

Лаврій Богдан Петрович

студент Інституту прикладного системного аналізу,

НТУУ «КПІ», м. Київ

Lavrii Bogdan

student at the Institute for Applied System Analysis,

NTUU “KPI”, Kyiv

Науковий керівник: д.т.н., професор Бідюк П.І.

МОДЕЛЮВАННЯ ВАЛОВОГО ВНУТРІШНЬОГО ПРОДУКТУ УКРАЇНИ

Вступ. В час коли економіка кожної окремої країни сильно залежить також від багатьох інших країн, коли кожна з національних економік є дуже складною не просто навіть точно оцінити її розмір, не кажучи вже про прогнозування. Тому багато дослідників зосереджують свою увагу на покращенні методології прогнозування, знаходженні нових підходів та якнайкращому використанні вже відомих для розв’язання цієї проблеми.

Серед українських дослідників питаннями моделювання займаються О. М. Семененко, Р. В. Бойко, О. Г. Водчиць та інші [1].

Моделювання є важливим засобом розв’язання багатьох економічних завдань. Наприклад, вирішення питань видатків державного бюджету та їх вплив на внутрішньо-валовий продукт. Широко застосовується для вирішення задач біології та екології: екологічні прогнози, дослідження антропогенного впливу на навколишнє середовище, моделі походження життя.

Мета цього дослідження – побудувати адекватну модель ВВП і дати його прогноз для України в близькому майбутньому – на два роки. Для

даних, що включають щорічно прогноз буде на 2 роки, а для поквартальних даних на 6 кварталів або 1,5 роки.

Постановка задачі

- Виконати критичний огляд існуючих математичних моделей ВВП;
- зібрати статистичні дані, необхідні для побудови математичних моделей;
- вибрати критеріальну базу для оцінювання адекватності моделей та оцінок прогнозів;
- побудувати математичні моделі ВВП на основі статистичних даних в EViews;
- обчислити оцінки прогнозів, виконати аналіз отриманих результатів.

Регресійний аналіз — розділ математичної статистики, присвячений методам аналізу залежності однієї величини від іншої. На відміну від кореляційного аналізу не з'ясовує чи істотний зв'язок, а займається пошуком моделі цього зв'язку, вираженої у функції регресії.

Авторегресійна (AR) модель — модель часових рядів, в якій значення часового ряду в даний момент лінійно залежать від попередніх значень цього ж ряду. Авторегресійний процес порядку p (AR(p)-процес) - визначається таким чином [2]:

$$X_t = c + \sum_{i=1}^p a_i \cdot X_{t-i} + \varepsilon_t,$$

де a_1, \dots, a_p — параметри моделі (коефіцієнти авторегресії);

c — постійна;

X_t — значення часового ряду в момент t ;

ε_t — білий шум.

Автокореляційну функцію (АКФ) та часткову автокореляційну функцію (ЧАКФ) використовують для визначення попередньої оцінки порядку авто регресійної частини моделі, тобто скільки затриманих в часі

значень потрібно брати для опису процесу. При цьому необхідно врахувати, що АКФ дає менш «чітку» оцінку порядку моделі, ніж ЧАКФ.

Вибіркова АКФ обчислюється за виразом:

$$r_y(s) = r_{y(k)y(k-s)} = \frac{1}{N-1} \frac{\sum_{k=s+1}^N \{[y(k)-\bar{y}][y(k-s)-\bar{y}]\}}{\sigma_y^2}, \quad s = 1, 2, 3, \dots$$

де $y(t)$ – значення ряду, для якого будується модель в момент t ,

σ_y^2 - вибіркова дисперсія змінної $y(k)$;

N – довжина вибірки;

\bar{y} - середнє значення вибірки даних.

На відміну від АКФ, ЧАКФ між значеннями $y(k)$ та $y(k-s)$ включає вплив величин $y(k-1)$ та $y(k-s+1)$, що означає, що ЧАКФ чіткіше відображає зв'язок між окремими значеннями основної змінної.

ЧАКФ обчислюється наступним методом за допомогою АКФ:

$$\begin{aligned} \Phi_{11} &= r(1), \\ \Phi_{22} &= \frac{r(2) - r(1)^2}{1 - r(1)^2}, \\ \Phi_{ss} &= \frac{r(s) - \sum_{j=1}^{s-1} \Phi_{s-1,j} r(s-j)}{1 - \sum_{j=1}^{s-1} \Phi_{s-1,j} r(j)}, \end{aligned}$$

де $r(t)$ – значення АКФ для лагу t ,

$\Phi_{i,j}$ – значення ЧАКФ.

АКФ та ЧАКФ в даному дослідженні застосовувались для вибору оптимального порядку моделей.

Термін ковзне середнє означає, що множина значень, які усереднюють, безупинно рухається в часі. Ковзна середня відображає тенденцію зміни цін і згладжує їхні несуттєві коливання. На ринках, де яскраво виражена цінова тенденція відсутня, ковзна середня, як правило, змінюється в деякому горизонтальному діапазоні.

Загальна формула для зваженого ковзного середнього:

$$MA(k) = \frac{\sum_{i=1}^N w_i \cdot y(k - i + 1)}{\sum_{i=1}^N w_i},$$

де N – розмір вікна ковзного середнього;

w_i – вагові коефіцієнти;

y – часовий ряд вхідних даних. [2]

Таблиця 1. Використані показники якості моделей та прогнозів [3]

Коефіцієнт детермінації	$R^2 = \frac{\text{var}(\hat{y})}{\text{var}(y)}$
Сума квадратів похибок моделі	$SSE = [\sum_{k=1}^N \hat{y}(k) - y(k)]^2$
Статистика Дарбіна-Уотсона	$DW = \frac{\sum_{k=2}^N [e(k) - e(k-1)]^2}{\sum_{k=1}^N e^2(k)}$
Критерій Акайке	$IKA = N \ln(\sum_{k=1}^N e^2(k)) + 2n$
Абсолютна середня похибка	$MAE = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y(k) - \hat{y}(k) $
Абсолютна середня похибка в процентах	$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{ y(k) - \hat{y}(k) }{ y(k) } * 100\%$
Середньоквадратична похибка	$RSME = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N [y(k) - \hat{y}(k)]^2}$
Коефіцієнт нерівності Тейла	$U = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(k) - \hat{y}(k)]^2}}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y^2(k)} + \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \hat{y}^2(k)}}$

Формування ВВП в Україні з 2000 – 2015 рр.

Для побудови математичної моделі скористаємось рядом значень ВВП який складається з 64-х значень та рядом з 64 значень чистого експорту, що буде використано при побудові множинної регресії(рис. 2).

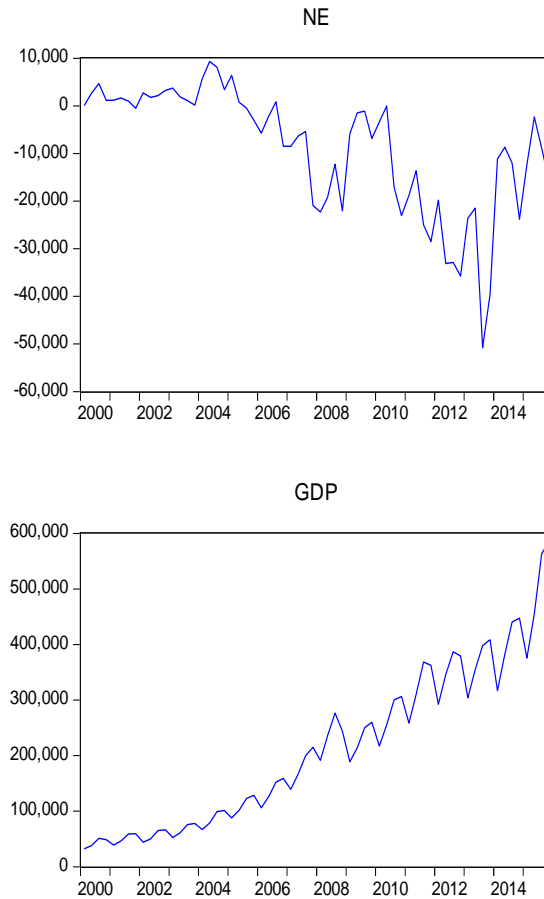


Рисунок 1 - Зображення поквартальних даних ВВП в Україні

Статистичні критерії побудованих моделей (табл. 2-4):

Таблиця 2. Критерії адекватності для побудованих моделей

Тип моделі	R^2	SSE	Крит. Акайке	Коефіцієнт Д-В
AR(5)	0,914	6,01E+10	23,80	2,18
ARMA(5,4)	0,965	2,46E+10	23,02	2,02
AR(5)+trend	0,944	3,93 E+10	23,41	1,84
ARMA(5,5)+trend	0,976	1,67E+10	22,67	1,93

AR(1) + Y(ne)	0,930	5,50E+10	23,63	2,27
AR(1) + Y(ne) +LAG1(ne)	0,941	4,68E+10	23,50	2,27
AR(4) + Y(ne)	0,975	1,82E+10	22,62	0,63
AR(4) + Y(ne) +LAG1(ne)	0,975	1,78E+10	22,63	0,75
AR(4) + Y(ne) +trend	0,982	1,29E+10	22,31	0,99
AR(4) + Y(ne) +LAG1(ne) +trend	0,982	1,29E+10	22,35	1,02

Таблиця 3. Критерії якості прогнозу при статичному прогнозуванні на 6 кроків вперед

Тип моделі	RMSE	MAE	MAPE	Theil
AR(5)	69487	60910	12,92	0,075
ARMA(5,4)	46919	39623	8,00	0,050
AR(5)+trend	74568	66348	13,32	0,082
ARMA(5,5)+trend	52606	44007	8,60	0,057
AR(1) + Y(ne)	89543	78788	16,13	0,100
AR(1) + Y(ne) +LAG1(ne)	63183	53078	11,37	0,068
AR(4) + Y(ne)	78656	65968	12,91	0,088
AR(4) + Y(ne) +LAG1(ne)	74268	61549	12,01	0,082
AR(4) + Y(ne) +trend	86434	71400	13,88	0,097
AR(4) + Y(ne)	84833	69869	13,57	0,095

+LAG1(ne)				
+trend				

Таблиця 4. Критерії якості прогнозу при динамічному прогнозуванні на 6 кроків вперед

Тип моделі	RMSE	MAE	MAPE	Theil
AR(5)	116176	95512	18,38	0,133
ARMA(5,4)	99351	73952	13,83	0,112
AR(5)+trend	91106	75439	14,63	0,102
ARMA(5,5)+trend	86713	62094	11,46	0,096
AR(1) + Y(ne)	179776	151866	29,54	0,222
AR(1) + Y(ne) +LAG1(ne)	109932	88835	17,06	0,125
AR(4) + Y(ne)	93982	76128	14,75	0,106
AR(4) + Y(ne) +LAG1(ne)	89026	71522	13,85	0,100
AR(4) + Y(ne) +trend	91049	73500	14,16	0,102
AR(4) + Y(ne) +LAG1(ne) +trend	89706	72273	13,92	0,101

З наведених значень статистичних критеріїв якості видно, що найвдалішими для короткострокового прогнозування є моделі ARMA(5,4) та ARMA(5,5)+trend.

Тому моделі ARMA(5,4) та ARMA(5,5)+trend перерахуємо на цілій вибірці і дамо прогноз на 6 кварталів вперед (тобто на 1,5 роки) (рис. 2 та 3).

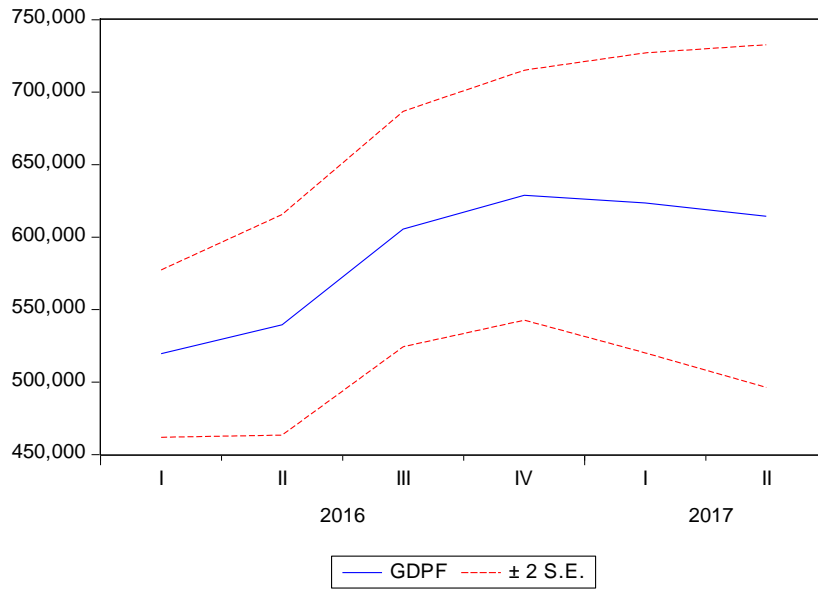


Рисунок 2 – Прогноз за допомогою ARMA(5,4)



Рисунок 3 – Прогноз за допомогою ARMA(5,5)+trend

Прогнозування з використанням щорічних даних реального ВВП:

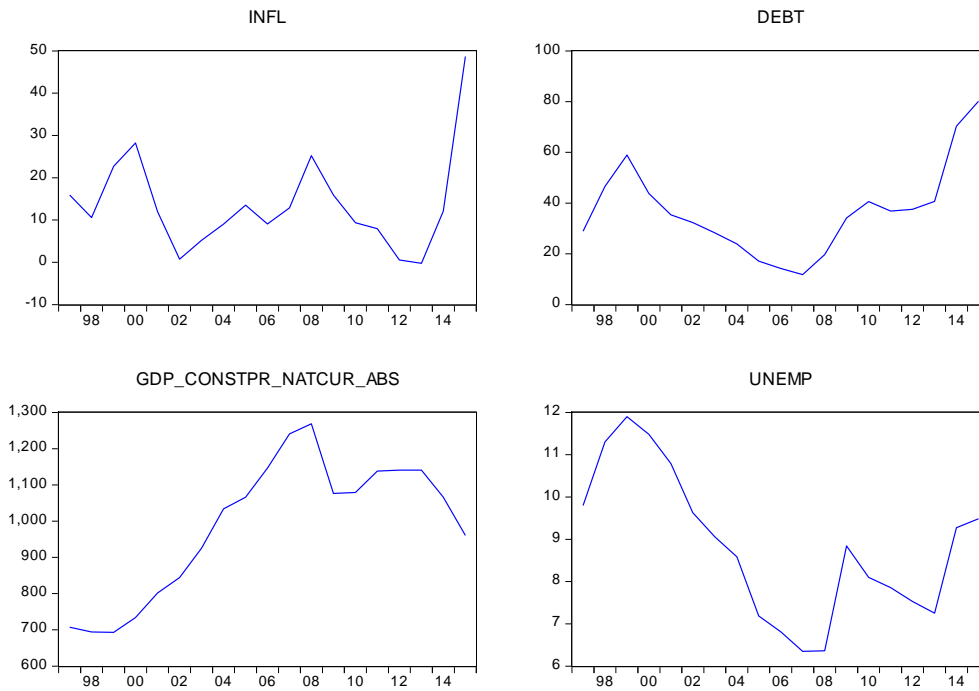


Рисунок 4 – Дані для прогнозування з кроком в один рік

Було взято для моделювання ряди рівня інфляції, відсотку державного боргу до ВВП, власне ряд реального ВВП в цінах 2005 року та показники рівня безробіття. При моделювання уніваріантивних моделей ВВП використовувалися дані з 1996, а мультиваріативних – з 1997 до 2013 років.

Отримали такі результати (тут і далі: i – рівень інфляції; u – рівень безробіття; d – рівень державного боргу) (табл. 5-7):

Таблиця 5. Критерії адекватності для побудованих моделей

	R^2	SSE	Крит. Акайке	Коефіцієнт Д-В
AR(1)	0,881	82945	11,50	1,30
ARMA(1,1)	0,900	69531	11,43	2,07
AR(1)+trend	0,898	71407	11,46	1,19
ARMA(1,1)+trend	0,920	55913	11,32	1,83
$Y(i,u,d)$	0,930	44541	11,18	1,59
$Y(i,u,d)+LAG1(i,u,d)$	0,980	11234	10,27	2,11

Y(i,u)+LAG1(u,d)	0,978	12396	10,12	1,92
AR(1)+Y(i,u) +LAG1(u,d)	0,983	9524	9,98	2,52
AR(1)+Y(i,u) +LAG1(u,d) +trend	0,985	8338	9,97	2,42

Таблиця 6. Критерії якості прогнозу при статичному прогнозуванні на 2 кроки вперед

	RMSE	MAE	MAPE	Theil
AR(1)	101,5	100,0	9,99	0,048
ARMA(1,1)	74,1	74,1	7,33	0,035
AR(1)+trend	168,6	165,7	16,55	0,077
ARMA(1,1)+trend	144,5	143,4	14,28	0,067
Y(i,u,d)	134,5	97,1	10,08	0,063
Y(i,u,d)+LAG1(i,u,d)	86,5	79,5	8,04	0,042
Y(i,u)+LAG1(u,d)	95,4	77,4	7,95	0,046
AR(1)+Y(i,u) +LAG1(u,d)	83,1	71,6	7,31	0,040
AR(1)+Y(i,u) +LAG1(u,d) +trend	132,6	101,9	10,52	0,062

Таблиця 7. Критерії якості прогнозу при динамічному прогнозуванні на 2 кроки вперед

	RMSE	MAE	MAPE	Theil
AR(1)	150,1	139,2	14,06	0,069
ARMA(1,1)	135,6	125,4	12,67	0,063

AR(1)+trend	227,5	213,4	21,52	0,101
ARMA(1,1)+trend	228,7	212,0	21,41	0,102
Y(i,u,d)	Немає динаміки			
Y(i,u,d)+LAG1(i,u,d)	Немає динаміки			
Y(i,u)+LAG1(u,d)	Немає динаміки			
AR(1)+Y(i,u) +LAG1(u,d)	77,3	67,4	6,86	0,037
AR(1)+Y(i,u) +LAG1(u,d) +trend	131,7	101,3	10,45	0,062

Найкращі моделі: авторегресія з ковзним середнім порядку(1,1) та авторегресія порядку 1 з множинною регресією з використанням інфляції та безробіття та першим лагом безробіття і рівня боргу.

Оскільки остання модель не має динаміки, то побудуємо прогноз моделі авторегресії з ковзним середнім порядку (1,1) (рис. 5):

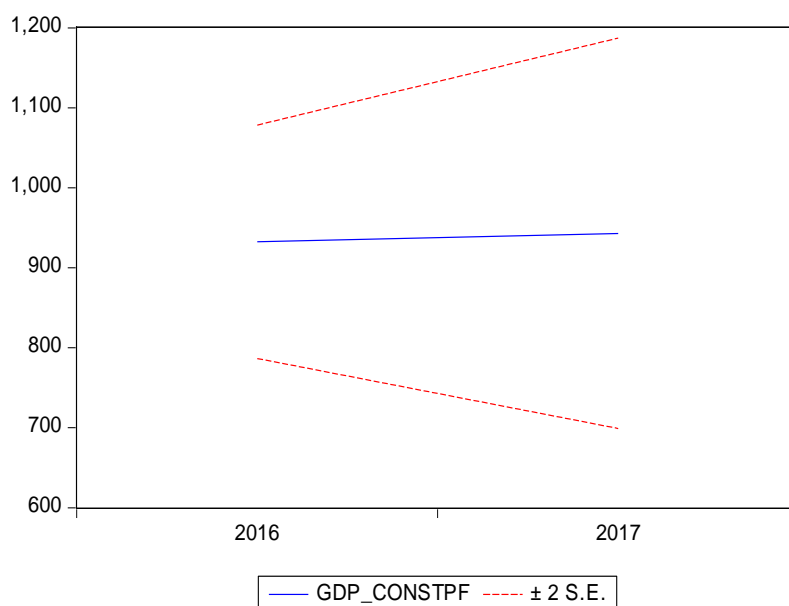


Рисунок 5 – Прогноз за допомогою ARMA(1,1)

Прогноз на 2016 рік - падіння ВВП на 3,0%, а на 2017 – зростання на 1,0%.

Аналіз отриманих результатів. Загальний висновок по прогнозах здатностей моделей для прогнозу з кроком в один рік такий: моделі з трендом показали найгірші результати (бо в ряді ВВП тренд вище першого порядку); найкращі - авторегресія з ковзним середнім порядку(1,1) та авторегресія порядку 1 з множинною регресією з використанням інфляції та безробіття та першим лагом безробіття і рівня боргу.

Для моделей по поквартальних даних:

Досить гарно пояснюють дані моделі ARMA(5,4) та ARMA(5,5)+trend. Вони мають високий коефіцієнт детермінації при близьких до 2 значеннях статистики Дарбіна-Ватсона, що означає слабку кореляцію залишків. Також відзначимо, що моделі AR(4) з множинною регресією мають високий коефіцієнт детермінації та порівняно малу суму квадратів похибок, але дуже корельовані залишки. З статистик прогнозів видно, що найбільш адекватними є моделі ARMA(5,4) та ARMA(5,5)+trend, а найгірше справилась AR(1) з множинною регресією (чистий експорт).

Висновки. В результаті виконання дослідження проведено серйозну роботу з вивчення теоретичної бази необхідної для роботи з часовими рядами. Розглянуто та використано для аналізу результатів – основні критерії якості для оцінювання моделей опису процесів та якості прогнозування. Вибрано критерії: критерій Дарбіна-Уотсона, коефіцієнт детермінації, критерій суми квадратів похибок моделі тощо.

Побудовано майже два десятки моделей для опису процесу ВВП в EViews. За отриманими статистиками вибрано чотири моделі, які використані для прогнозування ВВП України в близькому майбутньому. Прогнози, побудовані за різними моделями для економіки України на 2016-2017 роки спільні в тому, що на нашу державу не чекає ні різке, економічне

пожвавлення, ні різкий спад, а , скоріше відносно невеликі прорости або падіння.

Отже, результати даного дослідження будуть корисними для прийняття оптимальних управлінських рішень щодо економіки України. В майбутньому можливо буде допрацювати і покращити наявний програмний продукт, а також побудувати моделі за більшою кількістю даних, щоб дати ще кращі прогнози.

Література

1. Семененко О. М. Прогнозування показників номінального та реального ВВП України шляхом застосування факторних моделей (2015-2030рр.) / О. М. Семененко, Р. В. Бойко, О. Г. Водчиць, Б. Ю. Добровольський, О. І. Кремешний // Системи обробки інформації. – 2014. – Вип. 8. – С. 164-170. – Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/soi_2014_8_36.
2. Бідюк П. І. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт із аналізу часових рядів / П. І. Бідюк, Н. В. Кузнецова. – Київ: Політехніка, 2015. – 169 с.
3. Бідюк П. І. Аналіз часових рядів(навчальний посібник) / П. І. Бідюк, В. Д. Романенко, О. Л. Тимошук. – Київ: Політехніка, 2010. – 317 с.