Технические науки

УДК 621.865.8.001

Чудинов Владислав Александрович
Chudinov Vladislav Alexandrovich
студент, кафедра Автомобили технологические машины, автодорожный факультет, Пермский национальный исследовательский политехнический университет
г.Пермь, Российская Федерация

Бруданов Антон Михайлович
Brudanov Anton Mikhailovich
студент, кафедра Автомобили технологические машины, автодорожный факультет, Пермский национальный исследовательский политехнический университет
г.Пермь, Российская Федерация

ОПТИМАЛЬНОЕ ФОРМИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИЙ ДВИЖЕНИЯ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ РОБОТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

OPTIMIZATION OF TRAJECTORIES ROBOTIC MANIPULATOR USING DYNAMIC PROGRAMMING

Аннотация: Один из подходов к решению задачи оптимального управления движением манипуляционного робота по заданной геометрической траектории предполагает разбиение задачи на два этапа. На первом вне реального времени осуществляется формирование оптимальных по заданному критерию траекторий движения в каждой степени подвижности как функций времени, обеспечивающих движение рабочего органа манипулятора по заданной геометрической траектории с оптимальной скоростью. На втором этапе в реальном времени происходит отслеживание сформированных на первом этапе траекторий. Ниже рассмотрен метод формирования оптимальных траекторий движения при зависящих от состояния манипулятора ограничениях на развиваемые силы и моменты и зависящих от конфигурации манипулятора ограничениях на скорости движения в степенях подвижности. В отличие от известных алгоритмов предложенный подход не требует представления заданной геометрической траектории в параметрической форме, а допускает ее указание последовательностью точек.

Annotation: One approach to solving the problem of optimal control of the movement of the handling robot for a given geometric path involves partitioning the problem into two stages. The first is carried out real-time formation of optimal trajectories specified criteria for each degree of mobility as a function of time, provide a working body of the manipulator motion for a given geometric path with optimum speed. The second stage takes place in real time tracking formed in the first phase trajectories. The following describes the method of formation of the optimal trajectories with dependent constraints manipulator state in the emerging forces and moments, and depending on the configuration of the manipulator restrictions on the movement speed in degrees of mobility. In contrast to the known algorithms proposed approach does not require the submission of a given geometric path in parametric form, and allows her to specify the sequence of points.

Ключевые слова: траектория, манипулятор, движение.

Keywords: trajectory, manipulator , movement.

Проблемы формирования оптимальных траекторий может быть сформулирована как задача оптимального управления. Для динамической системы

$$\dot{x} = f(x(t), u(t))$$

с начальным состоянием $x(t_0) = x_0$ и конечным состоянием $x(t_f) = x_f$ при заданном или свободном времени окончания процесса требуется найти управление $u(t)$ и соответствующее состояние $x(t)$, оптимизирующие показатель качества

$$J = K(x(t_f), + \int_0^{t_f} L(x(t), u(t)dt$$

при ограничениях в форме равенств и неравенств вида

$$\varphi(x(t), u(t)) = 0$$

$$\varphi(x(t), u(t)) \leq 0$$

При планировании оптимальных траекторий движения манипулятора используются уравнения математики

$$p = \psi(q), p \in R^n, q \in R^n, \psi: R^n \longrightarrow R^n$$

и динамики

$$\mathrm{M(q)}\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = u, u \in R^n,$$

где **p** – вектор, представляющий положение рабочего органа манипулятора в декартовой системе координат; **q** – вектор, представляющий перемещения в степенях подвижности манипулятора. В качестве управления **u** рассматриваются развиваемые приводами в степенях подвижности силы и моменты. Начальное состояние определяется равенствами $p(t_0) = p_0$ и $p(t_0) = 0$. В конечный момент $p\left(t_f\right) = p_f$ и $p\left(t_f\right) = 0$. Ограничения вида равенств q(q) = 0 определяют требуемую геометрическую траекторию. Ограничения вида неравенств устанавливают пределы изменения развиваемых приводами сил (моментов) и скоростей

$$v(q, \dot{q}) \leq u \leq w(q, \dot{q})$$
$$r(q) \leq \dot{q} \leq s(q)$$

В дальнейшем рассматриваются две задачи оптимизации: (i) минимизация времени движения

K = 0, L = 1, J = $t_f - t_0$;

(ii) минимизация энергозатрат

K = 0, L = $u^t \dot{q}$, J = $\int u^T\, dt$;

(iii) комбинация задач (i) и (ii)

K = 0, L = $\xi_1 + \xi_2\, u^r \dot{q}$, J = = $\xi_1\left(\, t_f - t_0\right) + \,\xi_2 \int u^T\, dq$; ;

где ξ_1 и ξ_2 – весовые функции.

В связи с использованием для решения задачи цифровых ЭВМ приведена эквивалентная постановка задачи в дискретной форме. Требуется для динамической системы, описываемой уравнениями

$$p(k) = \psi\big(q(k)\big),$$
$$M\big(q(k)\big)[\dot{q}(k+1) - \dot{q}(k)] - h(q(k),$$
$$\dot{q}(k))\Delta t(k) = u(k)\Delta t(k)$$

с начальным и конечным состояниями

$$p(0) = p_0, \dot{p}(0) = 0,$$
$$p(N) = p_f, \dot{p}(N) = 0$$

При отсутствии ограничений на время движения, найти управление **u(k)** и соответствующее состояние $[q(k), \dot{q}(k)]$, оптимизирующие один из следующих показателей качества

$$(i)\, J = \sum \Delta\, t(k),$$

$$(ii)\, J = \sum u^T\,(k)\dot{q}(k)\Delta t(k),$$

$$(iii)\, J = \sum (\xi_1 + \xi_2\, u^T\,(k)\dot{q}(k))\Delta t(k)$$

при ограничениях

$$q\big(p(k)\big) = 0,$$

$$(q(k), \dot{q}(k)) \le u(k) \le w(q(k), \dot{q}(k))$$

$$r\big(q(k)\big) \le\ \dot{q}(k) \le s\big(q(k)\big).$$

Для решения этой задачи предложено использовать метод динамического программирования. Такой подход позволяет получить универсальный алгоритм формирования оптимальных траекторий при различных ограничениях и показателях качества. Облегчает использование метода то обстоятельство, что при заданной геометрической траектории положение в одной степени подвижности определяет положения в остальных. В результате существенно снижается размерность задачи.

Пусть **r** – индекс дискретной точки на заданной геометрической траектории. Для заданного в декартовых координатах положения рабочего органа в точке **r** путем решения обратной задачи кинематики манипулятора можно определить соответствующие обобщенные координаты **q(k).** Пусть $Y_i(r)$ – множество возможных скоростей движения в степени подвижности **i** в точке **r**, которое получается путем дискретизации диапазона скоростей

$$r_j\big(q(k)\big) \le\ \dot{q}_\iota(k) \le s_i\big(q(k)\big).$$

В том случае, когда ограничения скорости не указаны, ее предельные значения могут быть получены из ограничений сил (моментов). Рассмотрим переход манипулятора из точки k и k+1. Предполагается, что величина перемещения мала, а ускорение постоянно. Для возможной скорости $\dot{q}_\iota(k) \in Y_i(k)$ и допустимой скорости $\dot{q}_\iota(k+1)$ ускорение движения в сочленении **i** в точке **k** определяется выражением

$$\ddot{q}_i(k) = \frac{[\dot{q}_\iota(k+1)]^2 - [\dot{q}_\iota(k)]^2}{2[\, q_i(k+1) -\ q_i(k)]}$$

и время перехода между двумя точками

$$\Delta t(k) = \frac{[2[\, q_i(k+1) -\ q_i(k)]}{[\, \dot{q}_\iota(k+1) +\ \dot{q}_\iota(k)\,]}.$$

Поскольку перемещение в следующую точку для всех степеней подвижности должно завершаться за один и тот же временной интервал, можно определить скорости движения в остальных степенях подвижности в точке **k** как

$$\dot{q}_\iota(k) = \frac{2\big[q_j(k+1) - q_j(k)\big]}{\Delta t(k)} - \dot{q}_J(k+1).$$

Если какая-либо из скоростей $\dot{q}_\iota(k)$, [j = 1,2..,n, j ≠ i] не удовлетворяет ограничениям для скоростей, то скорость $\dot{q}_\iota(k)$ считается недопустимой. Если все скорости удовлетворяют ограничениям, то для каждой степени подвижности вычисляется ускорение. Далее по полученным значениям перемещений, скоростей и ускорений вычисляются силы (моменты), которые необходимо приложить в степенях подвижности для выполнения перемещения из точки **k** в **k+1.** Если при этом оказывается, что какая-либо из сил (моментов) выходит за допустимые пределы, то скорость $\dot{q}_\iota(k)$ также полагается недопустимой. Пусть $\varphi(\dot{q}_\iota(k), k)$ обозначает приращение показателя качества при перемещении между точками **r** и **r+q** и $J^0(\dot{q}_\iota(k), k)$ обозначает наименьшее значения показателя качества при переходе из **r**-той точки в конечное состояние. Используя принцип оптимальности Беллмана, можно получить

$$J^0(\dot{q}_\iota(k), k) = \frac{\min}{q_i(k+1) \in Z_i(k+1)} \{\varphi(\dot{q}_\iota(k), k) + J^0(\dot{q}_\iota(k), k)\},$$

где $Z_i(k+1)$ – множество допустимых значений в точке $k+1$. Это уравнение применяется к каждой допустимой скорости в точке **k** и позволяет для каждой скорости найти единственную оптимальную скорость в точке $k+1$ и скорости в остальных степенях подвижности, а также силы (моменты), соответствующие оптимальным условиям в точке **k**. Оптимизационный процесс начинается в конечном состоянии и распространяется в направлении к началу. Алгоритм планирования оптимальных траекторий включает в себя следующие этапы:

1. Разбить заданную в неподвижной декартовой системе координат геометрическую траекторию движения рабочего органа манипулятора на N сегментов (всего задано N+1 точек).
2. Путем решения обратной задачи кинематики для каждой точки определить соответствующие значения обобщенных координат.
3. Выбрать нестационарную степень подвижности, ограничения на скорость движения в которой заданы в явном виде. Если такого сочленения найти не удается, выбрать любую нестационарную степень подвижности и определить допустимую область изменения скорости из ограничений на величину силы (момента). Алгоритм формирования ограничений на скорость для этого случая изложен ниже. Пусть выбрано сочленение **i**.
4. Пусть $J^0(\dot{q}_\iota(N), N) = 0$ и $r = N - 1$.
5. Произвести дискретизацию диапазона скоростей движения в степени подвижности **i** в точке **r** на ряд возможных скоростей. Начальный список допустимых скоростей в точке **r** установить равным списку возможных скоростей. Для возможной скорости $\dot{q}_\iota(r)$ и допустимой скорости

$\dot{q}_i(r+1)$ вычислить соответствующие скорости движения в остальных степенях подвижности в точке **r**. Если какая-либо из вычисленных скоростей выходит за границы установленных ограничений, удалить $q_i(r)$ из списка допустимых скоростей. В противном случае вычислить требуемые силы (моменты). Если какая-либо сила (момент) нарушает установленные ограничения, то удалить $\dot{q}_i(r)$ из списка допустимых скоростей.

6. Для каждой допустимой скорости в степени подвижности **i** в точке **k** вычислить приращение показателя качества при переходе от точки **r** к **r+1.**
7. Используя процедуру (23), найти для $\dot{q}_i(r)$ оптимальную скорость $\dot{q}_i(r+1)\mathrm{opt}$ в точке $r+1$, которая минимизирует показатель качества при переходе от точки **r** к конечному положению.
8. Повторять шаги от (4 до 7) для последовательности точек r в направлении от N-2 до 0. Когда r = 0, т.е. достигнуто начальное состояние, найден оптимальный показатель качества для всей заданной геометрической траектории.
9. Продвигаться вперед от начального состояния к конечному, следуя указателю, чтобы получить оптимальную последовательность скоростей в степени подвижности **i**. Вычислить соответствующие скорости и силы (моменты) во всех степенях подвижности.

Далее рассматриваются вычислительные аспекты рассмотренного алгоритма. Предложены подходы, направленные на повышение вычислительной эффективности процедуры формирования оптимальных траекторий. Рассматривается случай, когда в явном виде не указаны ограничения на скорости движения в степенях подвижности и заданы только силовые ограничения. Для того чтобы получить скоростные ограничения нужно переписать уравнение динамики в виде

$$\dot{q}(k+1) - \dot{q}(k) = M^{-1}\big(q(k)\big)\big[u(k) - h\big(q(k), \dot{q}(k)\big)\big]\Delta t(k).$$

Подставляя в это уравнение выражение $\Delta t(k)$ из (21), можно получить

$$\frac{q_i^2(k+1) - q_i^2(k)]}{q_i(k+1) - q_i(k)} = 2\sum_{j=1}^{n} M_{ij}^{-1}\big(q(k)\big)\big[u_j(k) - h_j\big(q(k), \dot{q}(k)\big)\big].$$

Это уравнение можно использовать для определения граничных значений скорости в сочленении i при движении по заданной геометрической траектории. Видно, что скорость $\dot{q}(k+1)$ принимает максимальное значение, если

$$u_i(k) = \begin{cases} w_j\big(q(k), \dot{q}(k)\big) \; \textit{когда} \; M_{ij}^{-1}(q(k))[q_i(k+1) - q_i(k)] > 0 \\ v_j\big(q(k), \dot{q}(k)\big) \; \textit{когда} \; M_{ij}^{-1}(q(k))[q_i(k+1) - q_i(k)] < 0, \end{cases}$$

и наименьшее значение, если

$$u_i(k) =$$
$$\begin{cases} u_j\big(q(k),\dot{q}(k)\big) \text{ когда } M_{ij}^{-1}(q(k))[q_i(k+1) - q_i(k)] > 0 \\ w_j\big(q(k),\dot{q}(k)\big) \text{ когда } M_{ij}^{-1}(q(k))[q_i(k+1) - q_i(k)] < 0, \end{cases}$$

где w_j и u_i – соответственно максимальное и минимальное значение момента.

Верхняя граница $\dot{q}_\iota$ может быть получена путем осуществления на первом этапе максимизации $\dot{q}_\iota$ при продвижении от начального состояния к конечному. Полученная функция монотонно возрастает. На втором этапе этот процесс повторяется при продвижении из конечного состояния к начальному. Подобным образом (с использованием минимизации $\dot{q}_\iota$) может быть найдена нижняя граница скорости $\dot{q}_\iota$. Таким образом, полученные четыре кривые ограничивают допустимую область изменения скорости $\dot{q}_\iota$.

Точность траектории зависит от разрешающей способности при дискретизации скорости. Увеличение числа уровней дискретизации позволяет повысить точность решения, но существенно удлиняет продолжительности вычислений. Для любого сегмента траектории. если имеется N_{vu}, возможные скорости в начале сегмента и V_{vf} в его конце, то в худшем случае алгоритм требует выполнения $N_{vu} * N_{vf}$ вычислений. Предлагается метод рекуррентного повышения разрешающей способности, требующий значительно меньших вычислительных затрат. Вначале формируется субоптимальное решение с использованием грубой дискретизации, а затем в окрестности полученного решения используется более мелкая дискретизация. Если такое рекуррентное уточнение повторяется ß раз, каждый раз разбивая скорость на m уровней, достигается эквивалентная дискретизация на m^β уровней. Сложность вычислений на каждом сегменте пропорциональна квадрату числа уровней дискретизации. Таким образом, время вычислений имеет порядок $O(\beta \cdot m^2)$ при использовании предложенной рекуррентной процедуры и $O(\beta \cdot m^{2\beta})$ при эквивалентной разрешающей способности без использования рекуррентного уточнения. Отсюда видно, что предложенная процедура позволяет значительно сократить время вычислений.

Литература

1. Поезжаева Е.В//Теория механизмов и механика систем машин. Промышленные роботы: учеб. пособие: в 3 ч. / Е.В. Поезжаева. – Пермь: Изд-во Перм. Гос. техн. ун-та, 2009.-Ч.2-185.
2. Поезжаева Е.В//Теория механизмов и механика систем машин. Учеб. Пособия/Е.В. Поезжаева.- Пермь: Изд-во Пермского национального исследовательского политехнического университета. 2014.-400
3. Поезжаева Е.В//Теория механизмов и механика систем машин. Промышленные роботы: учеб. пособие: в 3 ч. / Е.В. Поезжаева. – Пермь: Изд-во Перм. Гос. техн. ун-та, 2009.-Ч.3-164.