

УДК 51-74

**Козлова Марія Олександрівна**

студент

Інституту прикладного системного аналізу  
Національного технічного університету України  
«КПІ ім. Ігоря Сікорського»

**Козлова Мария Александровна**

студент

Института прикладного системного анализа  
Национального технического университета Украины  
«КПИ им. Игоря Сикорского»

**Kozlova Mary**

Student of the

Institute for Applied Systems Analysis of the  
National Technical University of Ukraine  
«Igor Sikorsky KPI»

**РОЗРОБКА СТРАТЕГІЇ ВИРОБНИЦТВА НА ОСНОВІ ПРОГНОЗУ  
ПРОДАЖІВ**

**РАЗРАБОТКА СТРАТЕГИИ ПРОИЗВОДСТВА НА ОСНОВЕ  
ПРОГНОЗА ПРОДАЖ**

**DEVELOPMENT OF PRODUCTION STRATEGY BASED ON SALES  
FORECAST**

**Анотація.** У роботі наведено аналіз і порівняння моделей, які використовуються у плануванні виробництва, зокрема декілька моделей для прогнозування продажів та кластеризація даних для полегшення вибору стратегії виробництва.

**Ключові слова:** планування виробництва, кластеризація даних, метод Хольта, метод Тейла-Вейджа.

**Аннотация.** В работе приведен анализ и сравнение моделей, используемых в планировании производства, в том числе несколько моделей для прогнозирования продаж и кластеризация данных для облегчения выбора стратегии производства.

**Ключевые слова:** планирование производства, кластеризация данных, метод Хольта, метод Тейла-Вейджа.

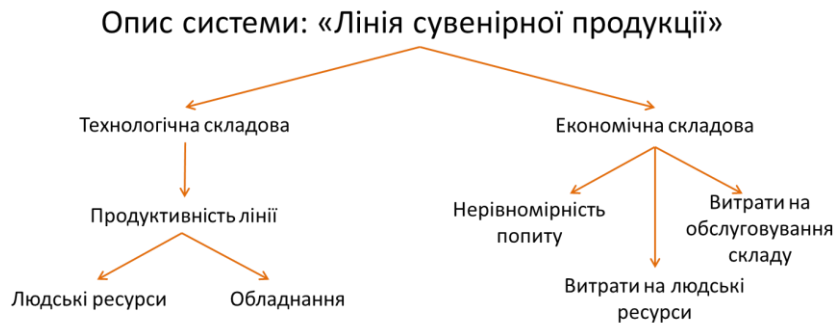
**Summary.** The paper provides analysis and comparison of models used in production planning, including several models for forecasting sales and clustering data to facilitate the selection of production strategies.

**Key words:** Production scheduling, data clustering, Holt's method, Teyla-Wage method.

При побудові стратегії виробництва на великий період слід враховувати багато різноманітних факторів. Наприклад, планові ремонти, чи нестабільність продажів, потужність виробничих ліній та інше. Тому доцільно спочатку розглянути таку систему, як виробнича лінія і всі залежні змінні до неї. Потім пропонується оцінити декількома методами майбутні продажі, визначити технологічні можливості та класифікувати товари за допомогою кластерного аналізу. На основі отриманих даних побудувати моделі та існуючі сценарії подальшого розвитку.

## Система «Виробнича лінія»

### 1.1 Опис та інтерпретація



Визначимо основні фактори впливу на виробництво і прибуток:

- Продуктивність лінії в зміню
- Витрати на людські ресурси
- Витрати на обслуговування складу
- Продукція (попит, сезонність и т.д.)

Таким чином, можна навести формалізацію такої системи, як «Виробнича лінія»

Ціль: виробництво продукції  $x_i$

Обмеження:

- Обмеження на продуктивність окремих частин лінії  $a_i$
- Обмеження на кількість людей, що працюють одночасно  $b_i$

Зовнішні чинники: попит  $F(t)$

Також зрозуміло, що при побудові системи прийняття рішень для вибору стратегії виробництва слід визначити критерії якості за якими буде обраховуватись наша модель.



Перейдемо до аналізу продажів

### 1.2 Метод Хольта

Нехай задано часовий ряд:  $y_1, \dots, y_t, y_i \in R$ .

Необхідно розв'язати задачу прогнозування часового ряду.

Нехай на даних існує лінійний тренд, Тоді модель Брауна не підходить до такої задачі. Щоб врахувати вплив лінійного, використовують Хольта (Holt).

$$\hat{y}_{t+d} = a_t + db_t,$$

Де  $a_t$ - прогноз, очищений від тренда (по суті експоненційне згладжування),  $b_t$ - параметр лінійного тренда.

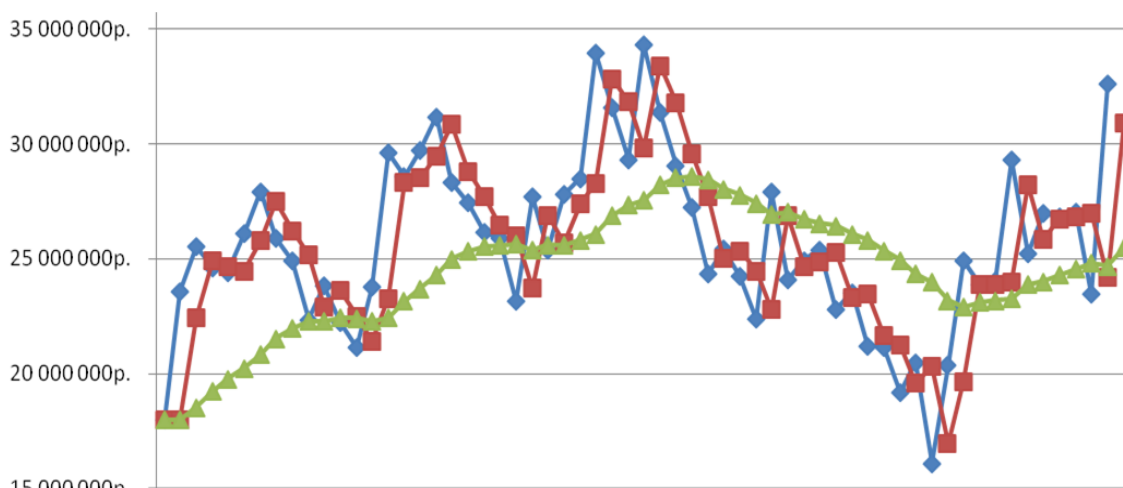
$$a_t = \alpha_1 y_t + (1 - \alpha_1)(a_{t-1} - b_{t-1});$$

$$b_t = \alpha_2(a_t - a_{t-1}) + (1 - \alpha_2)b_{t-1};$$

Важливою проблемою є вибір коефіцієнтів  $\alpha_1, \alpha_2 \in (0,1)$ , які визначають чутливість моделі. Чутлива модель швидко реагує на реальні зміни, а нечутлива не реагує на шум і випадкові відхилення. Проблема вибору параметрів моделі розглянута в книзі Лукашина.

#### Проблеми

Враховуються лише лінійні тренди. Не враховується сезонність.



### 1.3 Модель Тейла-Вейджа

Нехай задано часовий ряд:  $y_1, \dots, y_t, y_i \in R$ .

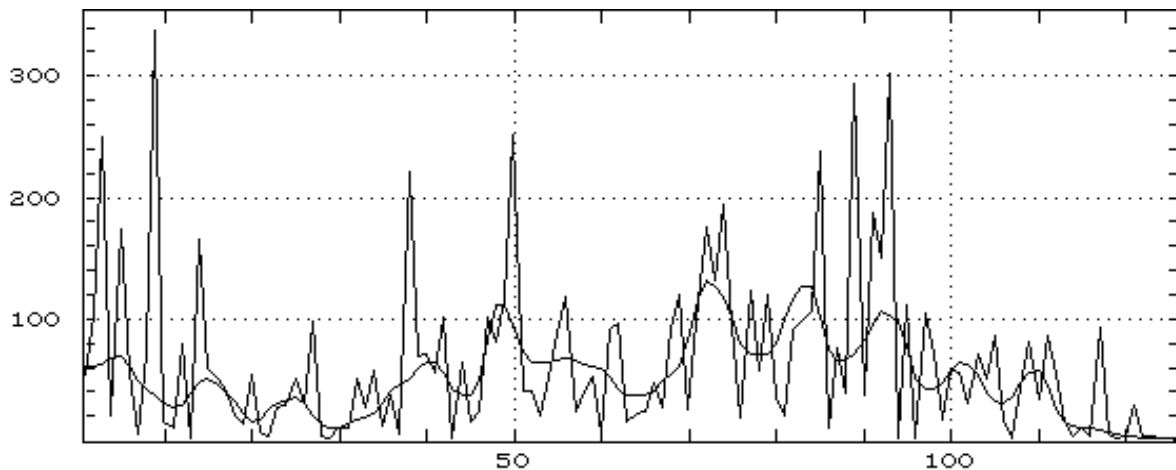
Необхідно розв'язати задачу прогнозування часового ряду.

Модель Тейла-Вейджа (Theil,Wage) — ускладнена модель Хольта, що враховує сезонність і адитивний тренд, на відміну від моделі Хольта-Уінтерс адитивно включає лінійний тренд, що виправдано при вирішенні деяких завдань.

$$\begin{aligned}\hat{y}_{t+d} &= a_t + db_t \otimes_{t+(d \bmod s)-s}, \\ a_t &= \alpha_1(y_t - \otimes_{t-s}) + (1-\alpha_1)(a_{t-1} + b_{t-1}), \\ b_t &= \alpha_3(a_t - a_{t-1}) + (1-\alpha_3)b_{t-1}, \\ \otimes_t &= \alpha_2(y_t - a_t) + (1-\alpha_2)\otimes_{t-s},\end{aligned}$$

де  $s$  — період сезонності,  $\otimes_i, i \in 0, \dots, s-1$  — сезонний профіль,  $b_t$  — параметр тренда,  $a_t$  — параметр прогнозу, очищений від впливу тренда і сезонності.

Вибирати параметри  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in (0,1)$  пропонується експериментально, використовуючи метод мінімізації середньоквадратичної помилки. Проблема оптимального вибору параметрів і шляхи її вирішення описані в книзі Лукашина.



#### 1.4 Модель Хольта-Уінтерса

Багато продуктів мають тенденцію зростання або падіння продажів, особливо коли вони виробляються вперше або коли з'являються конкуруючі товари. Для деяких продуктів істотні сезонні зміни рівня продажів, тому для прогнозу продажів товару доцільно враховувати конкретний характер тенденції і сезонних коливань. На основі моделі

Хольта Вінтерс (Вінтерс, Winters) створив свою прогностичну модель, яка враховує експонентний тренд і адитивну сезонність.

Нехай задано часовий ряд:  $y_1, \dots, y_t, y_i \in \mathbb{R}$ .

Необхідно розв'язати задачу прогнозування часового ряду.

$$\begin{aligned}\hat{y}_{t+d} &= a_t (r_t)^d \Theta_{t+(d \bmod s)-s}, \\ a_t &= \alpha_1 \frac{y_t}{\Theta_{t-s}} + (1-\alpha_1) a_{t-1} r_{t-1}, \\ r_t &= \alpha_3 \frac{a_t}{a_{t-1}} + (1-\alpha_3) r_{t-1}, \\ \Theta_t &= \alpha_2 \frac{y_t}{a_t} + (1-\alpha_2) \Theta_{t-s},\end{aligned}$$

Де  $s$  — період сезонності,  $\Theta_i, i \in 0, \dots, s-1$  — сезонний профіль,  $r_t$  — параметр тренда,  $a_t$  — параметр прогнозу, очищений від впливу тренда і сезонності.

Оптимальні параметри  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in (0,1)$  пропонується знаходити експериментальним шляхом. Один набір ваг можна використовувати для широкого класу продуктів, наприклад, Вінтерс використовував дані (за 5-7 років): про продажі кухонного начиння, про продажі фарби, про котлованах для виготовлених заводським способом споруд і т.п. Перша частина даних (2-3 роки) використовувалася для побудови моделі, а на основі інших даних перевірялася точність прогнозування.

### 1.5 Вибір кращої моделі

Краща модель визначається рядом показників:

#### Sum square resid

Сума квадратів похибок моделі (SSE – sum of square error) в загальному випадку обчислюється за формулою:

$$SSE = \sum_{t=1}^N (y - \hat{y})^2,$$

де  $N$  – розмір вибірки,  $y$  – фактичні значення, а  $\hat{y}$  – значення побудовані за моделлю.

Необхідно відмітити, що окрім SSE, ще існує середньоквадратична похибка (MSE – mean square error) яка обчислюється за формулою

$$MSE = E((y - \hat{y})^2) = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{N},$$

та корінь із середньоквадратичної похибки (RMSE – root mean square error)

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{N}}.$$

#### Durbin-Watson stat

Коефіцієнт Дурбина-Уотсона (DW – Durbin-Watson) показує адекватність побудованої моделі та обчислюється за формулою

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^N (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^N \varepsilon_t^2},$$

де  $\varepsilon$  – вектор залишків (різниця між значеннями отриманими за моделлю та фактичними), при цьому  $DW \in [0; 4]$ . Для найкращої моделі  $DW \rightarrow 2$ , це означає що залишки моделі між собою не автокорелюють.

### **Кластерний аналіз для визначення попиту**

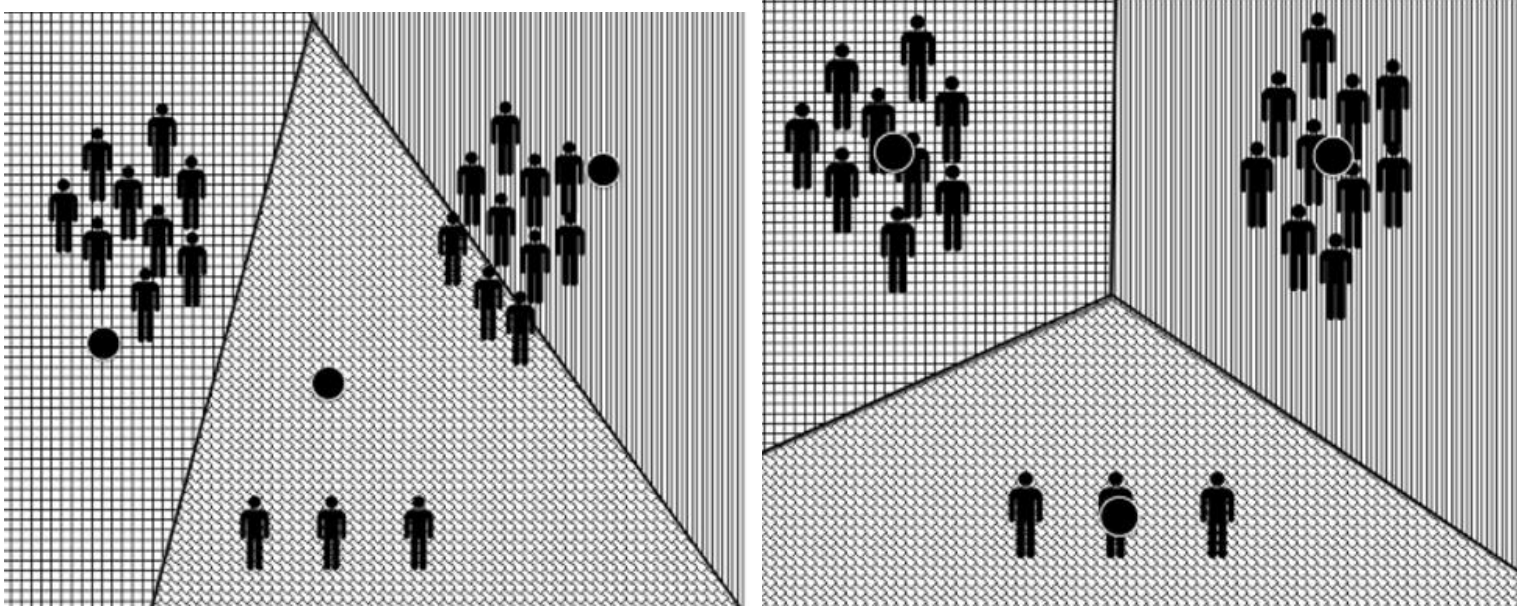
k-means (метод k-середніх) - найбільш популярний метод кластеризації. Був винайдений в 1950-х роках математиком Гуго Штейнгаузом і майже одночасно Стюартом Ллойдом. Особливу популярність здобув після роботи Маккуїна.

Дія алгоритму таке, що він прагне мінімізувати сумарне квадратичне відхилення точок кластерів від центрів цих кластерів:

$$V = \sum_{i=1}^k \sum_{x_j \in S_i} (x_j - \mu_i)^2$$

Де  $k$  – число кластерів,  
 $S_i$  – отримані кластери,  
 $i = 1, 2, \dots, k$ ,  
 $\mu_i$  – центри мас векторів  
 $x_j \in S_i$





Кластерний аналіз на прикладі кластеризації людей у кімнаті.

Знайшли ті продукції, які є більш-менш стабільними. Тепер розподіляємо їх об'єми на інші місяці.

Останнє, що залишилось зробити це порахувати за якою стратегією ми будемо працювати. А для цього потрібно заповнити матрицю прийняття рішень.

## 2.1 Критерії визначення кращої моделі

Побудова матриці рішень

		1	2	3
Людей у бригаді	10			
	17			

Кількість змін за добу

Зрозуміло, що для прийняття рішення елементами матриці повинні бути значення якихось функцій, що описують вигідність (користь) цієї чи іншої стратегії.



## Обрані функції для оцінки якості існуючих стратегій

$$F_1(p, s, V_i) = \frac{V_i}{p * s}$$

$F_1$  - очікуваний відсоток завантаження лінії

$p$  - продуктивність

$s$  - усього робочих змін у місяць

$V_i$  - об'єм продажів за місяць

$$F_2(Vw, c, n, w) = Vw * c + n * w$$

$F_2$  - витрачені кошти

$Vw$  - об'єм продукції на складі

$c$  - вартість утримання одиниці товару

$n$  - кількість набраного персоналу

$w$  - заробітня плата

$$\begin{array}{l} \text{Ціль:} \\ F_1 \rightarrow \max \\ F_2 \rightarrow \min \end{array}$$

### Висновки

У статті наведено огляд моделей, які використовуються у планування виробництва та визначенні кращої стратегії виробництва, зокрема кластерний аналіз, а також метод Хольта, модель Хольта-Уинтерса, Тейла-Вейджа для прогнозування продажів. Також запропоновано критерії якості обраних стратегій виробництва.

Для опису поведінки об'єму продажів продукцій, що виробляються на лініях з сезонним товаром, найкраще за все підійде метод Хольта-Уинтерса. Модель експоненційного згладжування разом із моделлю Хольта дадуть не дуже гарні та практичні результати. Але відсутність результату, це також результат. Було запропоновано застосувати кластерний аналіз для кращого розуміння характеру продажів продукцій. На основі кластерного аналізу та деяких статистичних показників обрано

найстабільнішу продукцію, завдяки чому можна урівняти виробництво на протязі року.

Головним результатом моделювання необхідно вважати той факт, що не існує єдиного універсального методу для моделювання будь-яких економетричних даних. На різних наборах статистичних даних необхідно використовувати весь спектр методів та професійних знань аналітика-дослідника для побудови адекватної моделі процесу.

### **Література**

1. Базилевич В. Д. Макроекономіка [Текст] / Базилевич В. Д., Баластрик Л.О., 1997. – 224 с.
2. Лукашин Ю. П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов [Текст]: М.: “Финансы и статистика” / Лукашин Ю. П., 2003. – 416 с.
3. Бокс Д. Анализ временных рядов прогноз и управление [Текст] / Бокс Д., Дженкинс Г., 1974. – 604 с.
4. Бидюк П.И. Системный подход к построению регрессионной модели по временным рядам [Текст]: Системні дослідження та інформаційні технології / Бидюк П.И., Баклан И.В. – 2002. – № 3. – С. 114-131.