Технические науки

УДК 624.044

Сырги Алина Валерьевна

студент

Поволжский государственный технологический университет

УЧЕТ ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ ПРИ РАСЧЕТЕ ИЗГИБА БАЛКИ

Аннотация: Цель данной работы - рассмотреть алгоритм расчета балки на основе математической модели с учетом физической нелинейности.

Ключевые слова: изгиб, физическая нелинейность, балка.

В настоящее время строительный сектор является одним из важных отраслей, где наблюдается стремительное развитие, которое требует внедрения новых строительных материалов крупногабаритных пространственных тонкостенных конструкций, отвечающих высокой прочности.

При расчете таких конструкций необходимо отказаться от приближенных основных гипотез линейной строительной механики.

Физическая нелинейность данной теории связана с необходимостью отказаться от описания связи между деформациями и усилиями с помощью закона Гука, в связи с тем, что материал конструкции не подчиняется этому закону. К таким материалам относятся пластмассы различных типов, железобетон, сталь.

$$\sigma = E\varepsilon \tag{1}$$

σ – напряжение в сечении бруса,

ε - относительное удлинение бруса, которое определяется по формуле

ε = Δl/l (здесь Δl – абсолютное удлинение бруса, l – начальная длина бруса),

E – коэффициент пропорциональности, который называют модулем продольной упругости (или модулем упругости первого рода, или модулем Юнга).

Физическая нелинейность появляется при отсутствии пропорциональности между усилиями и деформациями. Решается методом переменных параметров упругости. Решение задачи сводится к последовательности обычных линейных задач.

Сущность метода заключается в представлении зависимостей для упругопластического тела в форме уравнений упругости. При этом входящие в зависимости параметры упругости переменны в различных точках тела, так как они зависят от напряженного состояния.

В основу расчета положено уравнение закона плоских сечений , который применим для всех балок независимо от физико-механических свойств материала, при соблюдении условий:

1) длина балки значительно превышает высоту
2) моменты и продольная сила меняются по длине балки медленно
3) поперечное сечение по длине балки меняется постепенно.

$$\varepsilon = \rho z \tag{2}$$

ρ - кривизна изогнутой оси балки $\rho = 1/R$;

z – расстояние от н. оси в поперечном сечении балки;

R – радиус кривизны.

Гипотеза плоских сечений (гипотеза Бернулли): сечения балки, плоские и нормальные к оси до деформации, остаются после деформации плоскими и нормальными к изогнутой оси балки.

Если известна зависимость между напряжениями и дефформацией $\sigma = f(\rho z)$ то подставив ее в правую часть выражения получим закон изменения напряжений по высоте сечения балки.

Найдем зависимость между кривизной оси и изгибающим моментом

Сечение симметричное. Зависимость между напряжениями и дефформацией $\sigma = f(\rho z)$ одинаковая для сжимающих и растягивающих напряжений.

$$M = 2\int_0^h z\sigma b dz \tag{3}$$

h – высота сечения балки; b=b(z) – ее ширина на расстоянии z от нейтрального слоя

Для таких материалов зависимость между напряжениями σ и деформациями ε можно принять в виде кубического полинома

$$\sigma = E\varepsilon - E_1\varepsilon^3 \tag{4}$$

где E – начальный модуль упругости;   - постоянная, учитывающая степень нелинейности материала.

В ходе математического расчета был получен для данной зависимости для балки, имеющей прямоугольное сечение, изгибающий момент.

$$M = E\left(\frac{bh^3}{12}\right)\rho - \left(H\frac{bh^5}{80}\right)\rho^3 \qquad (5)$$

Первый член правой части формулы соответствует обычной связи между изгибающим моментом и кривизной в линейно упругой балке, а второй дает нелинейную добавку.

Рассмотрим шарнирно опертую балку постоянного поперечного сечения, загруженную на опорах изгибающими моментами *M*. Материал балки – алюминиевая бронза. Определим зависимость между кривизной нейтрального слоя и изгибающим моментом, описываемую кубическим уравнением (5), которую запишем в виде

$$\rho^3 - 3p\rho + 2q = 0$$

где $p = \frac{EJ_2}{3HJ_4} = 6{,}039 \times 10^{-9}$,

$$J_2 = \frac{bh^3}{12} = 106666{,}76(см^4)$$

$$q = \frac{M}{2HJ_4}, \left(\frac{1}{см^3}\right)$$

$$J_4 = \frac{bh^5}{80} = 256 * 10^5 (см^6)$$

Подставляя значение момента М в кубическое уравнение, получаем зависимость:

М= 0 (кНм); $\rho = 0(\frac{1}{см^3})$;

М=50 (кНм); $\rho = 0{,}052 * 10^{-4}(\frac{1}{см^3})$

М=100 (кНм); $\rho = 0{,}105 * 10^{-4}(\frac{1}{см^3})$

М=150 (кНм); $\rho = 0{,}158 * 10^{-4}(\frac{1}{см^3})$

М=200 (кНм); $\rho = 0{,}214 * 10^{-4}(\frac{1}{см^3})$

М=250 (кНм); $\rho = 0{,}271 * 10^{-4}(\frac{1}{см^3})$

M=300 (кНм); $\rho = 0{,}333 * 10^{-4} (\frac{1}{см^3})$

M=350 (кНм); $\rho = 0{,}399 * 10^{-4} (\frac{1}{см^3})$

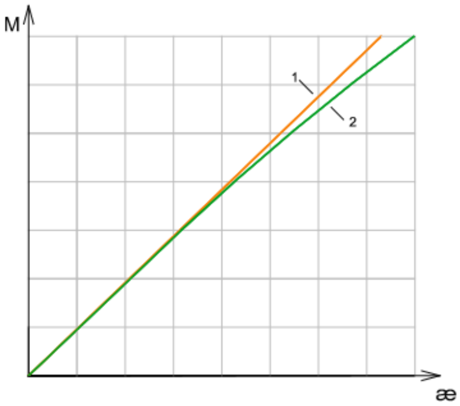

Рис.1. Зависимость между кривизной нейтрального слоя и изгибающим моментом
1 – в линейно-упругой балке
2 - с учетом физической нелинейности

По результатам вычислений можно сделать вывод, что при учете физической нелинейности на основе графиков зависимостей кривизны нейтрального слоя и изгибающего момента, отклонения между результатами расчета упругой и пластичной деформации растут с увеличением изгибающего момента. При M=300 МПа отклонения результатов составляют 6,3%, а при M=350 МПа – 8,52%. Это говорит о том, что данный алгоритм позволяет более точно рассчитывать на изгиб конструкции из данных материалов.

Литература

1. Рудых О.Л. Введение в нелинейную строительную механику: учеб. пособие / О.Л. Рудых, Г.П. Соколов, В.Л. Пахомов; под ред. О.Л. Рудых. — М.: Издательство ассоциации строительных вузов, 1998. — 65-80 с.
2. К расчету на устойчивость физически нелинейных пластин в упругой среде / С.П. Иванов, Е.С. Иванова, О.Г. Иванов и др.// известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. -2007.-№1-с.175-182.