

УДК 004.932

**Козловский Антон Николаевич**

магистр технических наук, ассистент кафедры ЭВМ  
Белорусский государственный университет информатики и  
радиоэлектроники

**Kazlouski A. M.**

Master of Engineering Science, Department of Computer Science  
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТАРНОГО И ПРОСТОГО  
ОБЪЕКТА ИЗОБРАЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ КОНТУРНОГО  
АНАЛИЗА  
CONTOUR ANALYSIS-BASED ELEMENTARY AND PLAIN OBJECTS  
IN IMAGE PRECESSING MATHEMATICAL MODELS**

**Аннотация:** Задача сегментации изображения является центральной проблемой цифровой обработки изображений. Рассмотрены разработанные автором математические модели объекта изображения на основе контурного анализа – элементарный и простой объекты. В их основе лежат представление объекта изображения его границей и предложенное автором определение декомпозиционного множества замкнутых контуров объекта изображения.

**Ключевые слова:** сегментация изображения, контурный анализ, объект изображения.

**Summary:** Image segmentation is central problem of image processing. This paper presents mathematical models using elementary and plain objects in image-based processing in contour analysis developed by the author. In the models, an image object is treated as the equivalent of its boundary and an image object's closed contours decomposition set definition is proposed. An analytical solution was obtained, which was then applied in the analysis of a specific image object.

**Keywords:** image segmentation, contour analysis, image object.

## Введение

Последние достижения в развитии аппаратного и программного обеспечения сделали возможным практическое использование различных автоматизированных систем, направленных на поддержку принятия решений. Как следствие, алгоритмы цифровой обработки изображений находят все более широкое применение в научных и прикладных исследованиях в различных областях. В настоящее время разработано большое количество методик автоматизированного анализа изображений, основанных на визуальном дешифрировании. Однако они требуют больших трудовых затрат и высокой квалификации исполнителя. Поэтому ведутся активные работы по усовершенствованию существующих методик, а также разработке новых. Эти разработки находятся на первоначальном этапе развития и не всегда обеспечивают приемлемый результат. Одной из важнейших задач цифровой обработки изображений является задача сегментации. Как следствие разработка математической модели объекта изображения актуальна в научном и практическом плане.

Последовательность процедур обработки изображения принято рассматривать в соответствии с парадигмой Марра [1]. Она, утверждает, что обработка изображения опирается на несколько последовательных уровней восходящей информационной линии: от "иконического" представления объектов (растровое изображение) – к их символическому представлению (векторные и атрибутивные данные в структурированной форме) и должна выполняться по модульному принципу [1]. Исходя из этого, в области машинного зрения принято выделять следующие основные этапы обработки данных:

1. предобработка изображений;
2. сегментация;
3. выделение геометрической структуры;
4. определение относительной структуры и семантики.

Связанные с этими этапами уровни обработки обычно называются обработками нижнего, среднего и высокого уровней. Алгоритмы обработки нижнего уровня (фильтрация простых шумов, гистограммная обработка) могут рассматриваться как хорошо проработанные и детально изученные, алгоритмы среднего уровня (сегментация) продолжают сегодня оставаться центральным полем приложения исследовательских усилий.

Алгоритмы обработки высокого уровня, относящиеся собственно к «пониманию изображения» (обнаружение объекта на изображении), находятся еще в начальной фазе развития и по-прежнему представляют собой «вызов» для цифровой обработки изображений [2]. Это обусловлено, в том числе отсутствием общей теоретической базы, позволяющей анализировать изображения различных типов.

Целью статьи является разработка математических моделей элементарного и простого объекта изображения. В их основе лежит контурный анализ, позволяющий обрабатывать изображения различных типов.

### **Сегментация изображения**

Пусть функция  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ , определенная на множестве  $\Omega \subset \mathbf{R}^2$  – это изображение  $I$ . Под объектом (областью)  $O$  на изображении  $I$  будем понимать область определения:  $\Omega \subset \mathbf{R}^2$ .

Сегментация является ключевым этапом обработки изображения. Ее задача заключается в разбиении исходного изображения на отдельные области. Решение задачи сегментации изображения отличается чрезвычайной сложностью. В силу необходимости анализа изображений различных типов, формализации области изображения и требования единственности решения. Подробно теория корректно и некорректно поставленных задач рассмотрена в работе А. Н. Тихонова [3]. Алгоритмы,

реализующие ее решение, относятся к среднему уровню обработки. Наиболее широко используемыми являются: алгоритм  $k$ -средних [4], алгоритм водораздела [5], алгоритм на основе гистограммы и др. Их общим недостатком является отсутствие определения областей, на которые выполняется разбиение. Как следствие, все они являются эвристическими. Например, результат работы алгоритма маркерного водораздела зависит от типа маркера (эллипсоид, квадрат), а алгоритма  $k$ -средних от задания начального множества областей на которые выполняется разбиение. Выбор алгоритма сегментации зависит от типа обрабатываемых изображений, а также имеющихся вычислительных мощностей. Труднее всего построить алгоритм сегментации для зашумленных изображений. Более детально задача сегментации изображения рассмотрена в работах [6–9].

Под произвольным контуром  $\Gamma$  изображения  $I$  будем понимать связное множество его отсчетов:  $\Gamma = \{n_i\}, i = 0, \dots, k - 1, k > 0, k \in \mathbf{N}$ .

Изображение необходимо разбивать на области со сходными свойствами, например, контуры. Различные подходы выделения контура как границы объекта изображения рассмотрены в работе [7]. Отметим, что наиболее просто эта задача решается на бинарном изображении.

### **Элементарный и простой объекты изображения**

Контурный анализ позволяет работать с изображениями различных типов. Контур целиком определяет форму объекта изображения и содержит всю необходимую информацию для дальнейшей его обработки.

Из математики известно, что на числовой прямой всякое связное множество есть промежуток, и обратно, любой промежуток – это связное множество.

Под конечным контуром  $\Gamma_T$  изображения  $I$  будем понимать множество его отсчетов, заключенных между двумя  $a_0$  и  $a_k$  – концами контура:  $\Gamma_T = \{n_i\}, i = 0, \dots, k - 1, k > 0, k \in \mathbf{N}$ .

Под замкнутым контуром  $\Gamma_\Omega$  изображения  $I$  будем понимать контур  $\Gamma$ , у которого начальный  $a_0$  и конечный  $a_k$  отсчеты совпадают.

Замкнутый контур  $\Gamma_\Omega$  соответствует границе объекта  $O$  изображения  $I$ :  $\Gamma_\Omega \Leftrightarrow O$ .

**Определение 1.** Пусть нам дано изображение  $I$ , множество всех его замкнутых контуров  $X\{x_i\}, i = 0, \dots, k - 1, k > 0, k \in \mathbf{N}$  и объект  $O$  изображения  $I$ . Под декомпозиционным множеством замкнутых контуров  $U$  объекта  $O$  будем понимать подмножество  $X'$  множества  $X$ . Здесь множество  $X'$  – это множество всех замкнутых контуров объекта  $O$ .

**Определение 2.** Пусть нам дано изображение  $I$ , множество всех его замкнутых контуров  $X\{x_i\}$ , объект  $O$  изображения  $I$  и декомпозиционное множество замкнутых контуров  $U$  объекта  $O$ . Тогда объект  $O$  является элементарным объектом  $el$  изображения  $I$ , если:

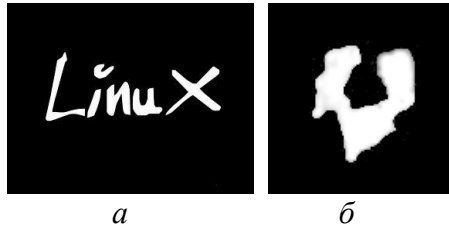
1. мощность множества  $U$  равна единице:  $q = 1$ ;
2. множество  $U$  не пересекается с множеством  $U_i$  любого другого объекта  $O_i$  исходного изображения  $I$ :  $U \cap U_i = \emptyset$ .

**Определение 3.** Пусть нам дано изображение  $I$ , множество всех его замкнутых контуров  $X\{x_i\}$ , объект  $O$  изображения  $I$  и декомпозиционное множество замкнутых контуров  $U$  объекта  $O$ . Тогда объект  $O$  является простым объектом  $pl$  изображения  $I$ , если мощность множества  $U$  равна единице:  $q = 1$ .

При решении значительного количества актуальных научно-технических задач необходим анализ конечного контура  $\Gamma_T$  изображения. Это обусловлено в том числе обработкой объекта изображения, имеющего

размеры близкие к размерам элемента разрешения датчика, т.е. в один отсчет или несколько смежных отсчетов изображения обладающих яркостным или цветовым контрастом. В этом случае конечный контур  $\Gamma_T$  считаем замкнутым  $\Gamma_\Omega: \Gamma_\Omega \Leftrightarrow \Gamma_T$ .

Примеры элементарного объекта изображения проиллюстрированы на рис. 1.



**Рис. 1.** Примеры элементарного объекта изображения: *a* – изображение  $I_1$ , все объекты элементарные; *b* – элементарный объект изображения

### Заключение

В статье рассмотрена задача сегментации изображения. Предложены разработанные автором математические модели элементарного и простого объекта изображения на основе контурного анализа. В их основе лежит определение декомпозиционного множества замкнутых контуров объекта изображения.

### Литература

1. Марр Д. Зрение. Информационный подход к изучению представления и обработки зрительных образов. М.: Радио и связь. – 1987. – 400 с.
2. Визильтер Ю. В. [и др.]. Обработка и анализ цифровых изображений с примерами на LabVIEW IMAQ Vision. М.: ДМК Пресс. – 2007. – 464 с.
3. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука. – 1986. – 288 с.

4. Press W. H. [et al.]. Numerical recipes 3rd Edition. The Art of Scientific Computing. Cambridge: Cambridge University Press. – 2007. – 1256 p.
5. Meyer F. Topographic distance and watershed lines // Signal Processing. – 1994. – Vol. 38, № 1. – P. 113–125.
6. Старовойтов В. В., Голуб Ю. И. Цифровые изображения: от получения до обработки. Минск: ОИПИ НАН Беларуси. – 2014. – 202 с.
7. Фурман Я. А. [и др.]. Введение в контурный анализ: приложения к обработке изображений и сигналов / под ред. Я. А. Фурмана. 2-е изд., испр. М.: Физматлит. – 2003. – 588 с.
8. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений: пер. с англ. М.: Техносфера. – 2006. – 1072 с.
9. Шапиро Л., Стокман Дж. Компьютерное зрение: пер. с англ. М.: Бином. Лаборатория знаний. – 2006. – 752 с.