Теорія автоматичного управління

УДК 62-52

Репнікова Наталія Борисівна
кандидат технічних наук, доцент,
доцент кафедри автоматики та управління
в технічних системах
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Ігнатовська Анастасія Олександрівна
студент
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Репникова Наталия Борисовна
кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры автоматики и управления
в технических системах
Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»
Игнатовская Анастасия Александровна
студент
Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»
Natalya Repnikova
PhD, associated professor
National Technical University of Ukraine
«Igor Sikorsky Kyiv Politechnic Institute»
Anastasiia Ihnatovska
student
National Technical University of Ukraine
«Igor Sikorsky Kyiv Politechnic Institute»

СИНТЕЗ ЦИФРОВИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ З ЗАДАНИМ РОЗТАШУВАННЯМ ПОЛЮСІВ

СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С ЗАДАННЫМ РАЗМЕЩЕНИЕМ ПОЛЮСОВ

SYNTHESIS DISCRETE CONTROL SYSTEM WITH ASSIGNED POSITION POLES

Анотація. В даній статті розглянуті проблеми синтезу цифрових систем керування з використанням методу зворотних зв'язків за станом. Для вирішення таких задач необхідно задати бажані корені характеристичного рівняння замкнутої системи. Для цифрових систем керування таке завдання є проблематичним.

Проаналізовано особливості вибору бажаного характеристичного рівняння замкнутої системи та досліджена залежність якості синтезованої системи від його параметрів.

Запропоновано аналітичне визначення бажаних характеристичних коренів цифрової системи, які забезпечують необхідну якість керованого процесу.

Для перевірки аналітичних виразів розроблені моделі цифрових систем керування за допомогою програмного пакету MATLAB/Simulink.

Ключові слова: змінна стану, керованість, час перехідного процесу.

Аннотация. В данной статье рассмотрены проблемы синтеза цифровых систем управления с использованием метода обратных связей по состоянию. Для решения таких задач необходимо задать желаемые корни характеристического уравнения замкнутой системы. Для дискретных систем управления такая задача является проблематичной.

Проанализированы особенности выбора желаемого характеристического уравнения замкнутой системы и исследована зависимость качества синтезированной системы от его параметров.

Предложено аналитическое определение желаемых характеристических корней цифровой системы, которые обеспечивают необходимое качество управляемого процесса.

Для проверки аналитических выражений разработаны модели цифровых систем управления при помощи программного пакета MATLAB / Simulink.

Ключевые слова: переменная состояния, управляемость, время переходного процесса.

Summary. In this article the problems of synthesis of discrete control systems with using the state feedback method were considered. To solve such problems, it is necessary to specify the desired roots of the characteristic equation of a closed system. For discrete control systems, this task is problematic.

The features of the choice of the desired characteristic equation of a closed system were analyzed and the dependence of the quality of the synthesized system on its parameters was investigated.

An analytical determination of the desired characteristic roots of the digital system, which provide the necessary quality of the controlled process was proposed.

For check analytical expressions, models of discrete control systems have been developed using the MATLAB / Simulink software package.

Key words: state variables, controllability, response time.

Вступ

Метод змінних за станом використовується для синтезу систем керування як для класу лінійних безперервних, так і для цифрових об’єктів керування.

На теперішній час існує достатня кількість публікацій та модифікацій даного методу. Так у [1, 2] описано використання методу для синтезу безперервних систем керування, а в [3] приведено застосування методу до синтезу цифрових систем.

Однак, якщо для безперервних систем існують рекомендації по вибору бажаних коренів характеристичного рівняння, такі як: біноміальний стандартний розподіл або розподіл Баттерворта, то для цифрових систем чіткого аналітичного обґрунтування вибору бажаних характеристичних коренів не існує.

Аналіз досліджень і публікацій дозволяє визначити основні шляхи удосконалення методу, а саме виведення аналітичних виразів для визначення бажаних коренів характеристичного рівняння, які забезпечують підвищення якості синтезованих систем керування.

Постановка та вирішення задачі

Задача синтезу цифрової системи вирішується у наступній постановці. Структура цифрової системи керування передбачається заданою у вигляді системи рівнянь, які задані у просторі станів виду.

$$\mathbf{X}[\mathrm{k}+1] \ = \ \mathbf{AX}[\mathrm{k}] + \mathbf{BU}[\mathrm{k}]$$

$$\mathbf{Y}[\mathrm{k}+1] \ = \mathbf{CX}[\mathrm{k}];$$

де $\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \cdots \\ x_n \end{pmatrix}$ – n-мірний вектор станів об'єкта управління;

$\boldsymbol{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \cdots \\ y_l \end{pmatrix}$ – l-мірний вектор змінних виходу;

$\boldsymbol{U} = \begin{pmatrix} u_1 \\ \cdots \\ u_m \end{pmatrix}$ – m-мірний вектор керуючих впливів;

$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$ - постійна матриця, що задає властивості об'єкта розмірністю $n * n$;

$\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nm} \end{pmatrix}$ - постійна матриця управління розмірністю $n * m$;

$\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{l1} & \cdots & b_{ln} \end{pmatrix}$ - постійна матриця виходу розмірністю $l * n$.

Будемо розглядати випадок одиничного управляючого впливу.

Об'єкт управління задовольняє умові повної керованості, тобто існує не вироджена матриця керованості $\boldsymbol{P} = (\boldsymbol{B} \ldots \boldsymbol{A}^{(n-1)}\boldsymbol{B})$, така що $rank(\boldsymbol{P}) = n$.

Задача обирання бажаних коренів характеристичного рівняння полягає в тому, щоб після синтезу регулятора забезпечити замкнутій системі задані динамічні характеристики.

Розглянемо аналітичне рішення задачі знаходження бажаних коренів характеристичного рівняння для забезпечення нульових усталеної помилки та перерегулювання і скорочення часу перехідного процесу.

Запишемо управління через зворотній зв'язок за станом:

$$\boldsymbol{U}(k) = -\boldsymbol{K}\boldsymbol{X}(k) \qquad (1)$$

У загальному вигляді матриця К має вигляд:

$$\boldsymbol{K} = (K_1(z_1, z_2, \ldots, z_n) K_2(z_1, z_2, \ldots, z_n) \ldots K_n(z_1, z_2, \ldots, z_n))$$

Для системи другого порядку загальний вигляд матриці К

$$\boldsymbol{K} = \left(K_1(z_1, z_2) K_2(z_1, z_2)\right)$$

Запишемо передавальну функцію вихідної замкнутої системи

$$W(z) = \boldsymbol{C} * (z * \boldsymbol{E} - \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{K})^{-1} * \boldsymbol{B} + \boldsymbol{D} \qquad (2)$$

У нашому випадку приймаємо, що матриця **D** дорівнює нулю, тому її не враховуємо. Обчислимо W(z) для системи другого порядку, за формулою (2).

Система з передавальною функцією другого порядку має такі матриці **A**, **B** та **C** у загальному вигляді.

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}; \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{pmatrix}; \boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \end{pmatrix}; \boldsymbol{D} = 0.$$

Передавальна функція замкнутої системи другого порядку через елементи матриць буде мати вигляд:

$$W(z) = \frac{z(c_{11}b_{11} + c_{12}b_{22}) + c_{12}b_{11}a_{21} + c_{11}b_{22}a_{12} - c_{12}b_{22}a_{11} - c_{11}b_{11}a_{22}}{K_1(b_{11}z - b_{11}a_{22} + b_{21}a_{12}) + K_2(b_{21}z - a_{11}b_{21} + b_{11}a_{21}) + z^2 - z(a_{22} - a_{11}) + a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}$$

Застосуємо теорему про кінцеве значення функції:

$\lim_{t\to\infty} \beta(t) = \lim_{z\to 1} \frac{z-1}{z} * \beta(z)$; де $\beta(z) = W(z) * \frac{z}{z-1}$;

(3)

$\lim_{z\to 1} \frac{z-1}{z} * W(z) * \frac{z}{z-1} =$

$\lim_{z\to 1} W(z) =$

$$\frac{c_{11}b_{11}+c_{12}b_{22}+c_{12}b_{11}a_{21}+c_{11}b_{22}a_{12}-c_{12}b_{22}a_{11}-c_{11}b_{11}a_{22}}{K_1(b_{11}-b_{11}a_{22}+b_{21}a_{12})+K_2(b_{21}-a_{11}b_{21}+b_{11}a_{21})+1-a_{22}-a_{11}+a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}}$$

Як відомо, цифрова система є стійкою, коли корені характеристичного рівняння лежать в околі одиничного радіуса. Запишемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} lim_{t\to\infty}\beta(t) = lim_{z\to 1}\frac{z-1}{z} * \beta(z) = 1 \\ z_1, z_2 < 1 \end{cases} \quad (4)$$

З виразу (3) можна записати:

$K_1(b_{11} - b_{11}a_{22} + b_{21}a_{12}) + K_2(b_{21} - a_{11}b_{21} + b_{11}a_{21}) = c_{11}b_{11} + c_{12}b_{21} + c_{12}b_{11}a_{21} + c_{11}b_{21}a_{12} - c_{12}b_{21}a_{11} - c_{11}b_{11}a_{22} - 1 + a_{22} + a_{11} - a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21}$

Отже, для системи другого порядку система рівнянь матиме вигляд:

$$\begin{cases} K_1(z_1, z_2) * \mathrm{N}_1 + K_2(z_1, z_2) * \mathrm{N}_2 = \mathrm{V} \\ z_1, z_2 < 1, \end{cases} \quad (5)$$

де

$N_1 = b_{11} - b_{11}a_{22} + b_{21}a_{12}$

$\mathrm{N}_2 = b_{21} - a_{11}b_{21} + b_{11}a_{21}$

$V_2 = c_{11}b_{11} + c_{12}b_{22} + c_{12}b_{11}a_{21} + c_{11}b_{22}a_{12} - c_{12}b_{22}a_{11} - c_{11}b_{11}a_{22} - a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21} + a_{22} + a_{11} - 1$

З системи рівнянь знаходимо бажані корені характеристичного рівняння замкнутої системи, які для одиничного стрибка забезпечують досліджуваній цифровій системі нульову сталу помилку та скорочення часу перехідного процесу.

Підтвердимо виконані розрахунки прикладом. Нехай задана передавальна функція неперервної системи.

$$\mathrm{W}_{\text{нч}}(s) = \frac{5}{(0.3s+1)(0.4s+1)}$$

Виконаємо синтез цифрової системи керування, методом синтезу зворотних зв'язків за станом, яка забезпечує нульову сталу помилку та скорочення часу перехідного процесу. Період квантування за часом 0.1 с.

Визначимо передавальну функцію приведеної безперервної частини цифрової системи.

$$\mathrm{W}_{\text{пбч}}(z) = \frac{0.172z + 0.1416}{z^2 - 1.495z + 0.558}$$

Перейдемо до векторно-матричної моделі цифрової системи.

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1.495 & -0.558 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};\ \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \end{pmatrix};\ \boldsymbol{C} = (0.3439 \quad 0.2831);\ \boldsymbol{D} = 0$$

Визначимо матриці зворотних зав'язків за станом з характеристичного рівняння.

$$|\boldsymbol{E}z - \boldsymbol{A} + \boldsymbol{BK}| = z^2 + z(-1.495 + 0.5K_1) + (0.5K_2 + 0.558)$$

$$K_1 = (1.495 - z_1 - z_2)/0.5$$

$$K_2 = (-0.558 + z_1 z_2)/0.5$$

Використовуючи систему рівнянь (5) знаходимо бажані корені z_1, z_2

$\mathrm{N}_1 = 0{,}5$; $\mathrm{N}_2 = 0{,}5$; $V = 0{,}2505$

При $z_1 = 0{,}5$, $z_2 = 0{,}373$

Кінцеве значення матриці зворотних зв'язків за станом дорівнює:

$$\boldsymbol{K} = (1{,}244 \quad -0{,}743)$$

Для перевірки отриманих результатів виконаємо моделювання цифрової системи з регулюючим пристроєм та вихідну систему для порівняння за допомогою прикладного пакету MATLAB.

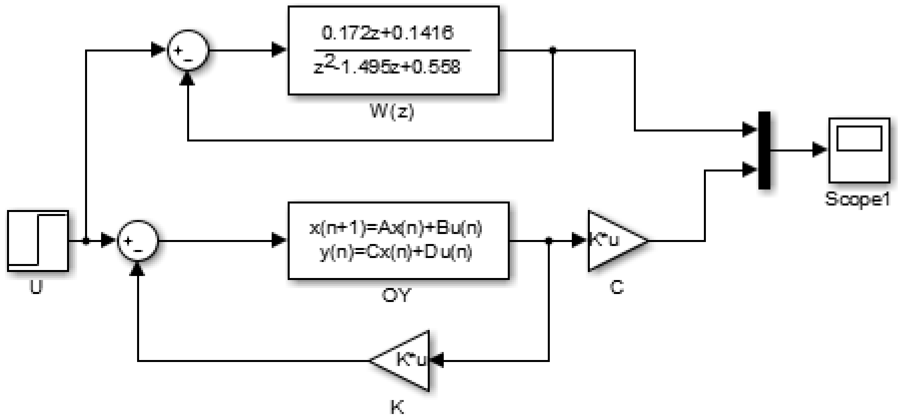

Рис. 1. Схема синтезованої моделі

Графіки перехідного процесу вихідної та синтезованої систем представлені на рисунку 2.

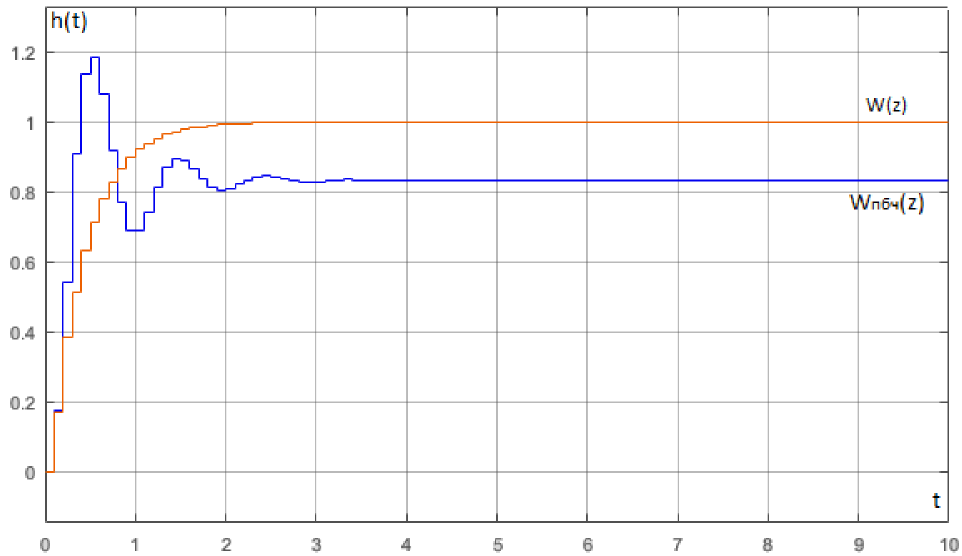

Рис. 2. Перехідні процеси вихідної та синтезованої систем

Як видно з отриманих результатів, даний метод синтезу дозволяє стабілізувати систему та звести помилку системи в усталеному режимі до нуля, забезпечує час регулювання рівний одній секунді та нульове перерегулювання.

Для системи з передавальною функцією третього порядку маємо такі матриці у загальному вигляді.

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix};\ \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ b_{31} \end{pmatrix};\ \boldsymbol{C} = (c_{11} \quad c_{12} \quad c_{13});\ \boldsymbol{D} = 0.$$

Для системи третього порядку загальний вигляд матриці **К**:

$$\boldsymbol{K} = (K_1(z_1, z_2, z_3) \quad K_2(z_1, z_2, z_3) \quad K_3(z_1, z_2, z_3)).$$

Обчислимо W(z), за формулою (2) поданою вище, застосуємо теорему про кінцеве значення функції (3) та за формулою (4), для передавальної функції третього порядку система рівнянь матиме вигляд:

$$\begin{cases} K_1(z_1, z_2, z_3) * N_1 + K_2(z_1, z_2, z_3) * N_2 + K_3(z_1, z_2, z_3) * N_3 = \mathrm{V} \\ z_1, z_2 < 1, \text{ де} \end{cases}$$

$N_1 = b_{11} - b_{11}(a_{33} + a_{22}) + b_{21}a_{12} + b_{31}a_{13} + b_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) + b_{21}(a_{32}a_{13} - a_{33}a_{12}) + b_{31}(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22})$

$N_2 = b_{21} - b_{21}(a_{33} + a_{11}) + b_{31}a_{23} + b_{11}a_{21} + b_{11}(a_{31}a_{23} - a_{23}a_{21}) + b_{21}(a_{11}a_{33} - a_{31}a_{13}) + b_{31}(a_{13}a_{21} - a_{11}a_{23})$

$N_3 = b_{31} - b_{31}(a_{11} + a_{22}) + b_{11}a_{31} + b_{21}a_{32} + b_{11}(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}) + b_{21}(a_{31}a_{12} - a_{32}a_{11}) + b_{31}(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})$

$V_3 = c_{11}N_1 + c_{12}N_2 + c_{13}N_3 + 1 + a_{11} + a_{22} + a_{33} - a_{11}a_{33} - a_{11}a_{22} - a_{22}a_{33} + a_{23}a_{32} + a_{21}a_{12} + a_{31}a_{13} + a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} + a_{31}a_{23}a_{12} - a_{12}a_{21}a_{33} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31}$

Оскільки визначення передавальної функції приведеної безперервної частини та перехід до векторно-матричної моделі і визначення матриць **A**, **B**, **C**, **D** ми виконуємо за допомогою MATLAB. То канонічні форми матриць **A**, **B**, **C**, **D** для передавальної функції порядку n матимуть вигляд.

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1(n-1)} & a_{1n} \\ a_{21} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n(n-1)} & 0 \end{pmatrix};$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} b_{11} \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$\boldsymbol{C} = (c_{11} \quad c_{12} \quad \cdots \quad c_{1n});$$

$\boldsymbol{D} = 0.$

Тоді формули для розрахунку N_n та V_n матимуть вигляд.

Для передавальної функції другого порядку:

$N_1 = b_{11} - b_{11} * 0 + b_{21}a_{12} = b_{11}$

$N_2 = 0 - a_{11} * 0 + b_{11}a_{21} = b_{11}a_{21}$

$V_2 = c_{11}b_{11} + c_{12} * 0 + c_{12}b_{11}a_{21} + c_{11} * 0a_{12} - c_{12} * 0 * a_{11} - c_{11}b_{11} * 0 - a_{11} * 0 + a_{12}a_{21} + 0 + a_{11} - 1 = c_{11}b_{11} + c_{12}b_{11}a_{21} + a_{12}a_{21} + a_{11} - 1 = c_{11}\mathrm{N}_1 + c_{12}\mathrm{N}_2 + a_{12}a_{21} + a_{11} - 1$

Для передавальної функції третього порядку:

$\mathrm{N}_1 = b_{11}$

$\mathrm{N}_2 = b_{11}a_{21}$

$\mathrm{N}_3 = b_{11}a_{21}a_{32}$

$V_3 = c_{11}N_1 + c_{12}N_2 + c_{13}N_3 + a_{13}a_{21}a_{32} + a_{12}a_{21} + a_{11} - 1$

Проаналізувавши формули розрахунку N_n та V_n для другого та третього порядків можна помітити закономірність. Отже формули у загальному вигляді для розрахунку N_n та V мають вигляд:

$$N_n = b_{11} \prod_{i=2}^{n} a_{i(i-1)} \qquad (6)$$

$$V_n = \sum_{i=1}^{n} (c_{1i}N_i + \Delta_i(-1)^{i+1}) - 1$$

Розрахувавши значення $\mathrm{N_n}$ та $\mathrm{V_n}$ складаємо систему рівнянь для перехіної функції n-того порядку.

$$\begin{cases} \mathrm{N}_1 K_1 = \mathrm{V}_1 \\ \mathrm{N}_1 K_1 + \mathrm{N}_2 K_2 = \mathrm{V}_2 \\ \mathrm{N}_1 K_1 + \mathrm{N}_2 K_2 + \mathrm{N}_3 K_3 = \mathrm{V}_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \mathrm{N}_1 K_1 + \mathrm{N}_2 K_2 + \mathrm{N}_3 K_3 + \dots + \mathrm{N}_n K_n = \mathrm{V}_n \end{cases} \qquad (7)$$

Перевіримо виведені формули розрахунком бажаних коренів для передавальної функції четвертого порядку.

Виконаємо синтез цифрової системи керування за зворотнім зв'язком за станом, коли передавальна функція неперервної системи має вид $\mathrm{W_{нч}}(s) = \frac{16}{5s^4 + 4s^3 + 3s^2 + 2s + 1}$.

Визначимо передавальну функцію приведеної безперервної частини цифрової системи з періодом квантування за часом 0.1 с. Та перейдемо до векторно-матричної моделі. Запишемо матриці **A**, **B**, **C**.

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 3{,}917 & -1{,}439 & 0{,}9409 & -0{,}4616 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}5 & 0 \end{pmatrix}; \ \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 0{,}007813 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{C} = (0{,}001679 \quad 0{,}004544 \quad 0{,}004472 \quad 0{,}0008003)$$

Розрахуємо значення $\mathrm{N_n}$ та $\mathrm{V_n}$, і складемо систему рівнянь для перехіної функції 4-того порядку.

Таблиця 1. Значення розрахованих $\mathrm{N_n}$ та $\mathrm{V_n}$.

N_1	N_2	N_3	N_4	V_1	V_2	V_3	V_4
0,007813	0,031252	0,031252	0,015626	2,91701312	−2,83884487	0,92489489	0,0017074

$$\begin{cases} 0{,}007813K_1 = 2{,}91701312 \\ 0{,}007813K_1 + 0{,}031252K_2 = -2{,}83884487 \\ 0{,}007813K_1 + 0{,}031252K_2 + 0{,}031252K_3 = 0{,}92489489 \\ 0{,}007813K_1 + 0{,}031252K_2 + 0{,}031252K_3 + 0{,}015626K_4 = 0{,}0017074 \end{cases} \quad (8)$$

Вирішивши систему рівнянь отримуємо кінцеве значення матриці зворотних зв'язків за станом:

$$\boldsymbol{K} = (373{,}353785 \quad -184{,}175668 \quad 120{,}431965 \quad -59{,}0802182)$$

Щоб знайти бажані корені $\mathrm{z_1, z_2, z_3, z_4}$.

Визначимо матрицю зворотних зав'язків за станом з характеристичного рівняння.

$$|\boldsymbol{E}z - \boldsymbol{A} + \boldsymbol{BK}| = z^4 + z^3(0{,}007813K_1 - 3{,}917) + z^2(0{,}031252K_2 + 5{,}756) + z(0{,}031252K_3 - 3{,}7636) + (0.015626K_4 + 0.9232)$$

За теоремою Вієта, складемо систему рівнянь.

$$\begin{cases} z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = 3{,}917 - 0{,}007813K_1 \\ z_1z_2 + z_1z_3 + z_1z_4 + z_2z_3 + z_2z_3 + z_3z_4 = 5{,}756 + 0{,}031252K_2 \\ z_1z_2z_3 + z_1z_2z_4 + z_1z_3z_4 + z_2z_3z_4 = 3{,}7636 - 0{,}031252K_3 \\ z_1z_2z_3z_4 = 0.9232 + 0.015626K_4 \end{cases} \quad (9)$$

Підставимо значення матриці зворотних зв'язків у систему (9) та знайдемо значення $z_1,\ z_2,\ z_3,\ z_4$.

Для перевірки отриманих результатів виконаємо моделювання цифрової системи з регулюючим пристроєм за допомогою прикладного пакету MATLAB/Simulink.

Графіки перехідного процесу синтезованої системи та вихідної системи представлено на рисунках 3 та 4.

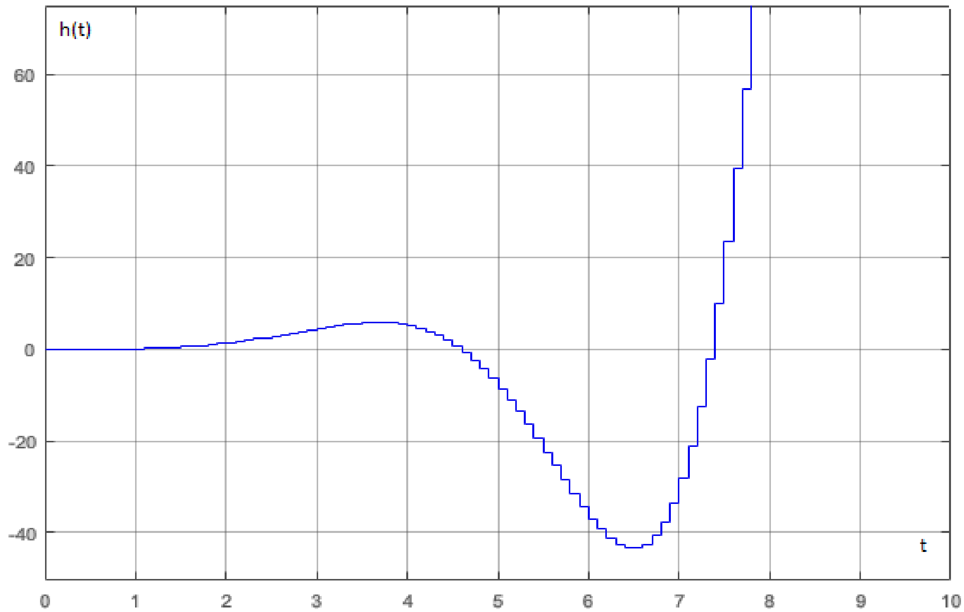

Рис. 3. Перехідний процес вихідної системи

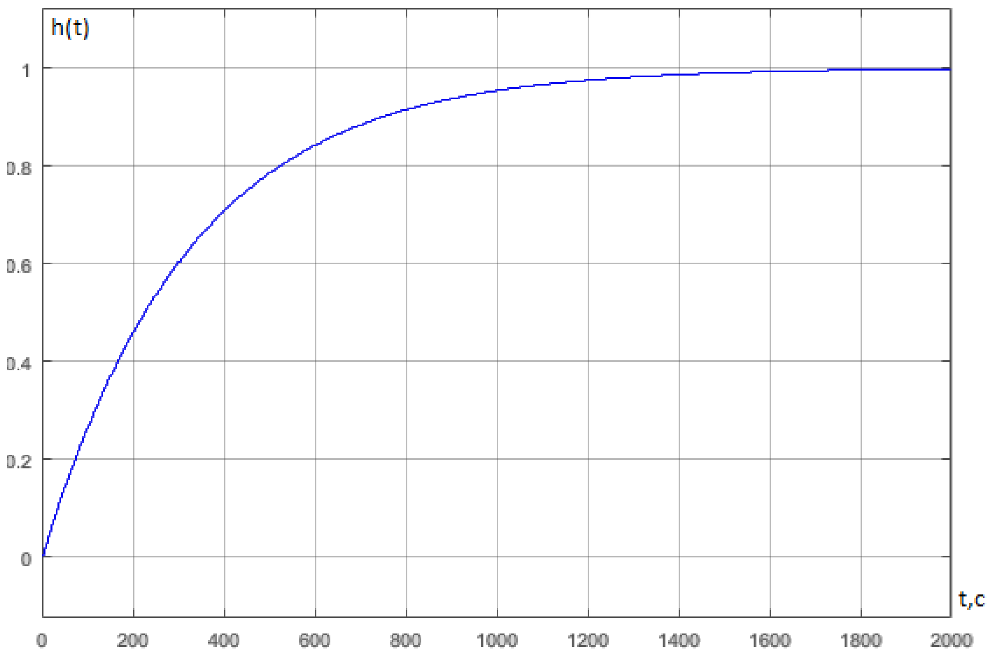

Рис. 4. Перехідний процес синтезованої системи

З отриманих результатів видно, що даний метод синтезу дозволяє стабілізувати систему та звести помилку системи до нуля в усталеному режимі та нульове перерегулювання, проте час регулювання дорівнює 1200 с.

Спробуємо зменшити час регулювання, обравши один з коренів $z_1 = 0{,}5$.

Сумістивши системи (8) та (9) отримуємо систему

$$\begin{cases} z_1 = 0{,}5 \\ z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = 3{,}917 - 0{,}007813K_1 \\ z_1z_2 + z_1z_3 + z_1z_4 + z_2z_3 + z_2z_3 + z_3z_4 = 5{,}756 + 0{,}031252K_2 \\ z_1z_2z_3 + z_1z_2z_4 + z_1z_3z_4 + z_2z_3z_4 = 3{,}7636 - 0{,}031252K_3 \\ z_1z_2z_3z_4 = 0.9232 + 0.015626K_4 \\ 0{,}007813K_1 + 0{,}031252K_2 = -2{,}83884487 \\ 0{,}007813K_1 + 0{,}031252K_2 + 0{,}031252K_3 = 0{,}92489489 \\ 0{,}007813K_1 + 0{,}031252K_2 + 0{,}031252K_3 + 0{,}015626K_4 = 0{,}0017074 \end{cases}$$

Отримуємо кінцеве значення матриці зворотних зв'язків.

$\boldsymbol{K} = (309{,}378861 \quad -168{,}169261 \quad 120{,}419288 \quad -59{,}0802182)$

Для перевірки отриманих результатів виконаємо моделювання за допомогою MATLAB. Графік перехідного процесу синтезованої системи представлено на рисунку 4.

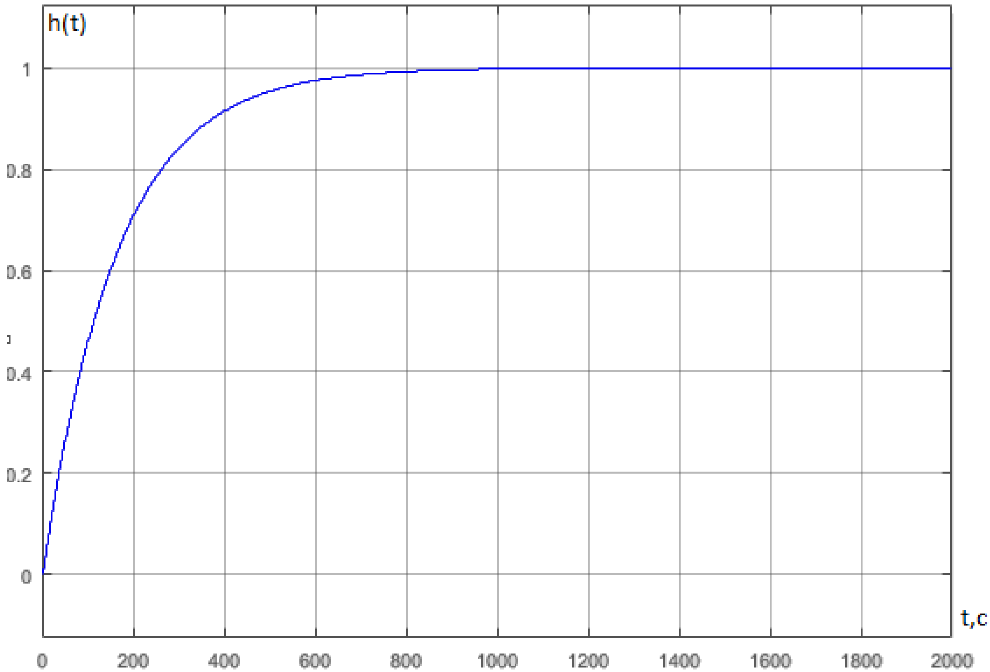

Рис. 4. Перехідний процес синтезованої системи при $z_1 = 0{,}5$

Як видно з графіка перехідного процесу, час регулювання дорівнює зменшився майже вдвічі, що збільшує якість перехідного процесу.

Висновок: Таким чином, запропоновано узагальнений аналітичний вираз для визначення бажаних коренів характеристичного рівняння замкнутої цифрової системи, який використовується при синтезі цифрових систем зі зворотними зв'язками за станом.

Це дозволило покращити якість перехідного процесу (звести до нуля помилку та перерегулювання). Але слід зазначити, що у випадку підвищення порядку цифрової системи спостерігається збільшення часу перехідного процесу. Можна запропонувати обирати один чи декілька коренів зі значеннями 0,5. Проте, це є подальшим напрямком досліджень у цій галузі науки.

Література:

1. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп. Пер. с англ. Б. И. Копылова. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002.- 832.: ил.
2. Теорія автоматичного керування: класика і сучасність: підр. / Н.Б. Репнікова.-К.: НТУУ «КПІ», 2011.-328 с.
3. Цифровые системы управления / Р.Изерман. Пер. с англ. - М.: Мир, 1984.-541 с.