

УДК 519.711.3

**Слесарев Юрий Николаевич**

доктор технических наук, доцент,  
профессор кафедры "Вычислительные машины и системы"  
Пензенского государственного технологического университета

**Воронцов Александр Анатольевич**

кандидат технических наук,  
доцент кафедры "Вычислительные машины и системы"  
Пензенского государственного технологического университета

**Маркин Евгений Игоревич**

студент  
Пензенского государственного технологического университета

**Slesarev Yuriy Nikolaevich**

Doctor of Engineering, associate professor,  
professor of "Computers and Systems" department of the  
Penza state technological university

**Vorontsov Aleksandr Anatolievich**

Candidate of Technical Sciences,  
associate professor "Computers and systems"  
Penza state technological university

**Markin Evgeniy Igorevich**

student of the Penza state technological university

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТНОГО ЭФФЕКТА В  
МАГНИТОСТРИКЦИОННЫХ УГЛОМЕРАХ  
RESEARCH OF SUPERFICIAL EFFECT IN MAGNETOSTRICTION  
GONIOMETERS**

**Аннотация:** В статье подробно рассмотрено явление, получившее название скин или поверхностный эффект, проявляющийся в протекании переменного электрического тока в поверхностном слое волновода, называемом также эффективно проводящим  $Z\epsilon$ -слоем. Выполнен анализ основных факторов, влияющих на толщину поверхностного слоя.

**Ключевые слова:** скин эффект, магнитострикционный угломер, эффективно проводящий слой, поверхностный эффект, математическое моделирование скин эффекта.

**Summary:** In article the phenomenon which has received the name the skin or superficial effect which is shown in course of alternating electric current in the wave guide blanket called by also effectively carrying out  $Z\epsilon$ -layer is in detail considered. The analysis of the major factors influencing blanket thickness is made.

**Key words:** skin-effect, magnetostriction tiltmeter, effectively conductor layer, superficial effect, mathematical modeling of skin-effect.

Одним из факторов, который необходимо учитывать при расчетах магнитных полей магнитострикционных преобразователей, в частности магнитострикционных наклономеров, является поверхностный эффект [1-3]. Он проявляется в неравномерном распределении переменного тока по сечению волновода (ВЛ) из-за индукционного взаимодействия различных элементов тока между собой, что приводит к сосредоточению электрического тока в поверхностном слое, называемом также эффективно проводящим  $Z\epsilon$  - слоем. Существует множество математических моделей и систем [1-13], в которых необходимо учитывать поверхностный эффект.

Для анализа распределения тока по поперечному сечению ВЛ введем понятие абсолютного значения плотности тока  $\delta$ , называемого также в дальнейшем плотностью тока.

В цилиндрической системе координат плотность тока определяется согласно выражению[1]:

$$(d^2\delta/dr^2)+(1/r) \cdot (d\delta/dr)=j\omega\mu_a\gamma\delta \quad (1)$$

где  $r$  - текущий или рассматриваемый радиус ВЛ;  $\mu_a$  и  $\gamma$  - абсолютная магнитная проницаемость и удельная проводимость материала ВЛ,  $\mu_a=\mu\mu_0$ ;  $\omega$  - циклическая частота токового импульса,  $\omega=2\cdot\pi\cdot f$ ,  $f$  - частота колебаний токового импульса;  $j=(-1)^{1/2}$  - мнимая единица.

Выражение (1) заменой переменных  $q=(-j\omega\mu_a\gamma)^{1/2}$  можно свести к более простому виду[1]:

$$(d^2\delta/dr^2)+(1/r) \cdot (d\delta/dr)+q^2\delta=0 \quad (2)$$

или 
$$(d^2\delta/d(qr)^2)+(1/qr) \cdot (d\delta/dr)+\delta=0, \quad (3)$$

являющегося частным случаем уравнения Бесселя.

Решение уравнения (3) может быть найдено в следующем виде [1]:

$$\delta = AJ_0(qr) + BN_0(qr), \quad (4)$$

где  $A, B$  - постоянные интегрирования,  $J_0(qr)$  - функция Бесселя первого рода нулевого порядка,  $N_0(qr)$  - функция Бесселя нулевого порядка второго рода.

Функция  $N_0(qr)$  обладает особенностью, заключающейся в том, что при  $qr=0$ , т.е на оси ВЛ при  $r=0$  она обращается в бесконечность.

Так как из физических соображений ясно, что плотность тока должна быть всюду конечна, в том числе на оси провода, то слагаемое  $N_0(qr)$  из уравнения (4) можно отбросить, в результате чего оно переписывается в виде [1]:

$$\delta = AJ_0(qr). \quad (5)$$

Для определения постоянной интегрирования  $A$ , выразим согласно [1], используя свою систему обозначений, амплитуду токового импульса в ВЛ  $I_m$  через плотность тока  $\delta$ :

$$I_m = \int_s \delta dS = \int_0^{r_{ВЛ}} AJ_0(\sqrt{qr}) 2\pi r dr = A \frac{2\pi \cdot r_{ВЛ}}{q} J_1(qr_{ВЛ}), \quad (6)$$

откуда искомая постоянная интегрирования  $A$  определится как

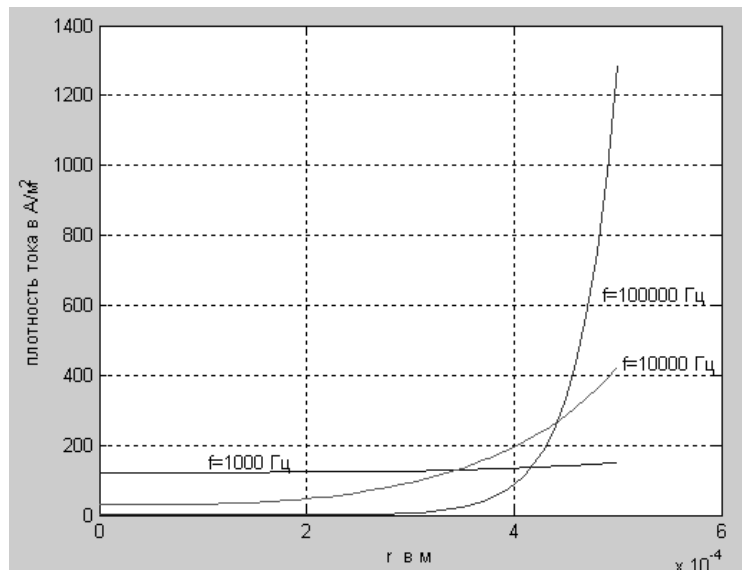
$$A=(I_m \cdot q)/(2\pi \cdot r_{ВЛ} \cdot J_1(qr_{ВЛ})) \quad (7)$$

Плотность тока  $\delta$ , определяемая уравнением (5), с учетом значения постоянной интегрирования  $A$ , полученного в (7), переписывается следующим образом:

$$\delta = I_m \cdot q \cdot J_0(qr)/(2\pi \cdot r_{ВЛ} \cdot J_1(qr_{ВЛ})). \quad (8)$$

На основании формулы (8) было проведено математическое моделирование зависимости плотности тока  $\delta$  от рассматриваемого (текущего) радиуса ВЛ  $r$  для различных значений частоты токового импульса, результаты моделирования которого для значений  $r_{ВЛ} = 0,5\text{мм}$  ( $5 \cdot 10^{-4}\text{ м}$ ),  $\mu_a = 1,25 \cdot 10^{-4}$ ,  $I_m = 0,1\text{А}$ ,  $\gamma = 10^7\text{См/м}$ , приведены на рисунке 1.

Анализ результатов моделирования, приведенных на рисунке 1, позволяет сделать вывод, что с увеличением частоты колебаний токового импульса  $f$  происходит резкое увеличение плотности тока вблизи поверхности ВЛ, что приводит к уменьшению толщины эффективно проводящего  $z_{Э}$ -слоя. Так, на частоте 100КГц указанная толщина составляет 0,2мм при радиусе ВЛ  $r_{ВЛ} = 0,5\text{мм}$ , причем на глубине 0,1мм значение плотности тока уже уменьшается на порядок по сравнению с его значением на поверхности ВЛ.



**Рис. 1.** Зависимость плотности тока от частоты токового импульса и расстояния от оси цилиндрического ВЛ в плоскости его сечения

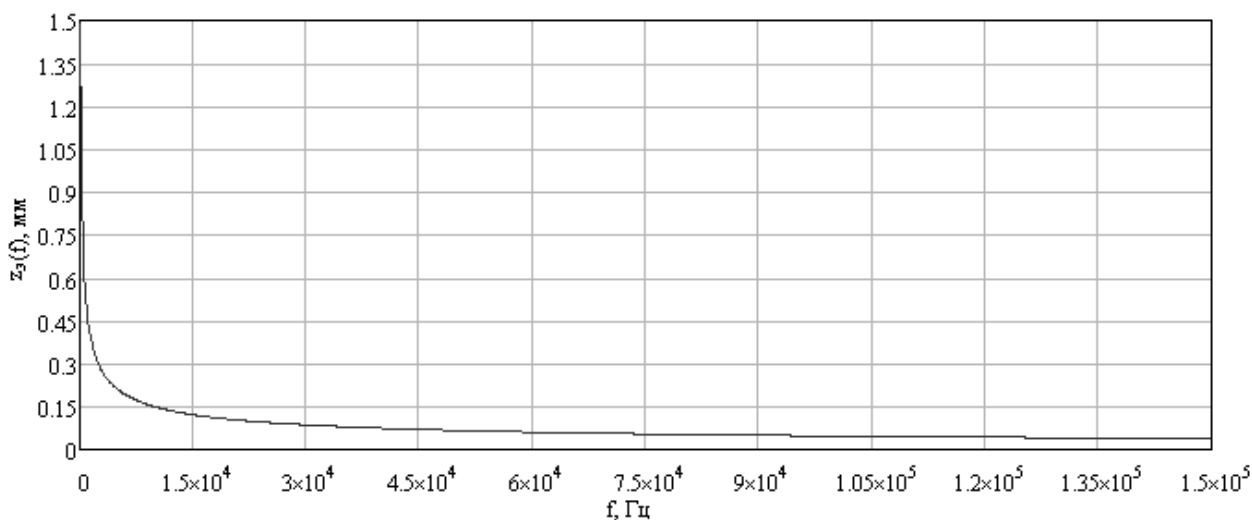
Для расчетов толщины эффективно проводящего  $z_{\text{Э}}$  -слоя возможно использование следующего известного выражения [1]:

$$z_{\text{Э}} = (2/(\omega\mu_a\gamma))^{1/2}, \quad (9)$$

где  $\gamma$  - удельная проводимость, измеряемая в См/м.

На основании формулы (9) было проведено моделирование зависимости толщины эффективно проводящего  $z_{\text{Э}}$  -слоя от частоты колебаний токового импульса, результаты моделирования которого приведены на рисунке 2. Анализ результатов моделирования позволяет сделать вывод о необходимости учета поверхностного эффекта при моделировании магнитных полей магнитострикционных приборов уже на частотах составляющих десятки КГц.

Анализ результатов моделирования, приведенных на рисунках 1 и 2 позволяет сделать вывод, что с увеличением частоты колебаний переменного тока происходит резкое уменьшение толщины эффективно проводящего  $z_{\text{Э}}$  -слоя. Это должно быть учтено при разработке и анализе конструкций магнитострикционных преобразователей.



**Рис. 2.** Зависимость толщины эффективно проводящего  $z_{\text{Э}}$  -слоя в мм от частоты токовых импульсов в Гц для цилиндрического ВЛ при  $\gamma=1,15 \cdot 10^7$  См/м,  $\mu_a=1,25 \cdot 10^{-4}$

### **Литература:**

1. Сальников И.И. Растровые пространственно-временные сигналы в системах технического зрения. Пенза, 1999.
2. Сальников И.И. Размерная селекция бинарных изображений локальных объектов при анализе аэрофотоснимков. Телекоммуникации. Москва: ООО "Наука и технологии". - 2015. № 2. С. 17-23.
3. Сальников И.И. Методы размерной селекции при анализе бинарных изображений. XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. Пенза: ПензГТУ. - 2014. № 3 (19). С. 89-95.
4. Сальников И.И. Оценка влияния диапазона электромагнитных волн на потенциально-возможную скорость передачи данных в средствах реализации информационной потребности человека. XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. Пенза: ПензГТУ. - 2015. № 3 (25). С. 18-22.
5. Сальников И.И. Методы построчного и следящего поэлементного анализа сложных бинарных изображений. XXI век: Итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. Пенза: ПензГТУ. - 2013. № 10 (14). С. 53-60.
6. Литвинская О.С., Сальников И.И. Основы теории выбора средств реализации проектируемой информационно-технической системы Пенза, 2011.
7. Бурмистров А.В., Сальников И.И. Метод формирования линейных контуров на аэрофотоснимках сельской местности. Современные проблемы науки и образования. Пенза: "Академия Естествознания". - 2013. № 5. С. 152.
8. Сальников И.И. Методы и алгоритмы сегментации бинарных изображений на основе построчного анализа. XXI век: Итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. Пенза: ПензГТУ. - 2014. № 3 (19). С. 29-40.

9. Сальников И.И. Движущие силы развития средств удовлетворения информационных потребностей человека. XXI век: Итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. Пенза: ПензГТУ. - 2014. № 3 (19). С. 11-15.
10. Слесарев Ю.Н., Воронцов А.А., Маркин Д.И., Дарченко Т.В. Анализ и математическое моделирование эффективно проводящего слоя в двухкоординатных магнитострикционных наклонерах. Информационные технологии. Радиоэлектроника. Телекоммуникации. Тольятти: Поволжский государственный университет сервиса. - 2013. № 3. С. 311-315.
11. Карпухин Э.В., Дёмин С.Б., Воронцов А.А., Ермолаев Н.А., Курносое В.Е. Моделирование магнитных полей первичного преобразователя магнитострикционного преобразователя перемещений. В сборнике: Актуальные вопросы современной информатики. Материалы Международной заочной научно-практической конференции. Коломна: Государственный социально-гуманитарный университет. - 2011. С. 24-28.
12. Слесарев Ю.Н., Воронцов А.А., Ермолаев Н.А., Конопацкий Ю.В. Математическое моделирование оптимального расстояния от сплошного постоянного магнита до звукопровода с помощью разработанного комплекса программ "Двухкоординатный МН". Современные информационные технологии. Пенза: ПензГТУ. - 2013. № 18. С. 153-157.
13. Слесарев Ю.Н., Воронцов А.А., Карпухин Э.В. Математическое моделирование магнитных полей двухкоординатных магнитострикционных наклонеров, содержащих кольцевой или сплошной постоянный магнит. Известия Пензенского государственного педагогического университета им. В.Г. Белинского. Пенза: ПГПУ. - 2012. № 30. С. 467-472.