

УДК 629.7.054

Технічні науки

Косова Вера Петровна

ассистент кафедры биотехники та инженерии,
Национальный технический университет Украины
“Киевский политехнический институт
имени Игоря Сикорского”

Воробйова Ольга Владимировна

инженер кафедры биотехники та инженерии,
Национальный технический университет Украины
“Киевский политехнический институт
имени Игоря Сикорского ”

Косова Віра Петрівна

асистент кафедри біотехніки та інженерії,
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”

Воробйова Ольга Володимирівна

інженер кафедри біотехніки та інженерії,
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”

Kosova V.

assistant Department of bioengineering and biotechnics,
National Technical University of Ukraine,
Kiev Polytechnic Institute

Vorobjova O.

engineer Department of bioengineering and biotechnics
National Technical University of Ukraine,
Kiev Polytechnic Institute

**ВОЗНИКНОВЕНИЕ РЕЗОНАНСА СОВПАДЕНИЯ В
ПОПЛАВКОВОМ ГИРОСКОПЕ ВСЛЕДСТВИЕ ДИФРАКЦИИ
ЗВУКОВИХ ВОЛН**

**ВИНИКНЕННЯ РЕЗОНАНСУ ЗБИГУ В ПОПЛАВКОВОМУ
ГИРОСКОПІ УНАСЛІДОК ДИФРАКЦІЇ ЗВУКОВИХ ХВИЛЬ
ORIGIN OF RESONANCE OF COINCIDENCE IN FLOAT GYROSCOPE
BECAUSE OF DIFFRACTION OF ZVUKOVIKH OF WAVES**

***Аннотация.** Раскрывается природа возникновения дополнительных погрешностей у чувствительных элементов гиростабилизированной платформы в акустических полях. Строится аналитическое обоснование степени влияния проникающего акустического излучения на упруго деформированный состояние подвеса гироскопа в режиме эксплуатационного использования летательных аппаратов.*

Ключевые слова: поплавковый гироскоп, волновое совпадение, шпангоут, фронт волны.

***Анотація.** Розкривається природа виникнення додаткових похибок у чутливих елементів гіростабілізованої платформи в акустичних полях. Будується аналітичне обґрунтування ступеня впливу проникаючого акустичного випромінювання на пружно-деформований стан підвісу гіроскопа в режимі експлуатаційного використання літальних апаратів.*

Ключові слова: поплавковий гіроскоп, хвильовий збіг, шпангоут, фронт хвилі.

Summary. Nature of origin of additional errors opens up at the pickoffs of gyrostabilized platform in the acoustic fields. The analytical ground of degree of influence of penetrable acoustic radiation is built on resiliently deformed consisting of podvesa of gyroscope of the mode of the operating use of aircrafts.

Keywords: float gyroscope, wave coincidence, shpangout, wavefront.

Введение. Поплавковые гироскопы нашли широкое применение в авиационно-космической технике не только как пилотажные приборы в блоке демпфирующих гироскопов, но и как навигационные, например, в роли чувствительных элементов трехосной гиростабилизированной платформы для построения триортогональной системы координат на летных изделиях различного базирования и условий старта. Жидкостатический подвес обеспечил минимальную чувствительность прибора к вибрации основания. Особенно сильно проявляющейся в эксплуатационных условиях гиперзвукового полета.

Вместе с тем, полет летного изделия со скоростью до 20 М порождает внешние возмущающие факторы, которые могут решительным образом повлиять на поплавковый гироскоп, точнее на возникновение дополнительных погрешностей в натуральных условиях. К таким факторам следует отнести вибрацию, фокусировку, ударную N-волну, сверхвысокие температуры 2000 °С и выше, проникающее акустическое излучение, горячую плазму суборбитальной и атмосферной TERRA-аэронавигации и др. Кстати, последняя является серьезной преградой для создания дистанционно-управляемых гиперзвуковых аппаратов.

Как показывают исследования, гиперзвуковые технологии порождают в приборах инерциальной навигации явления, которые формируют дополнительные погрешности измерений, величина которых может превосходить допустимые паспортные значения, а, иногда, ставить под сомнение функциональную способность прибора. Речь идет о формировании в поплавковом гироскопе резонансной ситуации и ее влиянии на резкий рост погрешностей позиционирования.

§ 1. *Расчетная модель упругого взаимодействия проникающего акустического излучения с поплавковым гироскопом.* В качестве расчетной модели выберем круговую цилиндрическую оболочку неограниченной

протяженности (рис. 1). Короткие замкнутые оболочки изучались, например, в работе [1,2, 3, 4].

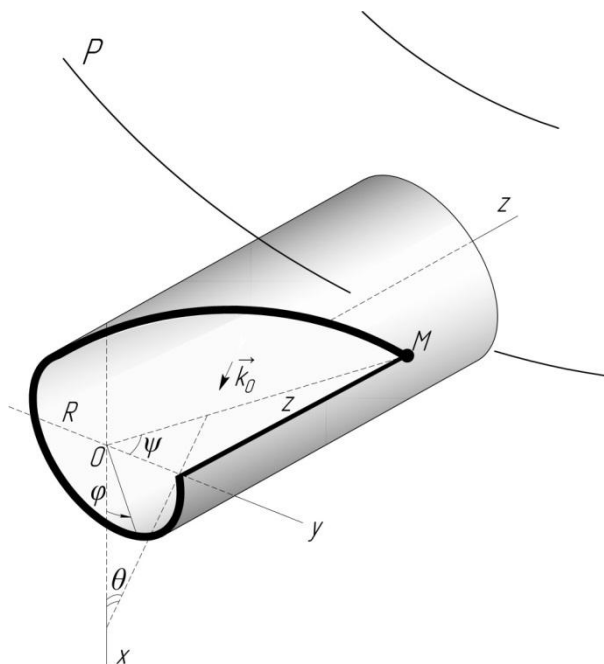


Рис. 1. Механизм воздействия акустической волны на корпус поплавкового гироскопа

Дальнейшие рассуждения построим основываясь на предположении малости толщины 2δ оболочки корпуса прибора по сравнению с ее радиусом R , т.е. будем считать, что $2\delta < \frac{R}{20}$ и меньше одной шестой части длины волны изгиба, т.е. $2\delta < \frac{1}{6} \lambda_u$.

Если на оболочку действуют только нормально приложенные к ней возмущения, тогда колебательное движение ее поверхности будет описываться системой уравнений [3, 4, 5, 6, 7]:

$$2\delta E^{-1} \nabla^4 \gamma - R \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = 0; \quad (1)$$

$$R \frac{\partial^2 \gamma}{\partial z^2} + D \nabla^4 W + R^4 m_{II} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = R^4 q_{II},$$

где W – радиальные смещения оболочки; γ – функция напряжений; $m_{II} = \rho 2\delta$ – масса единицы поверхности; D – цилиндрическая жесткость

оболочки; $q_{II} = P_1' - P_3$ - разность звуковых давлений по обе стороны оболочки; ∇^4 - оператор Лапласа

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial z^4} + \frac{\partial^4}{\partial \gamma^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial z^2 \partial \gamma^2}$$

в безразмерных координатах z и φ , которые отображают расстояния (в долях радиуса R) на рис. 1.

Введя вспомогательную функцию Φ [8]

$$W = \nabla^4 \Phi; \quad \gamma = RE2\delta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}, \quad (2)$$

приведем систему (1) к одному уравнению:

$$D\nabla^8 \Phi + R^2 2\delta E \frac{\partial^4 \Phi}{\partial z^4} + R^4 m_{II} \nabla^4 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = R^4 q_{II}. \quad (3)$$

Пусть на оболочку падает плоская звуковая волна, направление распространения которой составляет с выбранным радиальным направлением угол θ , а плоскость падения и плоскость шпангоута корпуса поплавкового гироскопа образуют угол ψ (рис. 1). Тогда, звуковое давление в падающей волне на внешней поверхности корпуса можно представить в виде –

$$P = P_0 \exp i [\omega t - k_0 2\delta z \sin \theta \sin \psi - \varphi \sin \theta \cos \psi]. \quad (4)$$

Решение уравнения (3) ищем в виде -

$$\Phi = \Phi_0 \exp i [\omega t - k_0 2\delta z \sin \theta \sin \psi - \varphi \sin \theta \cos \psi].$$

Если пренебречь рассеянием звука на поверхности оболочечной части корпуса, тогда, с учетом обозначений (2), упругие перемещения W поверхности в плоскости шпангоута можно записать в виде -

$$W = P_1' - P_2 \cdot m_{II}^{-1} \omega^{-2} \left(\frac{D\omega^2}{m_{II} c_0^4} \sin^4 \theta + \frac{E2\delta}{m_{II} \omega^2 2\delta^2} \sin^4 \psi - 1 \right)^{-1}. \quad (5)$$

Примем, что сопротивление корпуса симметричным колебаниям значительно больше сопротивлению антисимметричным колебаниям, т.е. считаем, что

$$|Z_a| \square |Z_c|,$$

а выражение для звукопроницаемости запишем в виде [8] –

$$\tau_0 = \frac{1}{\left| 1 + Z \frac{\cos \theta}{2\rho_0 c_0} \right|^2}, \quad (6)$$

где импеданс $Z = \frac{P'_1 - P_2}{i\omega W}$.

Соотношение (6) для пластины может быть приближенно использовано и для оболочки [5]. Как следует из выражения (5) –

$$\begin{aligned} Z &= im_{\Pi}\omega \left(1 - \frac{D\omega^2}{m_{\Pi}c_0^4} \sin^4 \theta - \frac{E \cdot 2\delta}{m_{\Pi}\omega^2 R^2} \sin^4 \psi \right) = \\ &= im_{\Pi}\omega \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{zp}} \right)^2 \sin^4 \theta - \left(\frac{\omega_{III}}{\omega} \right)^2 \sin^4 \psi \right), \end{aligned} \quad (7)$$

где $\omega_{zp} = 2\pi f_{zp}$; $\omega_{III} = \frac{c_1}{R}$ - круговая частота собственных, чисто радиальных, колебаний кольца, возникающих при сжатии-растяжении, при этом длина продольной (окружной) волны λ_{Π} становится равной длине окружности кольца ($c_1 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ - скорость продольной волны) если угол $\psi = \frac{\pi}{2}$ рад.

Величина звукопроницаемости цилиндрической оболочки будет равна [9] –

$$\tau = \frac{1}{\left| 1 + \frac{i}{\Delta_{\Pi}} \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{zp}} \right)^2 \sin^4 \theta - \left(\frac{\omega_{III}}{\omega} \right)^2 \sin^4 \psi \right] \right|^2}, \quad (8)$$

где $\Delta_{\Pi} = \frac{2\rho_0 c_0}{m_{\Pi}\omega \cos \theta}$.

При бесконечно большом радиусе кривизны оболочки выражение (8) переходит в формулу для звукопроницаемости пластины.

Из формулы (8) следует также, что звукопроницаемость корпуса может резко снижаться и при частотах ниже граничной f_{zp} , в отличие от

приближенной расчетной модели в виде пластины.

Так, если $\omega \ll \omega_{sp}$, то второе слагаемое в формуле (8) пренебрежительно мало по сравнению с единицей. Тогда, при выполнении условия

$$\omega = \omega_{III} \sin^2 \psi \quad (9)$$

оболочечная часть корпуса станет «акустически прозрачной» (конечно, при отсутствии потерь). Это условие можно рассматривать также как равенство следа длины окружности шпангоута и проекции длины продольной волны на плоскость фронта падающей волны, т.е.

$$\frac{2\pi R}{\sin \psi} = \lambda_{II} \sin \psi. \quad (10)$$

Таким образом, в цилиндрическом корпусе возникает на низких частотах еще одно волновое совпадение (по сравнению с пластиной) для *продольных волн*.

Причем, если для изгибных волн волновое совпадение может наблюдаться только на частотах выше f_{sp} , то для *продольных волн*, напротив, может иметь место только при частотах не выше ω_{III} .

В случае диффузного поля, коэффициент звукопроницаемости корпуса прибора определяется операцией усреднения по Пэрису, т.е.

$$\tau_{\theta\psi} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \tau \sin 2\theta \partial\theta \partial\psi, \quad (11)$$

где величина τ определяется формулой (8). Интегрируя это выражение, целесообразно рассматривать отдельно диапазоны частот. Например, так:

$$1) \omega < \omega_{III}; \quad \omega < \omega_{sp};$$

$$2) \omega_{III} < \omega < \omega_{sp};$$

$$3) \omega_{III} < \omega; \quad \omega_{sp} < \omega.$$

§2. Анализ резонансной ситуации в подвесе гироскопа

Таким образом, удастся установить, что изгибные колебания корпуса $Z_a \ll Z_c$, способны породить волновое совпадение только на частотах ω ,

превышающих граничную частоту ω_{zp} , $\omega_{zp} < \omega$. Причем, каждой частоте ω соответствует свой угол совпадения θ_c .

С другой стороны, продольные колебания корпуса $Z_c \square Z_a$, могут кроме уже выявленного резонанса совпадения для плоской модели, установить на расчетной модели оболочки условия возникновения еще одного резонанса – равенства следа длины окружности шпангоута и длины продольной волны. Пусть на прибор действует ультразвуковой луч частоты $f_{zp} = 42 \text{ Гц}$. Тогда, оба эти резонанса могут возникать только на частотах, ниже граничной, т.е.

$$\begin{aligned} \omega \square \omega_{zp} &= 23\,757 \text{ рад } c^{-1} & f_{zp} &= 3783 \text{ Гц} ; \\ \omega \square \omega_{III} &= 255\,998 \text{ рад } c^{-1} & f_{III} &= 40764 \text{ Гц} . \end{aligned} \quad (12)$$

где $\omega_{III} = \frac{c_1}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$; c_1 – скорость продольных волн; ω_{III} – радиальные собственные колебания кольца шпангоута $Z_c \square Z_a$.

Принимая радиус R корпуса поплавкового прибора равным $0,025 \text{ м}$, а скорость окружной (продольной) волны в алюминии равной $c_1 = 6400 - 5200 \text{ мс}^{-1}$, можем установить условия низкочастотного резонанса продольной волны в корпусе гироскопа с жидкостатическим подвесом.

Значения угла ψ , при которых наступает явление волнового совпадения на низких частотах определим из формулы (10) и, для удобства, сведем в табл. 1.

Таблица 1

Резонансные значения угла ψ для продольной (окружной) волны

алюминий, $c_1 = 6400 \text{ мс}^{-1}$			
$f, \text{ Гц}$	$\psi, \text{ град}$	$f, \text{ Гц}$	$\psi, \text{ град}$
100	2°50'	2000	12°25'
200	4°00'	3000	15°45'

300	4°55'	6000	22°35'
400	5°45'	7000	24°30'
500	6°20'	8000	26°20'
600	7°00'	10000	29°40'
700	7°30'	20000	44°30'
800	8°05'	30000	59°10'
900	8°35'	40000	82°10'
1000	9°00'		

Таким образом, с уменьшением угла ψ падения волны снижается и частота совпадения f , т.е.

$$2\pi R \frac{f}{c_1} = \sin^2 \psi.$$

Комбинированный резонанс

В соответствии с выражением (8) имеем:

$$\left(\frac{\omega}{\omega_{ep}} \sin^2 \theta - \frac{\omega_{III}}{\omega} \sin^2 \psi \right)^2 = 1 - 2 \frac{\omega_{III}}{\omega_{ep}} \sin^2 \theta \sin^2 \psi. \quad (13)$$

Некоторые частные случаи.

Пусть, $\psi = 0$, тогда

$$\frac{\omega^2}{\omega_{ep}^2} \sin^4 \theta = 1; \quad \omega = \frac{\omega_{ep}}{\sin^2 \theta}. \quad (14)$$

И резонанс наблюдается при

$$\omega_{ep} \leq \omega. \quad (15)$$

Если $\psi = \frac{\pi}{2}$ и $\theta = 0$, тогда резонанс имеет место при

$$\omega_{III} = \omega. \quad (16)$$

Таким образом, имеем:

1. $\omega_{ep} \leq \omega$;
2. $\omega_{III} = \omega$.

Выводы. Расчетная модель дала следующее:

1. Резонансная ситуация благоприятствует беспрепятственному проникновению акустического воздействия внутрь прибора, точнее в жидкостатическую составляющую подвеса, формируя ее повышенное энергетическое состояние, что несомненно отражается на степени воздействия на поплавков гироагрегата. Не считая появления “*zone kaustikos*”.
2. Подтвердила наличие резонанса изгибных волн только на частотах выше граничной –

$$\omega = \frac{\omega_{cp}}{\sin^2 \theta} \Rightarrow \psi = 0.$$

Здесь каждой частоте соответствует свой угол совпадения θ_c .

3. Установила наличие дополнительно **двух** резонансов **окружных** волн на низких частотах:

$$- \quad \omega = \omega_{III} \sin^2 \psi \quad \Rightarrow \quad \frac{2\pi R}{\sin \psi} = \lambda_{II} \sin \psi;$$

$$- \quad \omega = \omega_{III} = \frac{c_1}{R} = 2,56 \text{ c}^{-1} \quad \Rightarrow \quad \psi = \frac{\pi}{2}; \quad \theta = 0.$$

$f_{III} = 40,76 \text{ кГц.}$

Здесь ω_{III} – радиальные собственные колебания кольца шпангоута.

Литература

1. White, P.H. Sound transmission through a finite, closed, cylindrical shell [Текст]/ P.H. White// JASA. Vol. 40, № 5, 1966.
2. Karachun, V. The additional error of inertial sensors induced by hypersonic flight conditions [Текст]/ V. Karachun, V. Mel'nick, I. Korobiichuk, M. Nowicki, R. Szewczyk, S. Kobzar// 2016; Sensors (Switzerland). Volume: 16. Issue: 3. Year: 2016-02-26. EID: 2-s2.0-84959187681. Scopus ID: 84959187681. DOI: 10.3390/s16030299.

3. Власов, В.З. Основные дифференциальные уравнения общей теории оболочек [Текст] / В.З. Власов // Прикл. матем. и механика. – Т. 8, № 2, 1944. – С. 72-76.
4. Mel'nick, V. The emergence of resonance within acoustic fields of the float gyroscope suspension [Текст] / V. Mel'nick, V. Karachun // EasternEuropean Journal of Enterprise Technologies. ISSN: 17293774. Volume: 1. Issue: 7. Pages: 39-44. Year: 2016-01-01. EID: 2-s2.0-84960858488. Scopus ID: 84960858488. DOI: 10.15587/1729-4061.2016.59892
5. Власов, В.З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике [Текст]: моногр./ В.З. Власов. – М.: Гостехтеоретиздат, 1949. – 372 с.
6. Karachun, V.V. Elastic stress state of a floating-type suspension in the acoustic field. Deviation of the spin axis [Текст]/ V.V. Karachun, V.N. Mel'nik // Strength of Materials. ISSN: 00392316. Volume: 44. Issue: 6. Pages: 668-677. Year: 2012-11-01. EID: 2-s2.0-84961216138. Scopus ID: 84961216138. DOI: 10.1007/s11223-012-9421-2.
7. Новожилов, В.В. Теория тонких оболочек [Текст]: моногр./ В.В. Новожилов. – Л. Судпромгиз, 1951. – 437 с.
8. Мельник, В.Н. Волновые задачи в акустических средах [Текст]: моногр. / В.Н. Мельник, Н.В. Ладогубец; НТУУ “КПІ”, НАУ: Киев, “Корнейчук”, 2015. – 432 с.
9. Karachun, V.V. Influence of Diffraction Effects on the Inertial Sensors of a Gyroscopically Stabilized Platform: Three-Dimensional Problem [Текст]: / V.V. Karachun, V.N. Mel'nik // International Applied Mechanics, Vol. 48, № 4, July 2012. – P. 458 – 464.