

Технічні науки

УДК 66.061.1

Мельник Вікторія Миколаївна

доктор технічних наук, професор,

завідувач кафедри біотехніки та інженерії,

Національний технічний університет України

"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"

Мельник Виктория Николаевна

доктор технических наук, профессор,

заведующий кафедры биотехники и инженерии,

Национальный технический университет Украины

"Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского"

Mel'nick Victoria

Doctor of Technical Sciences, Professor,

Head of the Department of Bioengineering and Biotechnics

National Technical University of Ukraine

"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

Ружинська Людмила Іванівна

кандидат технічних наук, доцент,

доцент кафедри біотехніки та інженерії

Національний технічний університет України

"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"

Ружинская Людмила Ивановна

кандидат технических наук, доцент,

доцент кафедры биотехники и инженерии,

Национальный технический университет Украины

"Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского"

Ruzhinskaya Lyudmyla

*Candidate of Technical Sciences, Associate Professor
National Technical University of Ukraine
"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"*

Андрук Микола Миколайович

магістр

*Національного технічного університету України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"*

Андрук Николай Николаевич

магістр

*Национального технического университета Украины
"Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского"*

Andruk Mykola

Master of the

*National Technical University of Ukraine
"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"*

Остапенко Жанна Ігорівна

магістр

*Національного технічного університету України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"*

Остапенко Жанна Игоревна

магістр

*Национального технического университета Украины
"Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского"*

Ostapenko Zhanna

Master of the

*National Technical University of Ukraine
"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"*

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРОДИНАМІКИ ТА
МАСООБМІНУ ПРИ ЕКСТРАКЦІЇ БАВ З РОСЛИННОЇ СИРОВИНИ
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИКИ И
МАСООБМЕНА ПРИ ЭКСТРАКЦИИ БАВ ИЗ РАСТИТЕЛЬНОГО
СЫРЬЯ
MATHEMATICAL MODELING OF HYDRODYNAMICS AND MASS
TRANSFER IN EXTRACTION OF BAS FROM PLANT RAW
MATERIALS**

***Анотація.** Проведено теоретичні дослідження екстракції БАВ з рослинної сировини. Побудовано математичні моделі масообміну та гідродинаміки, що дозволяють прогнозувати ефективні режими роботи екстракційного обладнання.*

***Ключові слова:** екстракція, БАВ, рослинна сировина, віброперемішування, масоперенос.*

***Аннотация.** Проведены теоретические исследования экстракции БАВ из растительного сырья. Построены математические модели масообмена и гидродинамики, которые позволят прогнозировать эффективные режимы работы экстракционного оборудования.*

***Ключевые слова:** экстракция, БАВ, растительное сырьё, виброперемешивание, масоперенос.*

***Summary.** The theoretical study of extraction of BAS from plant material is given. Mathematical models of mass transfer and hydrodynamics allows predict the effective modes of extraction equipment.*

***Key words:** extraction, BAS, plant raw materials, vibration displacement, mass transfer.*

Вступ. У фармацевтичній, харчовій, біотехнологічній галузях виробництва широко використовуються процеси екстракції цільових продуктів із сировини рослинного і тваринного походження. Масоперенос при екстракції цільових продуктів з рослинної сировини складається з процесу масовіддачі від поверхні матеріалу в екстрагенти, та переносу цільового продукту всередині матеріалу.

Для інтенсифікації процесів екстракції цільового продукту з рослинної сировини запропоновані різноманітні конструкції екстракторів: віброекстрактори, екстрактори з використанням кавітації, ультразвукових коливань, мікрохвильові екстрактори, екстрактори з комбінованим введенням енергії [1, 2].

На наш погляд найбільш перспективним є екстрактор з комбінованим введенням енергії від віброперемішуючого пристрою та генератора ультразвукових коливань.

Об'єкт досліджень. *Об'єктом дослідження* слугує процес екстракції БАР з рослинної сировини в екстракторі з віброперемішуванням.

Мета і задачі досліджень. Мета даної роботи полягає в дослідженні екстракції БАР з рослинної сировини шляхом математичного моделювання.

Для досягнення поставленої мети необхідно виконати такі задачі:

1. Побудувати математичну модель руху рідини через шар подрібненої рослинної сировини в умовах віброперемішування.
2. Побудувати математичну модель масопереносу, що протікає в умовах віброперемішування.

Аналіз літературних даних. Інтенсивність проведення процесу екстракції залежить від гідродинаміки руху екстрагенту в екстракторі, поверхні масовіддачі, розподілу концентрацій цільового продукту в екстрагенті.

В більшості існуючих екстракторів для переробки сировини рослинного походження вилучення цільового продукту відбувається шляхом проходження екстрагенту через шар подрібненої сировини [3]. Для інтенсифікації процесу масовіддачі від поверхні сировини в екстрагент використовується віброперемішуючий пристрій [1], який створює режим знакозмінного руху екстрагента в результаті якого руйнується приграничний шар і зменшується опір переносу цільового продукту.

Зважаючи на складний характер гідродинамічних та масообмінних процесів, що відбуваються в екстракторах з комбінованим введенням енергії в літературі практично відсутній їх математичний опис.

Для успішного проектування екстракційного обладнання та прогнозування ефективних режимів його роботи необхідно створити математичні моделі процесів гідродинаміки та масопереносу, що протікають в цьому обладнанні [4-6].

Викладення основного матеріалу. Шар частинок твердого матеріалу розміщений на сітчастому днищі корзини, що закріплено на штоку, який здійснює зворотно-поступальний рух у вертикальному циліндричному апараті, заповненому рідиною (екстрагентом) рис 1.

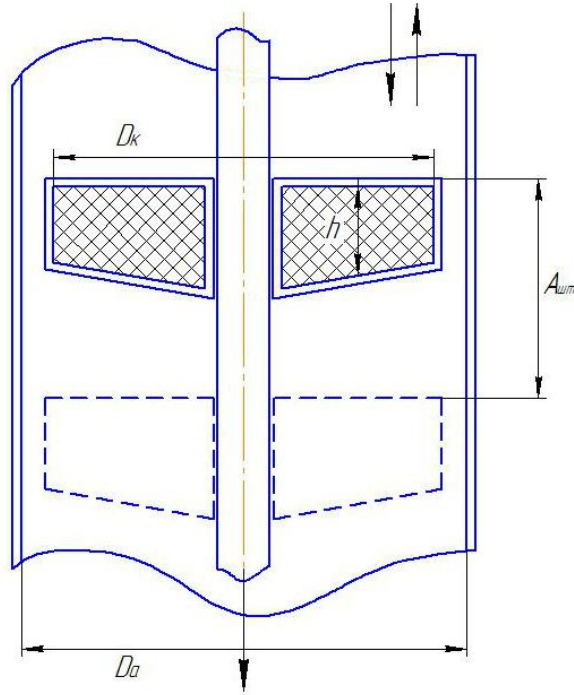


Рис. 1. Конструкція апарату

В процесі руху штоку рідина проходить через шар твердих частинок і збагачується цільовим продуктом шляхом екстракції. Швидкість руху штоку змінюється за рівнянням:

$$W = W_{max} \cdot \sin \varphi \quad (1)$$

Позначимо період руху штоку T , а частоту руху $\omega = \frac{2\pi}{T}$, тоді швидкість руху штоку:

$$W = W_{max} \cdot \sin(\omega t) \quad (2)$$

де W_{max} – максимальне значення, яке приймає швидкість в процесі руху штоку.

Переміщення корзини в напрямку координати z в залежності від часу:

$$z = \frac{A_{um}}{2} (1 - \cos(\omega t)) \quad (3)$$

Швидкість переміщення корзини:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{A_{um} \cdot \omega}{2} \sin(\omega t) \quad (4)$$

Оскільки швидкість корзини і штоку однакові:

$$W_{max} = \frac{A_{um} \cdot \pi}{T} \quad (5)$$

Якщо період руху штоку складає T , швидкість приймає максимальне значення за модулем при умові, що $\sin \omega t = \pm 1$.

Отже:

$$\omega t = \frac{\pi}{2}, \quad t = \frac{T}{4},$$
$$\omega t = \frac{3\pi}{2}, \quad t = \frac{3T}{4}.$$

Рух рідини через шар твердих частинок можна розглянути на основі моделі фільтрації при умові, що шар осаду сформований [7, 8].

Запишемо диференціальне рівняння, що описує зміну тиску в часі по висоті шару твердих частинок [4, 5]:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \bar{b} \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \quad (6)$$

У початковий момент часу руху корзини з шаром твердих частинок розподілення тиску в шарі частинок можна виразити рівнянням:

$$P(z, 0) = P_1 \frac{z}{h} \quad (7)$$

Тиск на границях шару твердих частинок визначається з виразів:

$$P(0, t) = 0 \quad (8)$$

$$p(h, t) = P_1 + P_a \cdot \sin(\omega t) \quad (9)$$

Коефіцієнт \bar{b} , який характеризує проникність осаду та здатність осаду до стиснення [5, 6], визначаємо за рівнянням:

$$\bar{b} = \frac{\bar{G}}{\mu \bar{r}},$$

\bar{r} – середній питомий коефіцієнт опору осаду;

μ – коефіцієнт динамічної в'язкості;

\bar{G} – середній модуль стиснення осаду.

В результаті розв'язку рівнянь (6)-(9) [7, 8] знайдені вирази для визначення витрати тиску при зворотно-поступальному русі рідини через шар твердих частинок:

$$P(z,t) = [P_1 + P_a \sin(\omega t)] \frac{z}{h} - \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{8P_a \exp\left[-\frac{\pi^2(2n-1)^2 \bar{b}t}{h^2}\right]}{\pi^3(2n-1)^3} - \frac{\frac{\pi^2 n^2 \bar{b} P_a}{h^2} \sin(\omega t - \varphi) + \frac{2P_a \sin(\omega t)}{\pi n} (-1)^{n-1} - \frac{\frac{\pi^2 n^2 \omega \bar{b} P_a}{h^2} \exp\left(-\frac{\pi^2 n^2 \bar{b}t}{h^2}\right)}{\left(\frac{\pi^2 n^2 \bar{b}}{h^2}\right)^2 + \omega^2} \right] \cdot \sin\left(\frac{\pi n}{h} z\right) \quad (10)$$

При умові, що залежність перепаду тиску по висоті шару твердих часточок виникає тільки у результаті руху штоку $P_1 = 0$, а рівняння (10) приймає вигляд:

$$P(z,t) = \frac{z}{h} \cdot P_a \sin(\omega t) - \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{2P_a \sin(\omega t)}{\pi n} (-1)^{n-1} - \frac{\frac{\pi^2 n^2 \bar{b} P_a}{h^2} \sin(\omega t - \varphi) - \frac{\frac{\pi^2 n^2 \omega \bar{b} P_a}{h^2} \exp\left(-\frac{\pi^2 n^2 \bar{b}t}{h^2}\right)}{\left(\frac{\pi^2 n^2 \bar{b}}{h^2}\right)^2 + \omega^2} \right] \cdot \sin\left(\frac{\pi n}{h} z\right) \quad (11)$$

$$\varphi_1 = \arctg \frac{\omega}{\frac{\pi^2 n^2 \bar{b}}{h^2}}$$

Для визначення швидкості рідини на виході з шару твердих частинок при умові зворотно-поступального руху штоку запишемо рівняння наведене в [7, 8].

$$W_{max} = \frac{1}{\mu \bar{r}} \left\{ \frac{P_1 + P_a \sin(\omega t)}{h} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8P_a \exp\left[\frac{\pi^2(2n-1)^2 \bar{b}t}{h^2}\right]}{h\pi^2(2n-1)^3} n - \frac{\frac{\pi^3 n^3 \bar{b} P_a}{h^3} \sin(\omega t - \varphi_1) + \frac{2P_a \sin(\omega t)}{\pi n} (-1)^{n-1} - \frac{\frac{\pi^3 n^3 \omega \bar{b} P_a}{h^3} \exp\left(-\frac{\pi^2 n^2 \bar{b}t}{h^2}\right)}{\left(\frac{\pi^2 n^2 \bar{b}}{h^2}\right)^2 + \omega^2} \right\} \quad (12)$$

За умови $P_1 = 0$ рівняння перетворюється до виду:

$$W_{max} = \frac{1}{\mu \bar{r}} \left\{ \frac{P_a \sin(\omega t)}{h} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\frac{\pi^3 n^3 P_a}{h^3} \sin(\omega t - \varphi_1) + \frac{2P_a \sin(\omega t)}{\pi n} (-1)^{n-1} + \frac{\frac{\pi^3 n^3 \omega \bar{b} P_a}{h^3} \exp\left(-\frac{\pi^2 n^2 \bar{b}t}{h^2}\right)}{\left(\frac{\pi^2 n^2 \bar{b}}{h^2}\right)^2 + \omega^2} \right] \right\} \quad (13)$$

Максимальна за модулем швидкість рідини на виході з шару твердих частинок досягається при значенні $t = \frac{T}{4}$, тобто при значеннях $\varphi = \omega t = \frac{\pi}{2}$:

$$W_{вих} = \frac{1}{\mu r} \left\{ \frac{P_a \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{h} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\frac{\pi^3 n^3}{h^3} P_a}{\sqrt{\left(\frac{\pi^2 n^2}{h^2} \bar{b}\right)^2 + \omega^2}} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1\right) - \frac{2P_a \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\pi n} (-1)^{n-1} + \frac{\frac{\pi^3 n^3}{h^3} \omega \bar{b} P_a}{\left(\frac{\pi^2 n^2}{h^2} \bar{b}\right)^2 + \omega^2} \exp\left(-\frac{\pi^2 n^2}{h^2} \bar{b} \frac{T}{4}\right) \right] \right\} \quad (14)$$

Вирази (13)-(14) дозволяють встановити залежність між максимальною швидкістю рідини на виході з шару твердих частинок і значенням тиску, який необхідно створити для проходження рідини через шар твердих частинок. Рівняння також враховує властивості рідини, висоту шару твердих частинок.

При зворотно-поступальному русі корзини рідина проходить через шар твердих частинок і збагачується цільовим продуктом. Поза шаром твердих частинок перенос цільового продукту в рідині відбувається за рахунок конвекції. Оскільки вектор руху рідини направлений переважно вздовж осі z – W_z рівняння конвективної дифузії приводиться до вигляду [9]:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + W_z \frac{\partial c}{\partial z} = 0 \quad (15)$$

$$z = 0, c = c_n, t = 0, c = f(z).$$

Швидкість рідини W_z в перерізі апарату при переміщенні корзини на відстань dz знайдемо з формули:

$$W_z = \frac{dV_p}{F_a dt} = \frac{F_a dz}{F_a dt} = \frac{dz}{dt} \quad (16)$$

де $dV_p = F_a dz$ – елементарний об'єм рідини, що відповідає переміщенню корзини на відстань dz ;

$$F_a = \frac{\pi D_a^2}{4} \text{ – площа перерізу апарату.}$$

З урахуванням співвідношення (4):

$$W_z = \frac{A_{um}}{2} \omega \cdot \sin(\omega t) \quad (17)$$

Розв'язок рівняння (15) шукаємо у вигляді виразу [5]:

$$c(z, t) = c_1(t) + c_2(z) \quad (18)$$

Після підстановки виразу (18) в рівняння (15), враховуючи вираз (17) для швидкості W_z :

$$\frac{1}{\frac{A_{um}}{2} \omega \cdot \sin(\omega t)} \cdot \frac{\partial c_1(t)}{\partial t} = -\frac{\partial c_2(z)}{\partial z} = a \quad (19)$$

З огляду на те, що a – постійна величина:

$$c_1(t) = \frac{A_{um} \cdot a}{2} \omega \int_0^t \sin(\omega t) dt = -\frac{a A_{um}}{2} \cos(\omega t) + b_1 \quad (20)$$

$$c_2(z) = -az + b_2 \quad (21)$$

Вираз для визначення розподілення концентрації цільового продукту в рідині має вигляд:

$$c(z, t) = -\frac{a A_{um}}{2} \cos(\omega t) - az + b \quad (22)$$

Значення постійних інтегрування a і b знаходимо з системи рівнянь:

$$\begin{cases} c_n = -\frac{a \cdot A_{um}}{2} \cos(\omega t) + b \\ f(z) = -\frac{a \cdot A_{um}}{2} - az + b \end{cases}$$

$$a = \frac{c_n - f(z)}{z + \frac{A_{um}}{2} (1 - \cos(\omega t))}$$

$$b = f(z) + \frac{c_n - f(z)}{z + \frac{A_{um}}{2} (1 - \cos(\omega t))} \cdot \left(\frac{A_{um}}{2} + z \right)$$

Остаточні вирази для визначення концентрації екстрагованої речовини в рідині:

$$c(z, t) = f(z) + \frac{[c_n - f(z)]}{z + \frac{A_{um}}{2} (1 - \cos(\omega t))} \cdot \left(\frac{A_{um}}{2} + z \right) - \frac{[c_n - f(z)]}{z + \frac{A_{um}}{2} (1 - \cos(\omega t))} \cdot \left(\frac{A_{um}}{2} \cdot \cos(\omega t) + z \right) \quad (23)$$

Після перетворень:

$$c(z,t) = f(z) + \frac{[c_n - f(z)] \cdot \left[\frac{A_{um}}{2} (1 - \cos(\omega t)) \right]}{z + \frac{A_{um}}{2} (1 - \cos(\omega t))} \quad (24)$$

Вираз (24) дозволяє визначити розподілення концентрації цільового продукту в рідині поза шаром твердих частинок в залежності від відстані між шарами твердих частинок, амплітуди і частоти знакозмінного руху штоку з закріпленими на ньому корзинами.

Висновки. Для інтенсифікації екстракції БАР з рослинної сировини нами запропонований екстрактор з віброперемішуванням, в якому забезпечується знакозмінний рух рідини через шар твердих частинок сировини.

Побудована математична модель руху рідини через шар подрібненої рослинної сировини в умовах віброперемішування розв'язання якої дозволяють встановити залежність між максимальною швидкістю рідини на виході з шару твердих частинок і значенням тиску, який необхідно створити для проходження рідини через шар твердих частинок. Рівняння також враховує властивості рідини, висоту шару твердих частинок.

Побудована математична модель масопереносу, що протікає в умовах віброперемішування, визначене розподілення концентрації цільового продукту в рідині поза шаром твердих частинок в залежності від відстані між шарами твердих частинок, амплітуди і частоти знакозмінного руху штоку з закріпленими на ньому корзинами.

Запропоновані математичні моделі можна використовувати при проектуванні екстракційного обладнання та прогнозування ефективних режимів його роботи.

Література

1. Зав'ялов В.Л. Розроблення високоефективної віброекстракційної літератури та перспективи її практичного використання / В.Л.

- Зав’ялов, Т.Г. Мисюра, Н.В. Попова, В.Е. Деканський // Вібрації в техніці та технологіях. - 2017 - №2 (85).
2. Беззубов А.Д. Ультразвук и его применение в пищевой промышленности / А.Д. Беззубов, Е.И. Гарлинская, В.М. Фридман // М: Пищевая промышленность, 1964. – 196 с.
 3. Пономарев В.Д. Экстракция лекарственного сырья / В.Д. Пономарев // М: Медицина, 1976. – 202 с.
 4. Chemat F. Ultrasound assisted extraction of food and natural products. Mechanisms, techniques, combinations, protocols and applications / F. Chemat, N. Rombaut, A.-G. Sicaire, A. Meullemiestre, A.-S. Fabiano-Tixier, M. Abert-Vian // Elsevier: Ultrasound Sonochemistry, 2017.
 5. Mandal S. C. Essentials of Botanical Extraction / C. S. Mandal, V. Mandal, A. K. Das // Academic Press, 2015. – 220 p.
 6. Hartland S. Counter-Current Extraction: An Introduction of the Design of Counter-Current Extraction / Hartland S. // Pergamot, 1970. – 280 p.
 7. Федоткин И.М. Математическое моделирование. Теория технологических процессов и их интенсификация / И.М. Федоткин, И.С. Гулый // Киев: Арктур-А, 1998. – 415 с.
 8. Федоткин И.М. Математическое моделирование технологических процессов / И.М. Федоткин, И.Ю. Бурлай, Н.А. Рюмкин // К: Техника, 2004. – 312 с.
 9. Новицкий Б.Г. Применение акустических колебаний в химико-технологических процессах [Текст] / Б.Г. Новицкий // М: Химия, 1983. – 192 с.