Технические науки

УДК 519.2

Аббасгулиев Айдын Сахим оглы
кандидат технических наук, доцент
Азербайджанский государственный университет
нефти и промышленности
Abbasguliev Aydin
Candidate of Technical Sciences, Associate Professor
Azerbaijan State Oil and Industrial University

Набиев Рауф Иззет оглы
кандидат технических наук, доцент
Азербайджанский государственный университет
нефти и промышленности
Nabiyev Rauf
Candidate of Technical Sciences, Associate Professor
Azerbaijan State Oil and Industrial University

Искендерова Тамам Теймур кызы
диссертант
Азербайджанского государственнрнр университетп
нефти и промышленности
Iskandarova Tamam
Candidate for a degreeof the
Azerbaijan State Oil and Industrial University

Ахмедова Нурана Бейбут кызы
ассистент
Азербайджанского государственнрнр университетп
нефти и промышленности

Ahmadova Nurana
Assistant of the
Azerbaijan State Oil and Industrial University

ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН С НЕЧЕТКИМИ ЗНАЧЕНИЯМИ
NUMERICAL CHARACTERISTICS OF RANDOM VARIABLES WITH FUZZY VALUES

Аннотация. *При анализе результатов статьи, полученных в ходе исследования, рассматривалась нечеткая версия очень важных численных характеристик.*

Ключевые слова: *нечеткие числа, нечеткое множество, случайная величина.*

Summary. *When analyzing the results of the article obtained during the research, a fuzzy version of very important numerical characteristics was considered.*

Key words: *fuzzy numbers, fuzzy set, random variables.*

Введение. В обычной теории множеств существуют несколько способов задания множества. Одним из них является задание с помощью характеристической функции.

В качестве универсального будет использовано множество всех действительных чисел. Характеристическая функция множества $A\subseteq U$ - это функция M_A, значения которой указывают, является ли $x\in U$ элементом множества A:

$$\text{if } x\in A \text{ then } M_A(x) = 1 \text{ və if } x \not\subset A \text{ then } M_A(x) = 0.$$

Особенностью этой функции является бинарный характер ее значений - 1 или 0.Здесь U - так называемое универсальное множество.

С точки зрения характеристической функции нечеткие множества являются естественным обобщением обычных множеств, когда мы отказываемся от бинарного характера этой функции и предполагаем, что она может принимать любые значения из отрезка [0, 1]. В теории нечетких множеств характеристическая функция называется функцией принадлежности, а ее значение M_A - степенью принадлежности элемента X нечеткому множеству A.

Более строго, нечетким множеством A называется совокупность пар $x \in U \{(x; M_A(x))\}$, где M_A - функция принадлежности:

$$M_A : U \rightarrow [0,1]. \qquad (1)$$

Если переменные даны не в числовом, а в обычном виде, а именно в виде слова, то используется понятие лингвистической переменной. Лингвистическую переменную можно определить как переменную, значениями (термами) которой являются не числа, а слова или предложения естественного (или формального) языка. Лингвистическая переменная задается в следущем виде:

- имя лингвистической переменной,
- терм-множество = норма, ниже нормы, выше нормы,
- синтаксическое правило , порождающее новые термы с использованием квантификаторов "и", "или", "не", "очень", "более-менее" и других;
- семантическое правило, которое строит функцию принадлежности по синтаксическому правилу универсальное множество.

Известно что, для математического описания объектов и процессов используется случайная величина. Это объясняется тем что, без проведения опыта объектов, процессов и событий, а также без инцидентов невозможно определить их свойства. Случайная величина является одним из ключевых понятий теории вероятностей /2/.

Надо отметить, что при формализции некоторых задач математического анализа и теории чисел более разумно рассматривать их в виде случайных величин в вероятностном пространстве/3/. Если (Ω, F, P) вероятностное пространство, то случайная величина называется такая функция X: Ω → R, F и σ- в соответствии с алгеброй R – будет измеримым.

Вероятностное поведение независимого элемента полностью описывается его распределением. Основываясь на этом классическом заключении, в статье нечеткое число было рассмотрено, как случайная величина и рассмотрено его нечеткое распределение. Актуальность такого подхода заключается в том, что до сих пор не был рассмотрен случай принятия случайной величиной нечеткого значения, хотя многие статьи посвящены случаям принятия случайной величиной дискретных, непрерывных и непрерывно-дискретных значений.

Кстати, один из самых классических примеров является определение координат (абсцисс и ординат) уничтожения пунктов стрельбы противника воздушными ударами. Этот случай с использованием случайных величин, связан с совместным анализом схем исследований и происходящих отдельно событий.

Рассмотрим некоторые из классических концепций, прежде чем переходить к проблеме. Как упоминалось выше, закон распределения полностью описывает случайную величину. Однако некоторые количественные характеристики распределения играют решающую роль в практическом изучении случайных величин. Более того, численные характеристики случайных величин имеют большое значение и в теоретических исследованиях.

Математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратичное отклонение и метод момента могут быть использованы для отображения важных характеристик случайного числа./4/

Предположим, что дискретная случайная величина X (x1, x2, ... ,xn) и задается ее закон распределения (вероятность появления)

$$P\ (p1,\ p2,\ \ldots,\ pn),\ \sum_{i=1}^{n} p_i = 1.$$

Тогда математическое ожидание дискретной случайной величины определяется следующим образом:$M(x)= \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$.

С точки зрения вероятности математическое ожидание характеризует среднее значение случайной величины. Следующее неравенство справедливо для всех возможных значений случайной величины:

$$Xmin \le Xi \le Xmax(i = 1, 2, \ldots, n).$$

Умножим эти неравенства на соответствующую $pi \ge 0$ и сложим все полученные неравенства:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{min} \times p_i \le \sum_{i=1}^{n} x_i \times p_i \le \sum_{i=1}^{n} x_{max} \times p_i.$$

Из-за возможности вывода постаянной величины перед знаком суммирования можно записать выражение в следущем виде:

$$x_{min} \times \sum_{i=1}^{n} p_i \le \sum_{i=1}^{n} x_i \times p_i \le x_{max} \times \sum_{i=1}^{n} p_i$$

и учитывая, что$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$, получаем

$$x_{min} \le M\ (X) \le x_{max} \qquad (2)$$

Итак, для вычисления математического ожидания вероятности произошедшего события вероятность была неучтена. Такая ситуация создает неопределенность и снижает точность результата. Наши исследования показали, что если рассматреть случайные величины как нечеткие числа и характеризовать их распределение не вероятностью, а с функцией принадлежности, то этот недостаток устраняется. Расмотрим классический пример для потверждения.

Допустим, X – количество выигрышей в лотерее и его закон распределения заключается в следующем:

X	0	10	20	50

P	0.5	0.25	0.15	0.1

Требуется найти математическое ожидание случайного числа X. По формуле (2) $0 \leq M(X) \leq 50$. Другими словами, на каком этапе какое событие произойдет неизвестно.

Рассмотрим теперь X как нечеткое множество и используя формулу (1) вычислим функцию принадлежности для X. Для простоты возьмем точки 0,5, 0,8 и 1 в качестве точек перехода. Тогда для интервала [0; 10]

MA (x) = 0/0.5 + 3/0.8 + 5/1 + 8/0.8 + 10/0.5.

По тому же правилу для интервала [10; 20]

MA (x) = 10/0.5 + 13/0.8 + 15/1 + 18/0.8 + 20/0.5,

для интервала [20; 50]

MA (x) = 20/0.5 + 25/0.8 + 35/1 + 40/0.8 + 50/0.5.

Как видно у нас есть возможность проанализировать не 4 события (0; 10; 20; 50), а 11 событий (без каких-либо изменений первоначального условия). Повышается точность подсчета и увеличивается варианты выигрыша (5/1, 15/1, 35/1).

Если мы описываем событие словами, а не цифрами, мы получаем больший диапазон и точность. Потому что информация в словах намного больше, чем информация в числах. Как упоминалось выше, если мы хотим увеличичть количество слов взятых из жножества терм, то используются квантификаторы.

Расчеты были сделаны также для дисперсии, среднеквадратичного отклонения и метода момента случайной величины с нечеткой характеристикой.

$$D(X) = \sum (x_i - M(X))^2 \times p_i \qquad (3).$$

Формулу (3) можно упрастить :

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X).$$

Дисперсия имеет важное значение для характеристики случайных величин. Дисперсией случайной величины называется математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания. Слово «дисперсия» означает «рассеяние», т.е., дисперсия характеризует рассеяние (разбросанность) значений случайной величины около ее математического ожидания.

Из определения следует, что дисперсия – это постоянная величина, т.е. числовая характеристика случайной величины, которая имеет размерность квадрата случайной величины.Следовательно,при малой дисперсии возможные значения случайной величины концентрируются около ее математического ожидания (за исключением, может быть, сравнительно малого числа отдельных значений). Если дисперсия D (X) велика, то это означает большой разброс значений случайной величины, концентрация значений случайной величины около какого-нибудь центра исключается.

Постановка задачи. Пусть случайные величины X и Y имеют следующее законы распределения

X	P	Y	P
-1	0.3	-10	0.4
0	0.15	5	0.2
1	0.3	10	0.4
4	0.25	-	-

1. Найти математические ожидания и дисперсии этих случайных величин.
2. Найти математические ожидания и дисперсии этих случайных величин с нечеткими значениями.
3. Сравнить полученные результаты первого варианта с результатами второго варианта.

Решение поставленной задачи. Воспользовавшись формулой для вычисления математических ожиданий, находим

$$M (X) = (- 1)\times 0.3 + 0\times 0.15 + 1\times 0.3 + 4\times 0.25 = 1,$$

$$M (У) = (-10) \times 0.4 + 5\times 0.2 + 10 \times 0.4 = 1.$$

Вычислим дисперсии заданных случайных величин

$$D (X) = (-1 – 1)^2\times 0.3 + (0 – 1)^2\times 0.15 +$$

$$+ (1 – 1)^2\times 0.3 + (4 –)^2\times 0.25 = 3.6$$

$$D (Y) = (- 10 – 1)^2\times 0.4 + (5 – 1)^2\times 0.2 +$$

$$+ (10 – 1)^2\times 0.4 = 55.2.$$

Сейчас рассмотрим случайные величины X и У с нечеткими значениями:

μ_X(x) = 0, если x < - 1 и x >4

= (x + 1) : 2, если – 1 ≤ x ≤ 1

= (4 – x) : 3, если 1≤ x ≤ 4.

$\mu_У$(x) = 0, если x < - 10 и x > 10,

= (x - 5) : 2, если – 10 ≤ x ≤ 5

= (10 – x) : 2, если 5 ≤ x ≤ 10.

Тогда X (x_1) = (x + 1) : 2 = x, X(x_2) = (4 – x) : 3 = x. Отсюда x_1 = 2x – 1 и x_2 = 4 – 3x.

Значить X = / 2x – 1; 4 – 3x /.

Таким же образом для случайной величины У с нечеткими значениями получаем У=/2x+ 5; 10–2x /.

Выводы.

1. Как принято для вычисления математического ожидания вероятности произошедшего события вероятность неучитывается. Такая ситуация создает неопределенность и снижает точность результата. Если рассматреть случайные величины как нечеткие числа и характеризовать их распределение не вероятностью, а с функцией принадлежности, то этот недостаток устраняется.

2. Математические ожидания случайных величин X и Y одинаковы, однако дисперсии различны. Дисперсия случайной величины X мала и мы видим, что ее значение сконцентрированы около ее математического ожидания M (X) = 1. Напротив, значения случайной величины У значительно рассеяны относительно M (У) = 1, а поэтому дисперсия D (Y) имеет большое значение.
3. Математические ожидания и дисперсии случайных величин X и Y с нечеткими значенимиодинаковы.

Литература

1. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений. – М., Мир, 1976 – 165 с.
2. Колмогоров А. Н., Основные понятия теории вероятностей, 2 изд., М., 1974.
3. Чернова Н. И. Теория вероятностей. — Учебное пособие. — Новосибирск: Новосибирский гос. ун-т, 2007. — 160 с.
4. Боровков А. А. Глава 4. Числовые характеристики случайных величин; — 5-е изд. — М.: Либроком, 2009. — 656 с.
5. Abbasguliev A.S. Application of linguistic variables for analysis ofelektrocardiography signals. ICAFS – 2010, Praqa, 2010.