

УДК 539.3

Глушакова Ольга Владимировна

кандидат физико-математических наук, доцент,

доцент кафедры высшей математики

Национальный транспортный университет

Glushakova Olga

PhD, associate professor

National Transport University

**ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ ДИНАМИЧЕСКОГО КРУЧЕНИЯ
КОЛОНН ГЛУБОКОГО БУРЕНИЯ ПРИ ВРАЩЕНИИ**

**TRANSIENT PROCESSES OF DYNAMIC TORSION OF ROTATING
DRILL STRINGS IN DEEP BOREHOLES**

Аннотация: Разработана волновая модель крутильных автоколебаний однородной бурильной колонны в форме торсионного маятника. Выполнено компьютерное моделирование нестационарных крутильных движений долота бурильной колонны при вращении верха колонны с ускорениями, которые моделируют её разгон или торможение.

Ключевые слова: Бурильная колонна, долото, торсионные автоколебания.

Summary: A wave model of torsional autovibrations of homogeneous drill string is elaborated in the form of a torsional pendulum. The computer simulation of non-stationary torsion motions of the drill string bits is performed for the cases of the drill string rotations with accelerations. They simulate the effects of the drill string accelerating.

Key words: Drill string, bit, torsional autovibrations.

Постановка задачи нестационарной волновой динамики кручения бурильных колонн. В работах [2-4, 6-8] на основе волновой модели торсионного маятника рассмотрены задачи о самовозбуждении упругих периодических крутильных колебаний долот бурильных колонн при постоянной угловой скорости вращения ω их верхнего конца.

Однако наряду с явлением самовозбуждения периодических колебаний долота при стационарном вращении верхнего конца бурильной колонны значительный практический интерес представляет также задача моделирования переходных процессов торсионных колебаний долота при изменении величины ω в состояниях начала вращательного движения, его разгона, перехода к стационарному вращению и торможению. Формулировка этой задачи имеет некоторую специфику, обусловленную необходимостью выбора системы отсчета, обеспечивающую наибольшую простоту разрешающих уравнений. В отличие от случаев стационарного вращения долота или его установившихся колебаний при постоянной ω ,

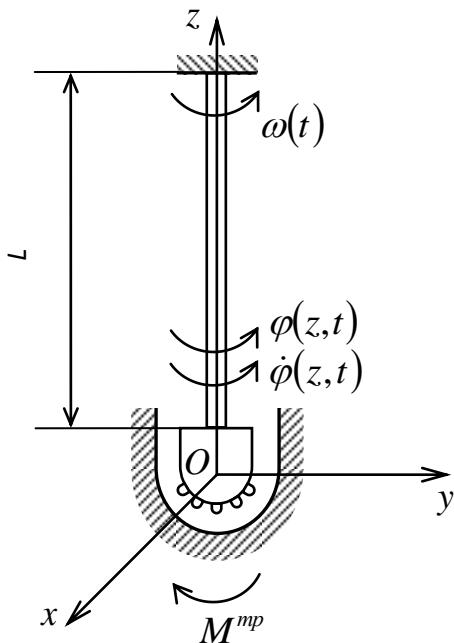


Рис. 1. Схема однородной бурильной колонны

которые удобно рассматривать в системе координат, вращающейся вместе с верхним концом колонны, задачу о нестационарном движении нужно формулировать в инерциальной системе отсчета, поскольку иначе приходится учитывать, что элементы колонны осуществляют сложное вращение с переменной скоростью. Поэтому ниже для вывода разрешающих уравнений использован подход, базирующийся на рассмотрении движения системы относительно неподвижной системы отсчета. Примем, что бурильная колонна длиной L своим верхним концом жестко связана с

приводным механизмом, который обеспечивает ее вращение с заданной переменной угловой скоростью $\omega(t)$. К нижнему концу колонны прикреплено долото (рис. 1). Вращение и упругие волны кручения в колонне будем рассматривать в неподвижной системе координат $Oxyz$, начало которой совпадает с центром долота, ось Oz направлена вверх вдоль оси колонны. При вращении колонны на долото действует крутящий момент M^{mp} , вызванный фрикционным взаимодействием долота с разрушаемой скальной породой. Кинематическое возмущение, действующее на верхний конец БК, и динамическое воздействие на ее нижний конец приводят к формированию в теле БК бегущих упругих волн кручения, определяемых углом закручивания $\varphi(z, t)$. Эти волны описываются уравнением

$$\rho I_z \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - G I_z \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0, \quad (0 \leq z \leq L, t \geq 0). \quad (1)$$

Здесь ρ — плотность материала, G — его модуль упругости при сдвиге, I_z — полярный момент инерции площади поперечного сечения трубы БК.

Уравнение (1) имеет решение как в форме синфазных колебаний с модами гармоничных стоячих волн, так и в форме бегущих волн с профилями произвольного вида. Для анализа торсионных колебаний элементов БК будем применять волновые решения уравнения (1). Введя обозначение $\beta = \sqrt{G / \rho}$, где β — скорость распространения поперечной (торсионной) волны, приведем уравнение (1) к стандартной форме

$$\ddot{\varphi} - \beta^2 \varphi'' = 0. \quad (2)$$

Здесь точкой обозначено дифференцирование по времени t , штрихом — по независимой переменной z .

Можно убедиться [1], что уравнение (2) имеет решение в форме (решение Д'Аламбера).

$$\varphi(z, t) = f(z - \beta t) + g(z + \beta t), \quad (3)$$

где $f(z - \beta t)$, $g(z + \beta t)$ произвольные непрерывные, не обязательно дифференцируемые функции, первая из которых определяет волну, распространяющуюся в положительном направлении оси Oz , вторая — в противоположном направлении.

На краю $z = 0$ используется уравнение баланса моментов сил инерции $M^{ин}$, сил трения $M^{мп}$ и сил упругости M^{ymp} , которые действуют на долото, условно отделенное от колонны,

$$M^{ин} + M^{мп} + M^{ymp} = 0. \quad (4)$$

Момент сил инерции подсчитывается по формуле

$$M^{ин} = -J\ddot{\varphi}, \quad (5)$$

где J — момент инерции долота относительно оси Oz , $\ddot{\varphi} = \ddot{\varphi}(z)|_{z=0}$ — угловое ускорение долота относительно инерциальной системы координат.

Фрикционный момент является функцией угловой скорости долота $M^{мп} = M^{мп}(\omega + \dot{\varphi})$. Ее вид определяется твердостью и прочностью разрушаемой породы, диаметром режущей части долота и его конструкцией, а также силой, с которой долото прижимается к дну буровой скважины. Этот момент можно представить в виде зависимости

$$M_{вяз}^{мп} = -m \cdot \frac{a_1 \left\{ k \cdot [\omega + \dot{f}(-\beta t) - \dot{f}(2L - \beta t)] \right\} + a_3 \left\{ k \cdot [\omega + \dot{f}(-\beta t) - \dot{f}(2L - \beta t)] \right\}^3 + \dots}{1 + a_2 \left\{ k \cdot [\omega + \dot{f}(-\beta t) - \dot{f}(2L - \beta t)] \right\}^2} + \dots \quad (6)$$

$$\frac{\dots + a_7 \left\{ k \cdot [\omega + \dot{f}(-\beta t) - \dot{f}(2L - \beta t)] \right\}^7 + a_9 \left\{ k \cdot [\omega + \dot{f}(-\beta t) - \dot{f}(2L - \beta t)] \right\}^9}{1 + a_2 \left\{ k \cdot [\omega + \dot{f}(-\beta t) - \dot{f}(2L - \beta t)] \right\}^2},$$

для случая вязкого трения и в виде

$$M_{Кул}^{мп} = M_{lim}^{мп} + e \sqrt{M_{вяз}^{мп}} \quad (7)$$

для случая проявления трения Кулона. Здесь $M_{\text{lim}}^{mp} = 41250 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $a_1 = 2400 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$, $a_2 = 225 \text{ с}^2$, $a_3 = 15000 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^3$, $a_5 = 1 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^5$, $a_7 = 4 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^7$, $a_9 = -130 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^9$, $e = 143,61$, $m = -1000$, $k = 0,1$.

Крутящий момент сил упругости, действующий на долото, вычисляется по формуле

$$M^{mp} = GI_z \varphi', \quad (8)$$

Если подставить правые части равенств (5) – (8) в уравнение (4), получим уравнение с частными производными относительно $\ddot{\varphi}$, $\dot{\varphi}$, φ' . Его можно привести к обыкновенному дифференциальному уравнению, выразив φ' через $\dot{\varphi}$ с помощью фазовых переменных $z - \beta t$, $z + \beta t$.

После ряда преобразований приводим уравнение (4) к виду

$$\begin{aligned} & J \left\{ \ddot{f}(-\beta t) + \dot{\omega}(t - L/\beta) - \ddot{f}[-\beta(t - 2L/\beta)] \right\} + \\ & + \frac{a_1 \left\{ \dot{f}(-\beta t) + \omega(t - L/\beta) - \dot{f}[-\beta(t - 2L/\beta)] \right\}}{1 + a_2 \left\{ \dot{f}(-\beta t) + \omega(t - L/\beta) - \dot{f}[-\beta(t - 2L/\beta)] \right\}^2} + \dots \\ & + \frac{a_9 \left\{ \dot{f}(-\beta t) + \omega(t - L/\beta) - \dot{f}[-\beta(t - 2L/\beta)] \right\}^9}{1 + a_2 \left\{ \dot{f}(-\beta t) + \omega(t - L/\beta) - \dot{f}[-\beta(t - 2L/\beta)] \right\}^2} + \\ & \frac{GI_z}{\beta} \left\{ \dot{f}(-\beta t) + \omega(t - L/\beta) + \dot{f}[-\beta(t - 2L/\beta)] \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

Это обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка содержит одну искомую переменную — функцию $f(-\beta t)$. Уравнение (9) является уравнением с запаздывающим аргументом.

Интегрирование уравнения осуществляется методом Рунге – Кутты с включением в алгоритмические процедуры искомых функций, зависящих от их значений в моменты времени t , $t - L/\beta$ и $t - 2L/\beta$. Компьютерная реализация такого алгоритма позволила проанализировать процессы нестационарных крутильных движений как долота, так и всех элементов бурильной колонны, и проследить за переходными процессами

динамического кручения системы при ее движении вне диапазона автоколебаний системы, а также при ее входе в этот диапазон, переходе через него и выходе из него. Описанный алгоритм дал возможность исследовать влияние величин ускорения и замедления вращения БК и времени прохождения диапазона $\omega_p \leq \omega \leq \omega_y$ самовозбуждения автоколебаний. Шаг Δt интегрирования разрешающего уравнения (9) выбирался из условий сходимости вычислительного процесса. Он оказался равным $6,4742 \cdot 10^{-6} \text{ с}$.

Результаты анализа крутильных автоколебаний бурильной колонны при ее ускоренном вращении. С использованием изложенной выше методики выполнены исследования нестационарного динамического поведения долота и БК при различных значениях времени прохождения переменной $\omega(t)$ через диапазон $\omega_p \leq \omega \leq \omega_y$.

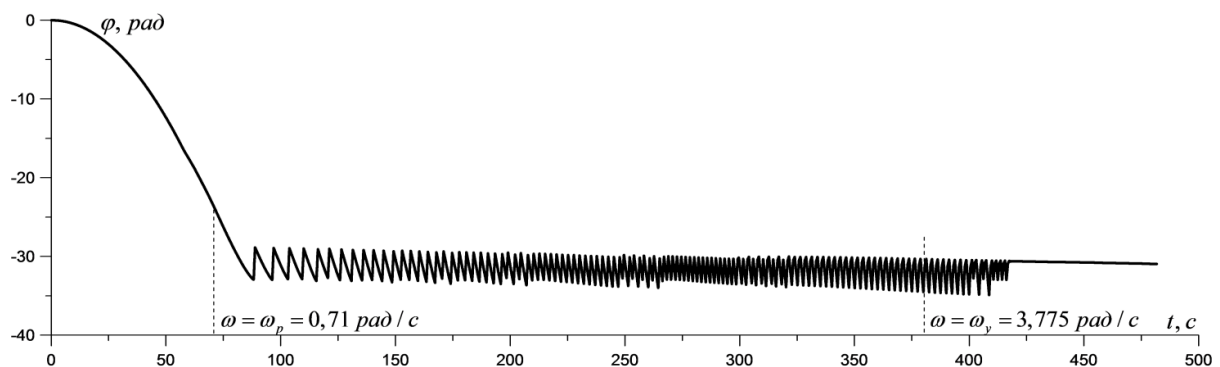


Рис. 2. Форма автоколебаний долота при нестационарном вращении колонны длиной $L = 1000 \text{ м}$ ($\varepsilon = 0,01 \text{ рад/с}^2$)

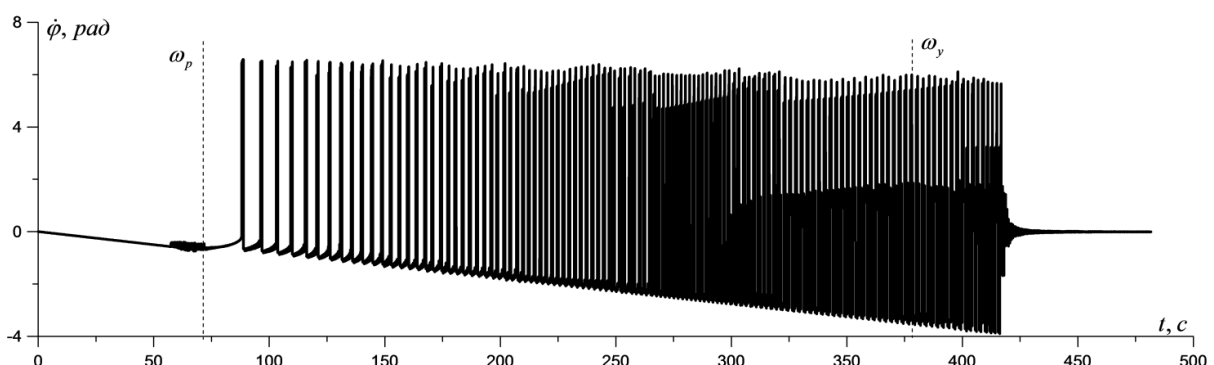


Рис. 3. График изменения угловой скорости долота при нестационарном вращении колонны длиной $L = 1000 \text{ м}$ ($\varepsilon = 0,01 \text{ рад/с}^2$)

Рассмотрены случаи равноускоренного изменения ω по закону $\omega(t) = \varepsilon \cdot t$, исследовалось влияние значения ε на интенсивность нестационарных автоколебаний стальной БК длиной $L = 1000$ м с размерами поперечного сечения $r_1 = 0,08415$ м, $r_2 = 0,07415$ м.

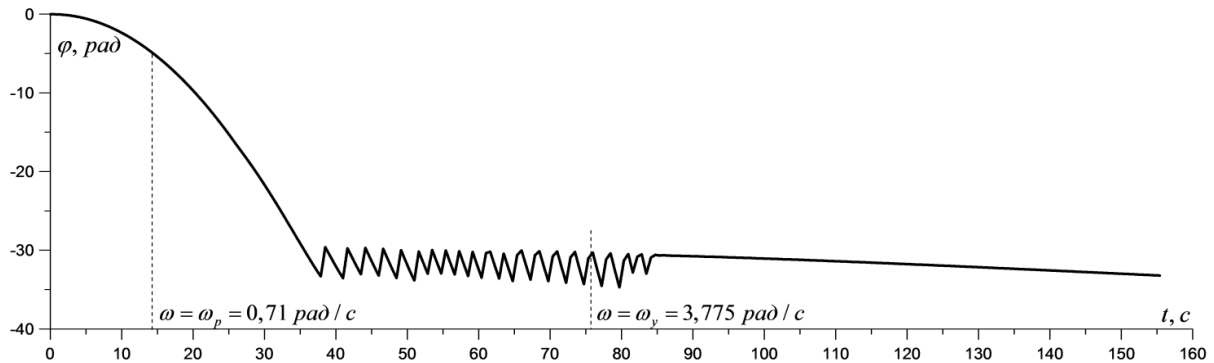


Рис. 4. Форма автоколебаний долота при нестационарном вращении колонны длиной $L = 1000$ м ($\varepsilon = 0,05$ рад/с²)

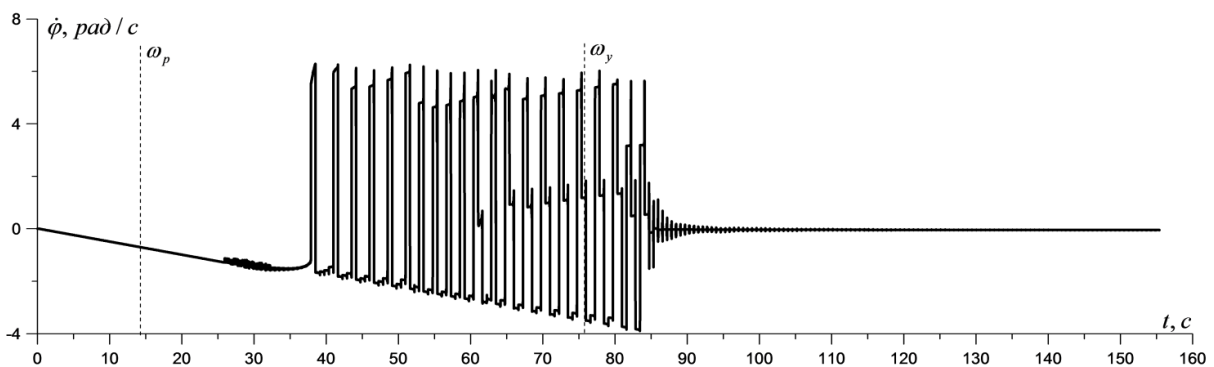


Рис. 5. График изменения угловой скорости долота при нестационарном вращении колонны длиной $L = 1000$ м ($\varepsilon = 0,05$ рад/с²)

На рис. 2 – 5 представлены диаграммы, отображающие сценарий самовозбуждения, развития и выхода из режима автоколебаний при $\varepsilon = 0,01$ рад/с² (рис. 2, 3) и при $\varepsilon = 0,1$ рад/с² (рис. 4, 5).

Литература:

1. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. — М.: Физматгиз, 1959. — 915 с.

2. Гуляев В.И., Гайдайчук В.В., Глушакова О.В. Бифуркации Адронов-Хопфа в волновых моделях торсионных колебаний бурильных колонн / *Прикладная механика*. — 2010. — №11. — С. 73 - 83.
3. Гуляев В.И., Глушакова О.В., Худолий С.М. Квантованные аттракторы в волновых моделях торсионных колебаний колонн глубокого бурения / *Известия Российской академии наук. Механика твёрдого тела*. — 2010. — №2. — С. 134 – 147.
4. Гуляев В.И., Луговой П.З., Глушакова О.В., Глазунов С.Н. / *Прикладная механика*. — 2016. — Т52, №2 (62). — С. 64 - 77.
5. Gulyayev V.I., Glushakova O.V. Large-scale and small-scale self-excited torsional vibrations of homogeneous and sectional drill strings / *Interaction and Multiscale Mechanics*. — 2011. — V. 4, № 4. — P. 291 – 311.
6. Gulyayev V.I., Hudoliy S.N., Glushakova O.V. Simulation of torsion relaxation auto-oscillations of drill string bit with viscous and Coulombic friction moment models / *Journal of Multi-body Dynamics*. — V. 225. — P. 139 – 152.
7. Gulyayev V.I., Glushakova O.V. and Glazunov S.N. Stationary and non-stationary self-induced vibrations in waveguiding systems / *Journal of Mechanics Engineering and Automation*. — 2014. — V. 4, No.3. — P. 213-224.