i \omega h^{-1} \left[P_a + (1 - 2\sigma)(1 - \sigma)^{-1} r^{-1} h P_c \right]. \tag{1}
 \end{aligned}$$

где $P_a = P_2 - P_1$, $P_c = 2^{-1}(P_2 + P_1)$ – антисимметричная и симметричная составляющие звукового давления; P_2 – полное звуковое давление вне оболочки; P_1 – звуковое давление внутри оболочки; $E_1 = E(1 - \sigma^2)^{-1}$ – модуль упругости для тонкой пластины; E – модуль упругости материала; σ – коэффициент упругости Пуассона; r – радиус оболочки; h – толщина оболочки, причем $h/r \ll 1$; U^*, V^*, W^* – составляющие колебательной скорости элемента оболочки вдоль образующей, касательной и радиуса соответственно.

При этом граничные условия

$$\begin{aligned}
 (i\omega\rho_1)^{-1} \frac{\partial P_1}{\partial r_1} \Big|_{r_1=r} &= (i\omega\rho_2)^{-1} \frac{\partial P_2}{\partial r_1} \Big|_{r_1=r}; \\
 (i\omega\rho_1)^{-1} \frac{\partial P_1}{\partial r_1} \Big|_{r_1=r} &= -W^*.
 \end{aligned}$$

Знак минус в последнем выражении обозначает, что антисимметричная составляющая звукового давления определяется в виде

разности наружного и внутреннего давлений, вследствие чего положительная радиальная составляющая колебательной скорости оболочки оказывается направленной вовнутрь, в то время как положительные колебательные скорости среды внутри и вне оболочки, определяемые через радиальные производные от соответствующих звуковых давлений, направлены наружу.

Звуковое поле внутри оболочки, является всюду конечным,

$$P_1(r, \varphi, z) = \exp(ikz) \sum_{n=a}^{\infty} A_n l_n(\mu_1 r) \cos n\varphi.$$

Тогда поле вне оболочки можно представить как результат наложения звукового поля падающей волны P_0 и полного, рассеянного оболочкой, $P_{\text{изл}}$:

$$\begin{aligned} P_2(r, \varphi, z) &= P_0(r, \varphi, z) - P_{\text{изл}}(r, \varphi, z) = \\ &= \exp(ikz) \sum_{n=0}^{\infty} \left[\varepsilon_n i^n l_n(\mu_2 r) - B_n H_n^{(1)}(\mu_2 r) \right] \cos n\varphi. \end{aligned}$$

С учетом изложенного, антисимметричная и симметричная составляющие давления равны:

$$P_a = \exp(ikz) \sum_{n=0}^{\infty} \left[\varepsilon_n i^n l_n(\mu_2 r) - A_n l_n(\mu_1 r) - B_n H_n^{(1)}(\mu_2 r) \right] \cos n\varphi;$$

$$P_c = \frac{1}{2} \exp(ikz) \sum_{n=0}^{\infty} \left[\varepsilon_n i^n l_n(\mu_2 r) + A_n l_n(\mu_1 r) - B_n H_n^{(1)}(\mu_2 r) \right] \cos n\varphi.$$

Решая систему (1), математическую модель движения элемента упругой цилиндрической оболочки вдоль образующей, касательной и радиуса можно представить в виде:

$$\begin{aligned} U(r, \varphi, z) &= 2(-i\omega\pi\mu_2 r)^{-1} \exp(ikz) \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n \alpha_n \cos n\varphi \times \\ &\times \left\{ \beta_n H_n^{(1)}(\mu_2 r) \left[z_s^{(1)} + z_s^{(2)} + z_n \right] \right\}^{-1} P_{10}; \end{aligned}$$

$$V(r, \varphi, z) = 2(-i\omega\pi\mu_2 r)^{-1} \exp(ikz) \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^{n-1} \gamma_n \sin n\varphi \times$$

$$\times \left\{ \beta_n H_n^{(1)}(\mu_2 r) \left[z_s^{(1)} + z_s^{(2)} + z_n \right] \right\}^{-1} P_{10};$$

$$W(r, \varphi, z) = 2(-i\omega\pi\mu_2 r)^{-1} \exp(ikz) \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^{n-1} \cos n\varphi \times$$

$$\times \left\{ H_n^{(1)}(\mu_2 r) \left[z_s^{(1)} + z_s^{(2)} + z_n \right] \right\}^{-1} P_{10},$$

где U , V , W – перемещения поверхности оболочки; I_n , H_n – функции Бесселя 1-го и 3-го рода; P_{10} P_{10} – амплитуда возмущающего звукового давления;

$$\alpha_n = \begin{vmatrix} 2^{-1}krn(1+\sigma) & \sigma kr \\ \mu_{np}^2 - n^2 - 2^{-1}k^2r^2(1-\sigma) & (8r^2)^{-1}(1-\sigma)^{-1} \left[h^2n^2\sigma(n-1) \right] - n \end{vmatrix};$$

$$\beta_n = \begin{vmatrix} \mu_{np}^2 - k^2r^2 - 2^{-1}n^2(1-\sigma) & 2^{-1}krn(1+\sigma) \\ 2^{-1}krn(1+\sigma) & \mu_{np}^2 - n^2 - 2^{-1}k^2n^2(1-\sigma) \end{vmatrix};$$

$$\gamma_n = \begin{vmatrix} \mu_{np}^2 - k^2r^2 - 2^{-1}n^2(1-\sigma) & \sigma kr \\ 2^{-1}krn(1+\sigma) & (8r^2)^{-1}(1-\sigma)^{-1} \left[h^2n^2\sigma(n-1) \right] - n \end{vmatrix}.$$

Используя формулы Ламе, можно вычислить напряжения в материале упругой оболочки при акустическом воздействии [4].

Приведенные выше математические модели деформированного состояния конструкций позволяют также решать задачи оптимизации шумопоглощения.

Литература

1. V.V. Karachun, V.N. Mel'nick, I. Korobiichuk, M. Nowicki, R. Szewczyk, S. Kobzar The Additional Error of Inertial Sensors Induced by Hypersonic Flight Conditions / Sensors – 2016, 16 (3), 299; doi: 10.3390/9 16030299.
2. Карачун В.В., Мельник В.Н. Возникновение резонанса в акустической среде подвеса поплавкового гироскопа / Восточно-Европейский

журнал передовых технологий. – 2016. - № 1/7 (79). – С. 39-44. DOI:
10.15587/1729-4061.2016.59892

3. Мельник В.Н., Карачун В.В. Снижение технологических рисков гиперзвуковой аэронавигации / Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2015. - № 4/7 (76). – С. 57-61. DOI:
10.15587/1729-4061.2015.47787
4. Мельник, В.Н. Возникновение акустической вибрации в круглой пластине. Нестационарная задача [Текст] / В.Н. Мельник, Г.В. Бойко // Вісник двигунобудування. – 2016, №2/2016. – С. 81-86.